Corrigé complet — Bac 2024 Polynésie Jour 1

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Coloration capillaire** Dilution et titrage · Titre massique et titre en volume · Base faible et diagramme de prédominance · Groupes caractéristiques et isomérie · Loi de Beer-Lambert · Vitesse volumique d'apparition	9 pts	1 h 35	18 questions	p. 2
Ex 2	**La protonthérapie sauve la vue** Deuxième loi de Newton · Mouvement dans un champ électrique uniforme · Théorème de l'énergie cinétique · Repère de Frenet · Mouvement circulaire uniforme · Lecture graphique d'une accélération	5 pts	53 min	7 questions	p. 9
Ex 3	**Une jeune astronome** Lunette astronomique afocale · Tracé de rayons · Grossissement · Diamètre apparent · Pouvoir séparateur de l'œil · Diffraction	6 pts	1 h 03	10 questions	p. 13

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Coloration capillaire

Bac 2024 Polynésie Jour 1 · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 35**

Q1 Donner le protocole, avec la verrerie, qui permet de préparer $V = 100$ mL de solution S_{20} à partir de la solution S.

Données utiles dilution au vingtième ; $V = 100$ mL

Lors d'une dilution, la quantité de matière de soluté se conserve : $c \times V_0 = \dfrac{c}{20} \times V$, donc le volume de solution S à prélever est $V_0 = \dfrac{V}{20} = \dfrac{100}{20} = 5{,}0$ mL.

- Verser un peu de solution S dans un bécher et en prélever $5{,}0$ mL avec une pipette jaugée de $5{,}0$ mL munie d'une propipette.
- Introduire ce prélèvement dans une fiole jaugée de 100 mL.
- Ajouter de l'eau distillée aux trois quarts, boucher et agiter.
- Compléter avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge, boucher et homogénéiser.

On prélève $V_0 = 5{,}0$ mL de S (pipette jaugée) que l'on dilue dans une fiole jaugée de 100 mL.

PIÈGE
Citer une éprouvette graduée ou un bécher pour mesurer les volumes : seule la verrerie jaugée (pipette et fiole) donne la précision exigée pour un titrage.

Q2 Établir la relation à l'équivalence entre la quantité de matière n_1 de peroxyde d'hydrogène et la quantité de matière n_{2E} d'ions permanganate.

Données utiles $2\,MnO_4^-\,(aq) + 6\,H^+\,(aq) + 5\,H_2O_2\,(aq) \longrightarrow 2\,Mn^{2+}\,(aq) + 5\,O_2\,(g) + 8\,H_2O\,(l)$

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction support du titrage : 2 ions MnO_4^- réagissent avec 5 molécules H_2O_2.

$$\frac{n_1}{5} = \frac{n_{2E}}{2}$$

$$n_1 = \frac{5}{2}\,n_{2E}$$

PIÈGE
Inverser les nombres stœchiométriques et écrire $5\,n_1 = 2\,n_{2E}$. Chaque quantité de matière est divisée par son propre nombre stœchiométrique.

Q3 Déterminer c_1, la concentration en quantité de matière du peroxyde d'hydrogène de la solution S_{20}.

Données utiles $V_1 = 10{,}0$ mL ; $c_2 = 2{,}00 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} ; $V_E = 18{,}1$ mL ; relation de Q2

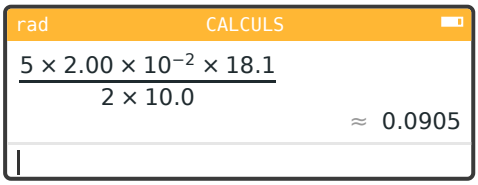
Avec $n_1 = c_1 \times V_1$ et $n_{2E} = c_2 \times V_E$, la relation de Q2 donne $c_1 \times V_1 = \dfrac{5}{2}\,c_2 \times V_E$, soit

$$c_1 = \frac{5\,c_2\,V_E}{2\,V_1} = \frac{5 \times 2{,}00 \times 10^{-2} \times 18{,}1}{2 \times 10{,}0}$$

$$c_1 = 9{,}05 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme c_2, V_E et V_1. Les deux volumes peuvent rester en mL : leur rapport n'a pas d'unité.

À LA CALCULATRICE



Q4 En déduire la concentration en quantité de matière c du peroxyde d'hydrogène dans la solution oxydante S.

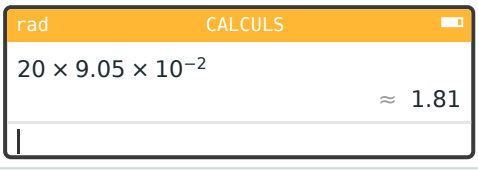
Données utiles $c_1 = 9{,}05 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (Q3) ; dilution au vingtième

La solution S a été diluée 20 fois pour obtenir S_{20} : $c = 20 \times c_1 = 20 \times 9{,}05 \times 10^{-2}$.

$$c = 1{,}81\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

PIÈGE
Diviser par 20 au lieu de multiplier : la solution mère S est plus concentrée que la solution diluée S_{20}.

À LA CALCULATRICE



Q5 Vérifier, à l'aide des valeurs du tableau de la figure 1, que la solution oxydante étudiée est la solution n°2.

Données utiles $c = 1{,}81\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (Q4) ; $M_{H_2O_2} = 34\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; solution n°2 : 6,0 % en masse, $\rho = 1022\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$

Un litre de solution S contient une masse de peroxyde d'hydrogène $m = c \times M_{H_2O_2} \times 1\ \text{L}$. Si S est la solution n°2, ce litre a une masse $\rho \times 1\ \text{L} = 1022$ g. Le pourcentage en masse est alors :

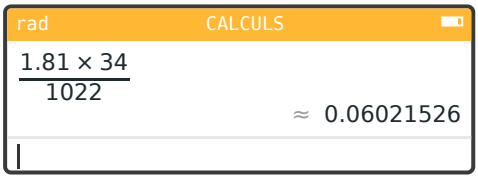
$$w = \frac{c \times M_{H_2O_2}}{\rho} = \frac{1{,}81 \times 34}{1022} = 0{,}060$$

$w = 6{,}0\ \%$: c'est le pourcentage en masse de la solution n°2 ; la solution étudiée est bien la solution n°2.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la masse molaire. Les masses volumiques du tableau sont si proches que le choix de la ligne ne change pas le résultat : 6,1 % au plus.

