EXERCICE 2 (5 points)
LA PROTONTHÉRAPIE SAUVE LA VUE

Le cyclotron isochrone Medicyc de Nice, est un accélérateur de particules pionnier dans le traitement des cancers par protonthérapie.
Cette technique de médecine nucléaire très précise, accélère des protons leur permettant d'atteindre à leur sortie, une énergie cinétique suffisante pour pénétrer l'œil jusqu'à la rétine comme représenté sur la figure 1.
Ils déposent alors avec précision cette grande quantité d'énergie sur la tumeur rétinienne cible qui est détruite, tout en épargnant les tissus sains et le nerf optique. La vue du patient est sauvée !
Sources : Dans l'œil du cyclotron-Pierre Mandrillon 2016

L'objectif de cet exercice est de décrire le mouvement d'un proton dans les différentes zones du cyclotron.

Données :

- Un cyclotron est constitué des zones B et C qui sont des cavités semi-circulaires de rayon R_{max} = 69 cm, séparées par un intervalle étroit qui correspond à la zone A.
- Un cyclotron est un accélérateur de particules qui utilise l'action successive d'un champ électrique $\vec{E}$ (dans la zone A) et d'un champ magnétique $\vec{B}$ (dans les zones B et C).

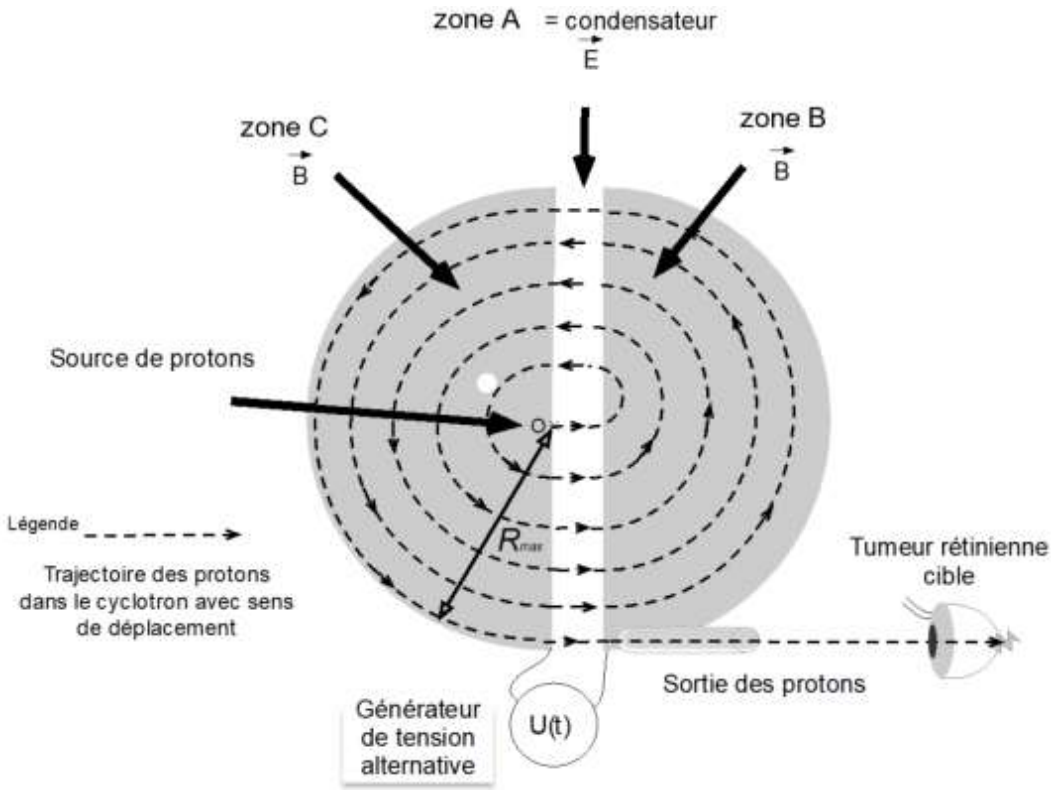


Figure 1. Vue de dessus des zones du cyclotron.

Dans le cadre de l'exercice on supposera que le proton étudié est injecté au point O sans vitesse initiale, et suit les lois de Newton.

Mouvement du proton dans la zone A de O à M_1.

La zone A, est modélisée par un condensateur plan alimenté par une tension *U(t)* alternative, figure 2.

Il y règne un champ électrique $\vec{E}$ uniforme, qui a pour valeur : $E = \frac{|U|}{d}$

À $t = 0$, un proton entre dans la zone A, en O, sans vitesse initiale.

Il arrive sur l'autre armature en M_1, avec une vitesse de valeur v_1.

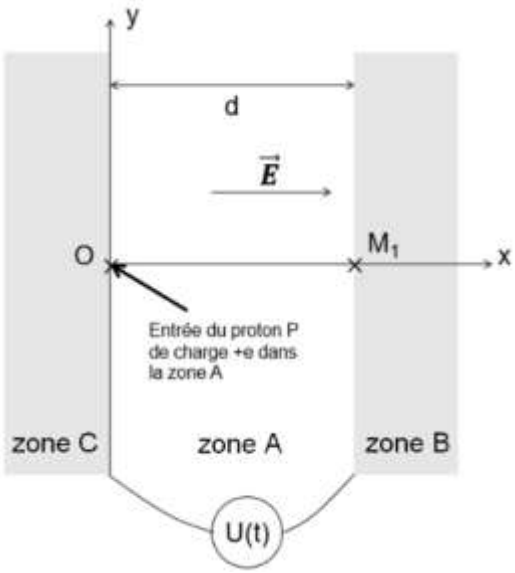


Figure 2. Modélisation de la zone A du cyclotron par un condensateur plan.