MÉTHODE
On peut aussi calculer $c = \frac{w \times \rho}{M}$ pour chaque ligne du tableau : 0,89 ; 1,8 ; 2,7 et 3,7 $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Seule la solution n°2 correspond à la valeur titrée.

À LA CALCULATRICE



Q6 Vérifier que la solution oxydante n°2, à 6,0 % en masse de peroxyde d'hydrogène, correspond à un titre en volume proche de 20 volumes.

Données utiles $2\,H_2O_2\,(aq) \longrightarrow O_2\,(g) + 2\,H_2O\,(l)$; $\rho = 1022\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$; $V_m = 22{,}4\ \text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M_{H_2O_2} = 34\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

On raisonne sur $V = 1{,}0$ L de solution n°2.

Masse de la solution : $m_{sol} = \rho \times V = 1022$ g. Masse de peroxyde d'hydrogène : $m = 0{,}060 \times 1022 = 61$ g.

Quantité de matière de peroxyde d'hydrogène : $n(H_2O_2) = \frac{m}{M_{H_2O_2}} = \frac{0{,}060 \times 1022}{34} = 1{,}8$ mol.

D'après l'équation de décomposition, supposée totale : $n(O_2) = \frac{n(H_2O_2)}{2} = 0{,}90$ mol.

Volume de dioxygène libéré : $V(O_2) = n(O_2) \times V_m = \frac{0{,}060 \times 1022}{2 \times 34} \times 22{,}4 = 20$ L.

Un litre de solution n°2 libère $V(O_2) = 20$ L de dioxygène : le titre vaut bien 20 volumes.

PIÈGE
Oublier le nombre stœchiométrique 2 devant H_2O_2 : on trouverait 40 volumes. Il faut deux molécules de peroxyde d'hydrogène pour former une molécule de dioxygène.

MÉTHODE
Question à prise d'initiative : annoncer le volume de solution choisi (1 L, celui de la définition du titre), puis enchaîner masse, quantité de matière, équation, volume de gaz, et conclure par une comparaison.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{0.060 \times 1022}{34} \approx 1.803529$

$\frac{0.060 \times 1022}{2 \times 34} \times 22.4 \approx 20.19953$

Q7 Écrire l'équation de la réaction modélisant l'action de l'eau sur l'ammoniac $NH_3\,(aq)$.

Données utiles couples $NH_4^+\,(aq)$ / $NH_3\,(aq)$ et $H_2O\,(l)$ / $HO^-\,(aq)$

L'ammoniac est la base du couple NH_4^+ / NH_3 : il capte un ion H^+ cédé par l'eau, acide du couple H_2O / HO^-.

$$NH_3\,(aq) + H_2O\,(l) \rightleftharpoons NH_4^+\,(aq) + HO^-\,(aq)$$

PIÈGE
Utiliser le couple H_3O^+ / H_2O : face à une base, l'eau joue le rôle d'acide et se transforme en ion hydroxyde HO^-.

Q8 Montrer que l'ammoniac est une base faible dans l'eau.

Données utiles $c_A = 1{,}00 \times 10^{-2}\ mol \cdot L^{-1}$; $pH = 10{,}6$; $K_e = 1{,}0 \times 10^{-14}$; $c^\circ = 1{,}0\ mol \cdot L^{-1}$

Dans la solution : $[H_3O^+] = c^\circ \times 10^{-pH}$ et $K_e = \frac{[H_3O^+] \times [HO^-]}{(c^\circ)^2}$, donc

$$[HO^-] = \frac{K_e \times c^\circ}{10^{-pH}} = \frac{1{,}0 \times 10^{-14} \times 1{,}0}{10^{-10{,}6}} = 4{,}0 \times 10^{-4}\ mol \cdot L^{-1}$$

Si la réaction de l'ammoniac avec l'eau (Q7) était totale, on aurait $[HO^-] = c_A = 1{,}00 \times 10^{-2}\ mol \cdot L^{-1}$.

Taux d'avancement final : $\tau = \frac{[HO^-]}{c_A} = \frac{4{,}0 \times 10^{-4}}{1{,}00 \times 10^{-2}} = 0{,}040$.

$[HO^-] = 4{,}0 \times 10^{-4}\ mol \cdot L^{-1} < c_A$, soit $\tau = 4{,}0\,\% < 100\,\%$: la réaction n'est pas totale, l'ammoniac est une base faible.

MÉTHODE
Autre preuve : une base forte de concentration c_A donnerait $pH = 14 + \log(c_A) = 12{,}0$. Le pH mesuré, $10{,}6$, est inférieur : la base est faible.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{1.0 \times 10^{-14}}{10^{-10.6}} \approx 3.981072 \times 10^{-4}$

$\frac{4.0 \times 10^{-4}}{1.00 \times 10^{-2}} \approx 0.04$

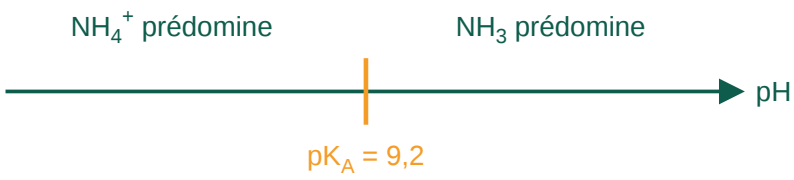
Q9 Tracer le diagramme de prédominance du couple ion ammonium / ammoniac.

Données utiles $pK_A(NH_4^+ / NH_3) = 9{,}2$

Pour $pH < pK_A$, l'acide NH_4^+ prédomine ; pour $pH > pK_A$, la base NH_3 prédomine ; pour $pH = pK_A$, $[NH_4^+] = [NH_3]$.

NH_4^+ prédomine pour $pH < 9{,}2$ et NH_3 prédomine pour $pH > 9{,}2$.

COMPRENDRE
Le mélange prêt à l'application a un pH de $9{,}2$, égal au pK_A : il se situe exactement sur la frontière, les deux espèces y ont la même concentration.



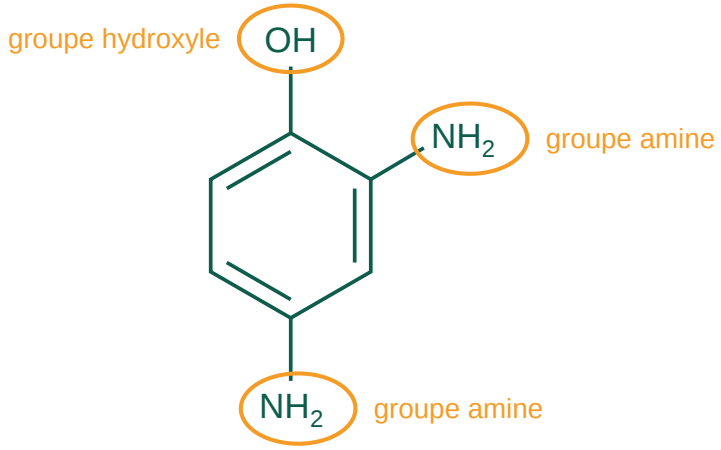
Q9 · Diagramme de prédominance du couple ion ammonium / ammoniac

Q10 Recopier la formule topologique de la molécule 2, entourer et nommer les groupes caractéristiques présents.

La molécule 2 (2,4-diaminophénol) porte trois groupes caractéristiques sur le cycle : un groupe $-OH$ et deux groupes $-NH_2$.

Un groupe hydroxyle ($-OH$) et deux groupes amine ($-NH_2$).

PIÈGE
Nommer la famille au lieu du groupe : « alcool » ou « phénol » désigne une famille de composés, le groupe caractéristique s'appelle hydroxyle. Ne pas confondre non plus amine ($-NH_2$ seul) et amide (azote lié à un $C{=}O$).



Q10 · Molécule 2 : groupes caractéristiques entourés et nommés

Q11 Nommer la catégorie de l'isomérie de constitution entre la molécule 3 et la molécule 1.

Les molécules 1 et 3 ont la même formule brute $C_6H_8N_2$, le même cycle et les mêmes groupes caractéristiques (deux groupes amine). Seule la position du second groupe amine sur le cycle change : carbone 4 pour la molécule 1, carbone 3 pour la molécule 3.

Les molécules 1 et 3 sont des isomères de position.

COMPRENDRE
Trois catégories d'isomérie de constitution : de chaîne (squelette carboné différent), de position (même groupe, placé ailleurs), de fonction (groupes caractéristiques différents). Les noms 4-aminoaniline et 3-aminoaniline ne diffèrent que par l'indice de position.

Q12 Recopier et compléter les lignes 5, 6 et 10 du code Python.

Données utiles $\varepsilon = 1{,}00 \times 10^{5}\ \text{L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$; $\ell = 1{,}0$ cm ; $A = \varepsilon \cdot \ell \cdot c$; dans le programme, c est en $\mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Le tableau `c` de la ligne 8 contient les concentrations en $\mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (de 1 à 20, comme l'axe de la figure 5). Il faut les convertir en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ en multipliant par 10^{-6}, comme le fait déjà la ligne 19.

- Ligne 5 : `epsilon=1.00e5`
- Ligne 6 : `l=1.0`
- Ligne 10 : `A=epsilon*l*c*10**-6`

Ligne 10 : `A=epsilon*l*c*10**-6`, avec `epsilon=1.00e5` et `l=1.0` .

PIÈGE
Écrire `A=epsilon*l*c` sans le facteur 10^{-6} : pour $c = 20\ \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ le programme donnerait $A = 2 \times 10^{6}$ au lieu de 2,0 lu sur la figure 5.

COMPRENDRE
En Python, la puissance de dix s'écrit `1.00e5` ou `1.00*10**5` et le séparateur décimal est le point : ni accent circonflexe, ni virgule.

Q13 Déterminer la concentration C_c en quantité de matière de la molécule C dans le mélange.

Données utiles $A = 1{,}20$ pour le mélange dilué 100 fois ; $\varepsilon = 1{,}00 \times 10^{5}\ \text{L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$; $\ell = 1{,}0$ cm ; équation : 2 molécules 1 + 1 molécule C $\rightarrow$ 1 espèce colorée

Concentration de l'espèce colorée dans l'échantillon dilué (loi de Beer-Lambert, valeur affichée figure 5) :

$$c_{\text{dilué}} = \frac{A}{\varepsilon \cdot \ell} = \frac{1{,}20}{1{,}00 \times 10^{5} \times 1{,}0} = 1{,}2 \times 10^{-5}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} = 12\ \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Le mélange a été dilué 100 fois : la concentration de l'espèce colorée dans le mélange est $100 \times c_{\text{dilué}} = 1{,}2 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

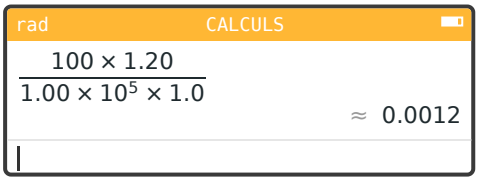
D'après l'équation, une molécule C donne une espèce colorée. En supposant la transformation totale et la molécule C entièrement consommée, la concentration apportée en molécule C est égale à celle de l'espèce colorée formée.

$$C_c = 100 \times \frac{A}{\varepsilon \cdot \ell} = 1{,}2 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

PIÈGE
S'arrêter à $1{,}2 \times 10^{-5}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$: c'est la concentration dans la cuve, après dilution au centième, pas dans le mélange appliqué sur les cheveux.

COMPRENDRE
Le nombre stœchiométrique 2 concerne la molécule 1, pas la molécule C : il n'intervient pas ici. Deux chiffres significatifs, à cause de $\ell = 1{,}0$ cm.

À LA CALCULATRICE



Q14 La législation autorise jusqu'à 1,5 % en masse de molécule C dans le mélange colorant prêt à l'emploi. Vérifier que la crème colorante respecte la législation.

Données utiles $C_c = 1{,}2 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (Q13) ; $M_C = 169\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; masse volumique du mélange proche de celle de l'eau : $\rho \approx 1{,}0 \times 10^{3}\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$

Dans $V = 1{,}0$ L de mélange, la masse de molécule C est $m_C = C_c \times V \times M_C = 1{,}2 \times 10^{-3} \times 1{,}0 \times 169 = 0{,}20$ g.

Ce litre de mélange a une masse $m = \rho \times V \approx 1{,}0 \times 10^{3}$ g.
Pourcentage en masse :

$$w_C = \frac{m_C}{m} = \frac{C_c \times M_C}{\rho} = \frac{1{,}2 \times 10^{-3} \times 169}{1{,}0 \times 10^{3}} = 2{,}0 \times 10^{-4}$$

$w_C = 0{,}020\ \% < 1{,}5\ \%$: la législation est respectée.

COMPRENDRE
La teneur trouvée est 75 fois plus faible que la limite : la conclusion ne dépend ni de l'approximation sur la masse volumique, ni du fait de raisonner sur le mélange plutôt que sur la crème seule (deux fois plus concentrée).

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1.2 \times 10^{-3} \times 169 \approx 0.2028$

$\dfrac{1.2 \times 10^{-3} \times 169}{1.0 \times 10^{3}} \approx 2.028 \times 10^{-4}$

Q15 À l'aide des figures 7 et 8, déterminer la couleur principalement absorbée et en déduire la couleur dominante du « mélange prêt à l'application ».

Sur le spectre de la figure 7, l'absorbance est maximale pour $\lambda_{\max} \approx 445$ nm ($A \approx 1{,}1$). D'après la figure 8, cette longueur d'onde appartient à l'intervalle 435-480 nm : la couleur principalement absorbée est le bleu.

La couleur perçue est la couleur complémentaire de la couleur absorbée, diamétralement opposée au bleu sur le diagramme en étoile : le jaune.

Couleur principalement absorbée : bleu ($\lambda_{\max} \approx 445$ nm) ; couleur dominante du mélange : jaune.

PIÈGE
Donner la couleur absorbée comme couleur de la solution. Une solution a la couleur des radiations qu'elle laisse passer, c'est-à-dire la couleur complémentaire de celle qu'elle absorbe.

COMPRENDRE
La bande d'absorption est large (du violet au vert, encore $A \approx 1$ vers 525 nm) : la teinte réelle tire vers le jaune-orangé. La réponse attendue reste celle du maximum.

Q16 Donner la définition de la vitesse d'apparition du produit coloré, notée v_{produit}.

La vitesse volumique d'apparition du produit coloré P est la dérivée par rapport au temps de sa concentration en quantité de matière :

$$v_{\text{produit}} = \frac{\mathrm{d}[\mathrm{P}]}{\mathrm{d}t}, \text{ en } \mathrm{mol \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}}$$

PIÈGE
Mettre un signe « $-$ » : il ne figure que dans la vitesse de disparition d'un réactif, dont la concentration diminue. Pour un produit, la dérivée est déjà positive.

Q17 À partir de la loi de Beer-Lambert, montrer que la vitesse d'apparition du produit coloré s'écrit $v_{\text{produit}} = \dfrac{1}{\varepsilon \cdot \ell} \cdot \dfrac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}$.

Le produit coloré P est la seule espèce qui absorbe : $A = \varepsilon \cdot \ell \cdot [\mathrm{P}]$, donc $[\mathrm{P}] = \dfrac{A}{\varepsilon \cdot \ell}$.

On reporte dans la définition de Q16. Comme ε et ℓ sont des constantes, elles sortent de la dérivée :

$$v_{\text{produit}} = \frac{\mathrm{d}[\mathrm{P}]}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{A}{\varepsilon \cdot \ell}\right) = \frac{1}{\varepsilon \cdot \ell} \cdot \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}$$

$v_{\text{produit}} = \dfrac{1}{\varepsilon \cdot \ell} \cdot \dfrac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}$: c'est l'expression attendue.

COMPRENDRE
L'absorbance est proportionnelle à la concentration du produit : la courbe $A(t)$ a la même allure que $[\mathrm{P}](t)$, et sa pente donne la vitesse à un facteur constant près.

Q18 Déterminer la vitesse d'apparition du produit v_{1500} à la date 1500 s.

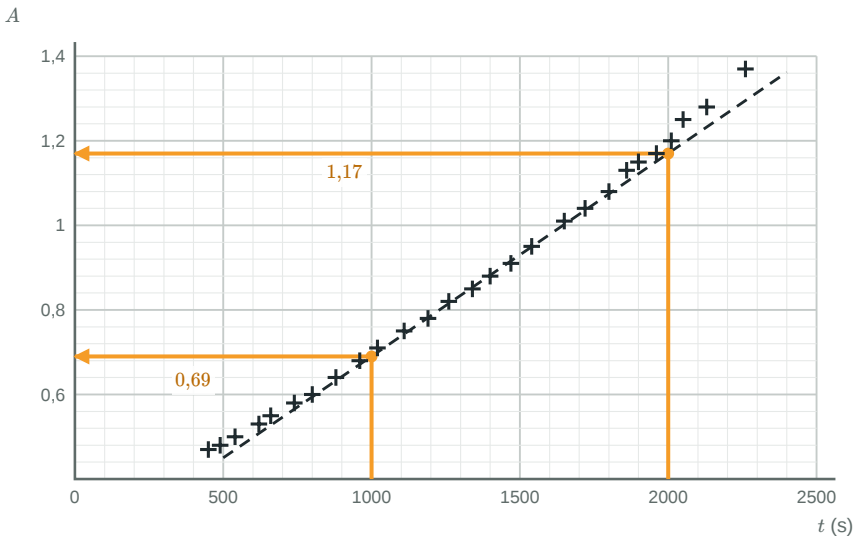
Données utiles figure 9 ; $\varepsilon = 1{,}00 \times 10^5\ \text{L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$; $\ell = 1{,}0\ \text{cm}$

$\dfrac{\text{d}A}{\text{d}t}$ à $t = 1500$ s est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $A = f(t)$ en ce point. On trace cette tangente sur la figure 9 ; elle passe par les points $(1000\ \text{s}; 0{,}69)$ et $(2000\ \text{s}; 1{,}17)$:

$$\frac{\text{d}A}{\text{d}t} = \frac{1{,}17 - 0{,}69}{2000 - 1000} = 4{,}8 \times 10^{-4}\ \text{s}^{-1}$$

$$v_{1500} = \frac{1}{\varepsilon \cdot \ell} \cdot \frac{\text{d}A}{\text{d}t} = \frac{4{,}8 \times 10^{-4}}{1{,}00 \times 10^5 \times 1{,}0}$$

$$v_{1500} \approx 4{,}8 \times 10^{-9}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$



Q18 · Figure 9 du sujet, avec la tangente à la date 1500 s et les deux points lus

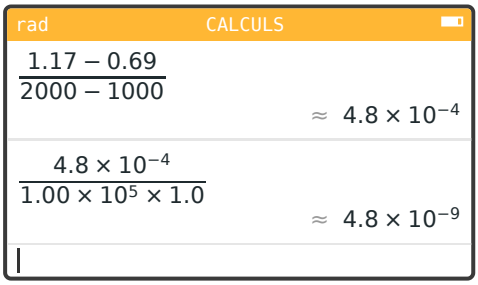
PIÈGE

Calculer $\dfrac{A(1500)}{1500}$: c'est la pente d'une droite passant par l'origine, pas celle de la tangente. Prendre deux points éloignés sur la tangente tracée, et non deux points de mesure voisins.

COMPRENDRE

La lecture graphique limite la précision à deux chiffres significatifs : toute valeur comprise entre $4{,}5 \times 10^{-9}$ et $5{,}0 \times 10^{-9}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ est recevable. Cette vitesse concerne l'échantillon dilué au centième.

À LA CALCULATRICE



La protonthérapie sauve la vue

Bac 2024 Polynésie Jour 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Avec la deuxième loi de Newton, exprimer le vecteur accélération $\vec{a}$ du proton dans la zone A en fonction de e, m et $\vec{E}$. Donner sa direction, son sens, sa valeur, puis la nature du mouvement.

Données utiles $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C ; $m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg ; $U = 50$ kV ; $d = 1{,}0$ cm ; $E = \dfrac{|U|}{d}$

Système {proton}, de masse m constante ; référentiel du laboratoire, supposé galiléen. Seule force prise en compte : la force électrique $\vec{F}_e = e\,\vec{E}$ (poids négligé).

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $e\,\vec{E} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \dfrac{e}{m}\,\vec{E}$.

Comme $\dfrac{e}{m} > 0$, $\vec{a}$ a la direction et le sens de $\vec{E}$: direction de l'axe (Ox), sens de O vers M_1.

Valeur : $a = \dfrac{e\,E}{m} = \dfrac{e\,U}{m\,d}$

$$a = \frac{1{,}6 \times 10^{-19} \times 50 \times 10^{3}}{1{,}67 \times 10^{-27} \times 1{,}0 \times 10^{-2}} = 4{,}8 \times 10^{14}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

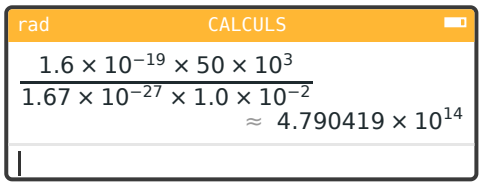
Le vecteur $\vec{a}$ est constant et la vitesse initiale est nulle : le proton se déplace sur la droite (Ox) en accélérant.

$\vec{a} = \dfrac{e}{m}\,\vec{E}$, de valeur $a = 4{,}8 \times 10^{14}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$: mouvement **rectiligne uniformément accéléré**.

PIÈGE
Laisser U en kilovolts ou d en centimètres : il faut 50×10^{3} V et $1{,}0 \times 10^{-2}$ m.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme e, U et d, les données les moins précises. La même règle s'applique à tous les calculs de l'exercice.

À LA CALCULATRICE



Q2 Établir la coordonnée $v_x(t)$ du proton dans le repère (O, x, y), puis montrer que $v_1 = v_x(t_1) = \sqrt{\dfrac{2\,e\,U}{m}}$.

Le champ $\vec{E}$ est dirigé selon (Ox), donc $a_x = \dfrac{e\,E}{m} = \dfrac{e\,U}{m\,d}$ et $a_y = 0$.

Comme $a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$, on cherche une primitive : $v_x(t) = \dfrac{e\,U}{m\,d}\,t + C$. À $t = 0$, la vitesse est nulle, donc $C = 0$:

$$v_x(t) = \frac{e\,U}{m\,d}\,t$$

Vitesse en M_1, par le théorème de l'énergie cinétique entre O et M_1 :

$$\frac{1}{2}\,m\,v_1^2 - 0 = W_{\mathrm{O}\to\mathrm{M}_1}(\vec{F}_e)$$

La force $\vec{F}_e$ est constante, de même sens que le déplacement $\overrightarrow{\mathrm{OM}_1}$ de longueur d : $W = e\,E\,d = e\,\dfrac{U}{d}\,d = e\,U$.

Donc $\dfrac{1}{2}\,m\,v_1^2 = e\,U$. De plus $v_y = 0$ et $v_x > 0$, donc $v_1 = v_x(t_1)$.

$v_1 = v_x(t_1) = \sqrt{\dfrac{2\,e\,U}{m}}$, expression attendue.

PIÈGE
Oublier de justifier la constante d'intégration par la condition initiale « vitesse nulle en O ».

MÉTHODE
Autre voie, plus longue : primitive de v_x pour obtenir $x(t) = \dfrac{e\,U}{2\,m\,d}\,t^2$, date t_1 telle que $x(t_1) = d$, puis report dans $v_x(t_1)$. La distance d se simplifie aussi.

Q3 En déduire les caractéristiques (direction, sens, valeur) du vecteur vitesse $\vec{v}_1$ au point M_1.

Données utiles $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C ; $U = 50$ kV ; $m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg

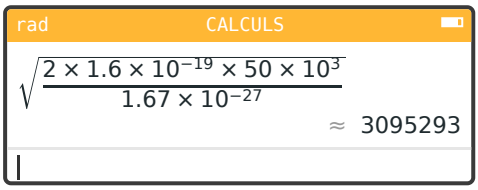
En M_1 : $v_y = 0$ et $v_x(t_1) > 0$. Le vecteur $\vec{v}_1$ est donc dirigé selon l'axe (Ox), dans le sens de O vers M_1 (vers la zone B).

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\,e\,U}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times 50 \times 10^{3}}{1{,}67 \times 10^{-27}}} = 3{,}1 \times 10^{6}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

$\vec{v}_1$: direction (Ox), sens de O vers M_1, valeur $v_1 = 3{,}1 \times 10^{6}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

COMPRENDRE
Cette vitesse vaut environ 1 % de celle de la lumière : les lois de Newton restent utilisables. L'énergie cinétique acquise est eU, soit 50 keV par traversée de la zone A.

À LA CALCULATRICE



Q4 Avec la deuxième loi de Newton, établir l'expression littérale du vecteur accélération $\vec{a}$ du proton en P_1 et donner sa direction et son sens.

Système {proton} ; référentiel du laboratoire, supposé galiléen. Seule force prise en compte : $\vec{F}_m = e\,v\,B\,\vec{n}$ (poids négligé).

Deuxième loi de Newton : $\vec{F}_m = m\,\vec{a}$, soit $e\,v\,B\,\vec{n} = m\,\vec{a}$.

Le coefficient $\dfrac{e\,v\,B}{m}$ est positif : $\vec{a}$ a la direction et le sens de $\vec{n}$.

$\vec{a} = \dfrac{e\,v\,B}{m}\,\vec{n}$: direction du rayon $(\mathrm{P_1C_1})$, sens de P_1 vers le centre C_1 (accélération centripète).

PIÈGE
Répondre « vers l'intérieur » sans nommer la droite : la direction est celle du rayon $(\mathrm{P_1C_1})$, perpendiculaire à la vitesse.

Q5 Montrer que le mouvement circulaire du proton est uniforme et établir que sa vitesse a pour expression $v = \dfrac{e\,R_1\,B}{m}$.

D'après Q4 : $\vec{a} = 0\,\vec{t} + \dfrac{e\,v\,B}{m}\,\vec{n}$.

Dans la base de Frenet, sur le cercle de rayon R_1 : $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{t} + \dfrac{v^2}{R_1}\,\vec{n}$.

Identification selon $\vec{t}$: $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$. La valeur de la vitesse est constante : le mouvement circulaire est **uniforme**.

Identification selon $\vec{n}$: $\dfrac{v^2}{R_1} = \dfrac{e\,v\,B}{m}$. En divisant par v (non nulle) : $\dfrac{v}{R_1} = \dfrac{e\,B}{m}$.

$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$ (mouvement uniforme) et $v = \dfrac{e\,R_1\,B}{m}$, expression attendue.

PIÈGE
Écrire « $\vec{a}$ est constant » : ce vecteur change de direction en permanence. Seule sa composante tangentielle nulle prouve que le mouvement est uniforme.

MÉTHODE
Mouvement circulaire sous une force radiale : deuxième loi de Newton, écriture de $\vec{a}$ dans la base de Frenet, puis identification. Selon $\vec{t}$ on obtient l'uniformité, selon $\vec{n}$ la relation entre vitesse et rayon.

Q6 Calculer la valeur de la vitesse v et expliquer pourquoi on retrouve la valeur v_1 de la question Q3.

Données utiles $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C ; $R_1 = 1{,}9$ cm ; $B = 1{,}7$ T ; $m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg ; $v_1 = 3{,}1 \times 10^{6}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ (Q3)

$$v = \frac{e\,R_1\,B}{m} = \frac{1{,}6 \times 10^{-19} \times 1{,}9 \times 10^{-2} \times 1{,}7}{1{,}67 \times 10^{-27}} = 3{,}1 \times 10^{6}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

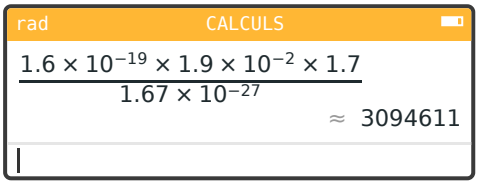
Le proton entre dans la zone B en $\mathrm{M_1}$ avec la vitesse v_1. Son mouvement y est uniforme (Q5) : la valeur de sa vitesse reste celle de l'entrée sur tout le demi-cercle.

$v = 3{,}1 \times 10^{6}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = v_1$: la vitesse garde dans la zone B la valeur acquise à la sortie de la zone A.

COMPRENDRE

La force magnétique, perpendiculaire à la vitesse, ne travaille pas : elle courbe la trajectoire sans modifier l'énergie cinétique. Seul le champ électrique de la zone A augmente la vitesse.

À LA CALCULATRICE



Q7 À l'aide des figures 4 et 5, déterminer la valeur du vecteur accélération a_A entre N_1 et M_2 (retour dans la zone A), puis a_C entre M_2 et N_2 (zone C).

Données utiles $R_2 = 2{,}7$ cm ; figure 5 : en N_1, $t = 2{,}65 \times 10^{-8}$ s et $v = 3{,}1 \times 10^{6}$ m · s^{-1} ; en M_2, $t = 2{,}90 \times 10^{-8}$ s et $v = 4{,}4 \times 10^{6}$ m · s^{-1}

Entre N_1 et M_2 : le mouvement est rectiligne et le graphe de $v(t)$ est un segment de droite. L'accélération est constante, égale au coefficient directeur de ce segment :

$$a_A = \frac{v_{\mathrm{M}_2} - v_{\mathrm{N}_1}}{t_{\mathrm{M}_2} - t_{\mathrm{N}_1}} = \frac{(4{,}4 - 3{,}1) \times 10^{6}}{(2{,}90 - 2{,}65) \times 10^{-8}} = 5{,}2 \times 10^{14} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Entre M_2 et N_2 : le palier de la figure 5 montre que la vitesse est constante, $v_2 = 4{,}4 \times 10^{6}$ m · s^{-1}. Le mouvement est circulaire uniforme, de rayon R_2 : $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$ et l'accélération se réduit à sa composante normale.

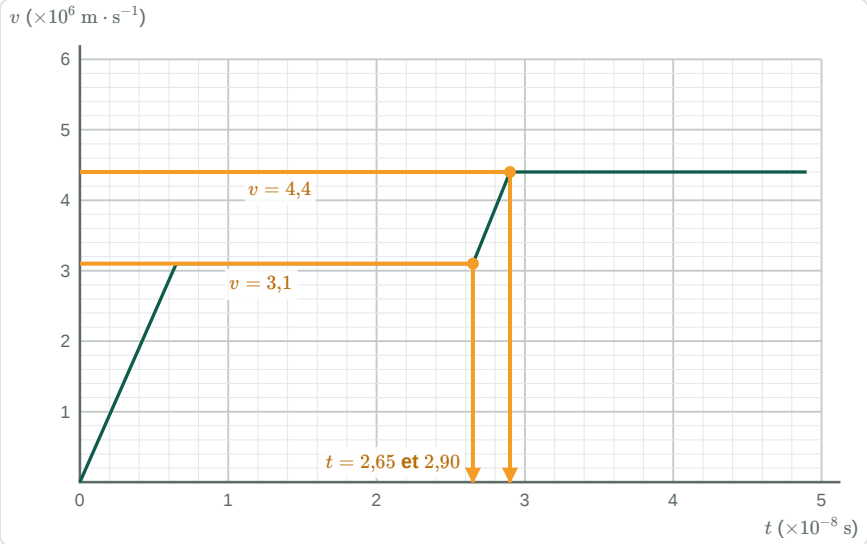
$$a_C = \frac{v_2^2}{R_2} = \frac{(4{,}4 \times 10^{6})^2}{2{,}7 \times 10^{-2}} = 7{,}2 \times 10^{14} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$a_A = 5{,}2 \times 10^{14}$ m · s^{-2} et $a_C = 7{,}2 \times 10^{14}$ m · s^{-2}

PIÈGE
Dire $a_C = 0$ parce que la vitesse est constante sur le palier. La valeur de la vitesse ne change pas, mais sa direction tourne : l'accélération normale $\dfrac{v^2}{R}$ n'est pas nulle.

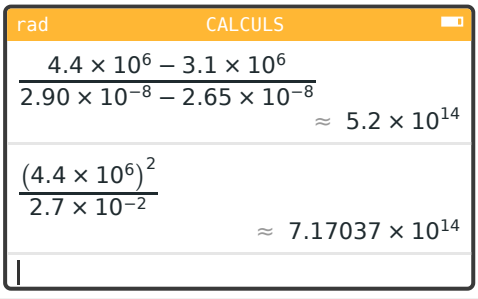
COMPRENDRE
Le champ électrique a la même valeur qu'à l'aller : on attend a_A proche de $4{,}8 \times 10^{14}$ m · s^{-2} (Q1). L'écart vient de la lecture : la durée, très courte, n'est lue qu'à $0{,}05 \times 10^{-8}$ s près.

MÉTHODE
Vérification de a_C avec Q4 : $a_C = \dfrac{e\, v_2\, B}{m}$ donne aussi $7{,}2 \times 10^{14}$ m · s^{-2}.



Q7 · Figure 5 du sujet, avec les lectures aux points N1 et M2

À LA CALCULATRICE



Une jeune astronome

Bac 2024 Polynésie Jour 1 · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

Q1 La lunette astronomique est un système optique afocal. Donner la signification du terme afocal.

Un système afocal donne, d'un objet situé à l'infini, une image elle aussi située à l'infini.

Des rayons qui entrent parallèles entre eux dans la lunette en ressortent parallèles entre eux : le système n'a pas de foyer.

COMPRENDRE
C'est réalisé quand le foyer image F_1' de l'objectif est confondu avec le foyer objet F_2 de l'oculaire, comme sur le document réponse. L'œil observe alors sans accommoder.

Q2 Placer les termes objectif et oculaire sur le schéma du document réponse.

La lentille L_1, qui reçoit la lumière venant de l'astre, est l'**objectif**.

La lentille L_2, derrière laquelle se place l'œil, est l'**oculaire**.

L_1 : objectif ; L_2 : oculaire (schéma complété en Q3).

MÉTHODE
L'objectif est du côté de l'objet, l'oculaire du côté de l'œil. Autre repère : l'objectif a la plus grande distance focale ($O_1F_1' > O_2F_2'$ sur le schéma).

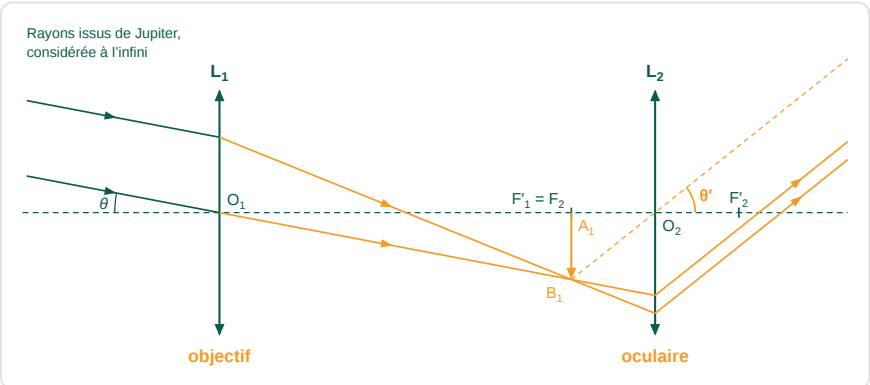
Q3 Tracer, sur le schéma du document réponse, le trajet des rayons arrivant de Jupiter considéré comme situé à l'infini, en faisant figurer les traits de construction.

- Le rayon qui passe par le centre optique O_1 traverse l'objectif sans être dévié. Il coupe le plan focal image de L_1 au point B_1, à la verticale de F_1'.
- L'objet étant à l'infini, le second rayon émerge de L_1 en passant lui aussi par B_1 : l'image intermédiaire est A_1B_1, avec A_1 en F_1'.
- B_1 est dans le plan focal objet de L_2 : les rayons sortent de l'oculaire parallèles entre eux. Leur direction est celle de la droite (B_1O_2), tracée en pointillés (trait de construction).

Les deux rayons se croisent en B_1 puis émergent de L_2 parallèlement à (B_1O_2).

PIÈGE
Faire converger les rayons en F_1' : ce n'est vrai que pour des rayons parallèles à l'axe optique. Ici ils sont inclinés et se croisent en B_1, dans le plan focal mais hors de l'axe.

MÉTHODE
Après L_2, il manque une direction. On trace le rayon fictif issu de B_1 et passant par O_2, non dévié, puis on mène les rayons émergents parallèlement à lui, à partir de leur point d'arrivée sur L_2.



Q3 · Document réponse complété (Q2, Q3 et Q4) : en orange, ce que l'élève ajoute

Q4 Placer, sur le schéma du document réponse, l'angle apparent θ' de l'objet à travers la lunette.

θ' est l'angle sous lequel l'œil voit l'image donnée par la lunette : c'est l'angle entre l'axe optique et la direction des rayons émergents.

θ' est placé en O_2, entre l'axe optique et la droite (B_1O_2) (schéma de Q3).

COMPRENDRE
On peut aussi le marquer là où un rayon émergent coupe l'axe optique : ces rayons étant parallèles à (B_1O_2), l'angle est le même. Il est nettement plus grand que θ.

Q5 Donner la définition du grossissement G de la lunette. Montrer que $G = \frac{f_1'}{f_2'}$ et vérifier que les grossissements annoncés par le fabricant sont corrects.

Données utiles $f_1' = 60{,}0$ cm ; oculaires : $f_2' = 4$ mm et $f_2' = 20$ mm ; pour les petits angles, $\tan\theta \approx \theta$

Définition : $G = \frac{\theta'}{\theta}$, où θ est l'angle sous lequel l'objet est vu à l'œil nu et θ' l'angle sous lequel il est vu à travers la lunette.

Triangle $O_1A_1B_1$, rectangle en A_1 : $\tan\theta = \frac{A_1B_1}{O_1A_1} = \frac{A_1B_1}{f_1'}$, donc $\theta \approx \frac{A_1B_1}{f_1'}$.

Triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en A_1 : $\tan\theta' = \frac{A_1B_1}{O_2A_1} = \frac{A_1B_1}{f_2'}$, donc $\theta' \approx \frac{A_1B_1}{f_2'}$.

$$G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{A_1B_1}{f_2'} \times \frac{f_1'}{A_1B_1} = \frac{f_1'}{f_2'}$$

Avec $f_1' = 600$ mm : $G = \frac{600}{20} = 30$ et $G = \frac{600}{4} = 150$.

$G = \frac{f_1'}{f_2'}$; on trouve $G = 30$ et $G = 150$: les grossissements annoncés ($\times 30$ et $\times 150$) sont corrects.

PIÈGE
Diviser 60,0 par 4 ou par 20 sans convertir : les deux distances focales doivent être dans la même unité. G est un rapport de longueurs, il n'a pas d'unité.

COMPRENDRE
Le plus fort grossissement s'obtient avec l'oculaire de plus courte distance focale. L'égalité $\tan\theta \approx \theta$ n'est valable que pour un angle exprimé en radians.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$\frac{600}{20}$ ≈ 30
$\frac{600}{4}$ ≈ 150

Q6 Indiquer la meilleure situation pour observer Jupiter. Calculer alors la valeur de la distance Terre-Jupiter D_{TJ}.

Données utiles $D_{TS} = 1{,}5 \times 10^8$ km ; $D_{JS} = 7{,}8 \times 10^8$ km

Jupiter s'observe le mieux quand elle est la plus proche de la Terre, c'est-à-dire en **opposition** : son diamètre apparent est alors le plus grand.

Dans cette position, le Soleil, la Terre et Jupiter sont alignés dans cet ordre (figure 2) :

$$D_{TJ} = D_{JS} - D_{TS} = 7{,}8 \times 10^8 - 1{,}5 \times 10^8 = 6{,}3 \times 10^8 \text{ km}$$

Jupiter en opposition : $D_{TJ} = 6{,}3 \times 10^8$ km

COMPRENDRE
En conjonction, les distances s'ajoutent : $D_{TJ} = 9{,}3 \times 10^8$ km, et Jupiter se trouve dans la direction du Soleil, donc noyée dans sa lumière. Deux chiffres significatifs, comme les données.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$7.8 \times 10^8 - 1.5 \times 10^8$ ≈ 6.3×10^8

Q7 Calculer le diamètre apparent θ de la grande tache rouge vue à l'œil nu.

Données utiles diamètre de la tache $D = 1{,}5 \times 10^4$ km ; $D_{TJ} = 6{,}3 \times 10^8$ km (Q6)

Dans le triangle rectangle de la figure 3 : $\tan\theta = \frac{D}{D_{TJ}}$. L'angle étant très petit, $\tan\theta \approx \theta$:

$$\theta = \frac{D}{D_{TJ}} = \frac{1{,}5 \times 10^4}{6{,}3 \times 10^8} = 2{,}4 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

$\theta = 2{,}4 \times 10^{-5}$ rad

PIÈGE
La lettre D désigne ici le diamètre de la tache, pas celui de l'objectif (50 mm). Les deux longueurs du quotient sont dans la même unité (km) : aucune conversion n'est nécessaire, et le résultat est en radians.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$\frac{1.5 \times 10^4}{6.3 \times 10^8}$ ≈ 2.380952×10^{-5}

Q8 Calculer la valeur du diamètre apparent θ' de la grande tache rouge vue à travers la lunette avec le plus petit grossissement de la lunette.

Données utiles $G = 30$ (Q5) ; $\theta = \dfrac{D}{D_{TJ}}$ (Q7)

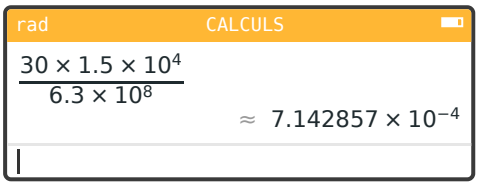
D'après la définition du grossissement, $G = \dfrac{\theta'}{\theta}$, donc $\theta' = G \times \theta$ avec $G = 30$:

$$\theta' = G \times \frac{D}{D_{TJ}} = 30 \times \frac{1{,}5 \times 10^{4}}{6{,}3 \times 10^{8}} = 7{,}1 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$\theta' = 7{,}1 \times 10^{-4}$ rad

MÉTHODE
On reprend la valeur non arrondie de θ (ou son expression). Avec la valeur arrondie $2{,}4 \times 10^{-5}$ rad, on obtiendrait $7{,}2 \times 10^{-4}$ rad : l'écart vient de l'arrondi et ne change pas la conclusion.

À LA CALCULATRICE



Q9 Déterminer si l'élève pourra voir la grande tache rouge avec cette lunette au plus petit grossissement.

Données utiles l'œil ne distingue pas deux points si $\theta' < 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad ; $\theta' = 7{,}1 \times 10^{-4}$ rad (Q8)

On compare l'angle sous lequel la tache est vue à travers la lunette à la limite de résolution de l'œil :

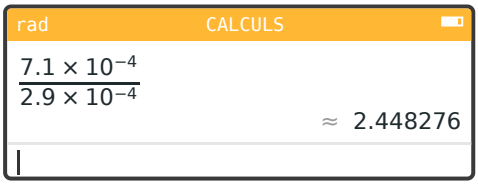
$$\theta' = 7{,}1 \times 10^{-4} \text{ rad} > 2{,}9 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

Les deux bords de la tache sont donc vus séparément.

Oui : même au grossissement $\times 30$, l'élève peut distinguer la grande tache rouge (θ' vaut environ 2,5 fois la limite de l'œil).

COMPRENDRE
À l'œil nu, $\theta = 2{,}4 \times 10^{-5}$ rad est environ douze fois plus petit que la limite : la tache est invisible sans instrument.

À LA CALCULATRICE



Q10 Citer un phénomène optique susceptible de dégrader la visibilité de la grande tache rouge.

La **diffraction** de la lumière par l'ouverture circulaire de l'objectif.

COMPRENDRE
L'image d'un point n'est pas un point mais une petite tache, d'autant plus large que le diamètre de l'objectif est petit (ici 50 mm seulement). Deux détails trop proches se confondent alors.