Données :

- Charge électrique du proton : $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C ;
- Le poids du proton est négligeable devant la force électrique ;
- Masse du proton : $m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg ;
- La largeur de la zone A est : $d = 1{,}0$ cm ;
- Le repère d'étude dans la zone A est le repère (O,x,y) ;
- Unité d'énergie : 1 eV = $1{,}6 \times 10^{-19}$ J ;
- Tension appliquée dans la zone A : $U = 50$ kV.

Q1. En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ du proton dans la zone A, en fonction de *e*, *m* et $\vec{E}$, et en déduire ses caractéristiques : direction, sens et valeur. Conclure quant à la nature du mouvement du proton dans la zone A.

Q2. Établir la coordonnée $v_x(t)$ du proton dans le repère (O,x,y) et montrer, avec la méthode de votre choix, que la valeur du vecteur vitesse $\vec{v_1}$ du proton au point M_1, a pour expression :

$$v_1 = v_x(t_1) = \sqrt{\frac{2e \cdot U}{m}}$$

Q3. En déduire les caractéristiques, direction, sens et valeur, du vecteur vitesse $\vec{v_1}$ au point M_1.

Mouvement du proton dans la zone B de M_1 à N_1.

Le proton atteint la zone B au point M_1, avec la vitesse $\vec{v_1}$ où règne uniquement un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme, figure 3. Il est soumis à une force magnétique $\vec{F_m}$ ainsi qu'à son poids.

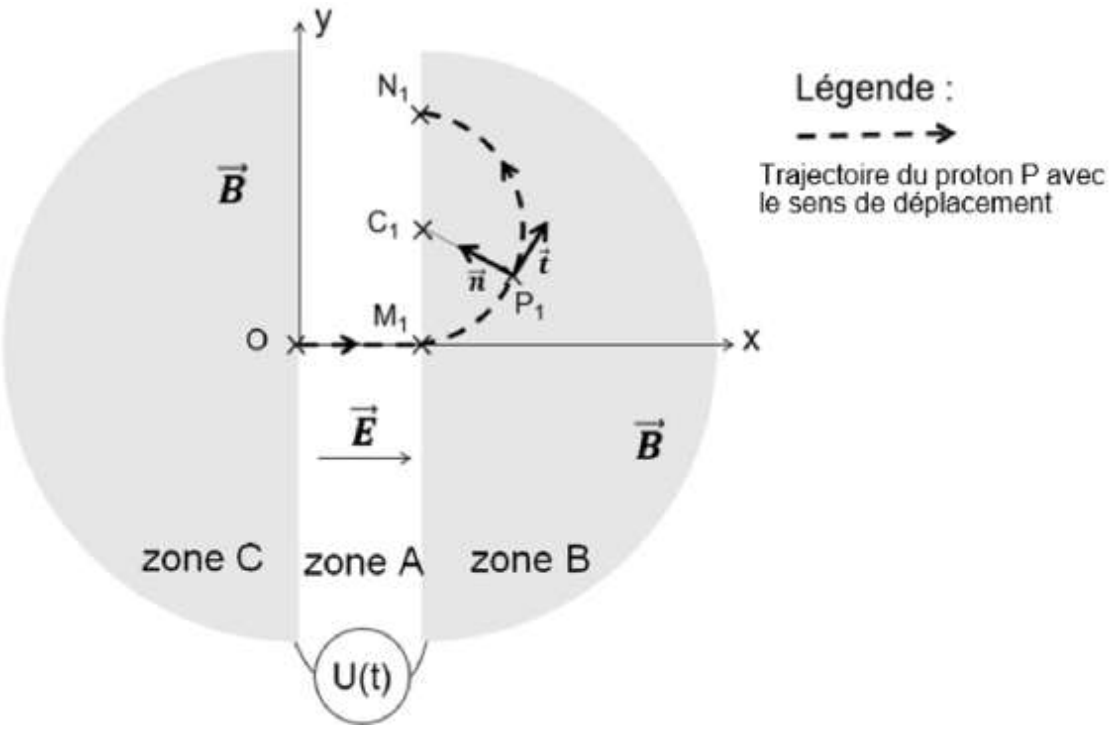


Figure 3. Trajectoire du proton dans les zones A et B du cyclotron.

Données :

- La trajectoire du proton dans la zone B est circulaire, il parcourt un demi-cercle de rayon : $R_1 = C_1P_1 = 1{,}9$ cm ;
- Le repère d'étude pour la zone B est le repère de Frenet $(P_1, \vec{t}, \vec{n})$;
- Force du champ magnétique uniforme sur le proton : $F_m = (e \cdot v \cdot B) \cdot \vec{n}$ où $\vec{n}$ est le vecteur du repère de Frenet $(P_1, \vec{t}, \vec{n})$;
- Vecteur accélération dans la base de Frenet : $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{t} + \frac{v^2}{R} \cdot \vec{n}$;
- Masse du proton : $m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg ;
- Dans la zone B, le champ magnétique a une valeur constante : $B = 1{,}7$ T où T est le symbole du tesla, unité de champ magnétique ;
- On néglige le poids du proton devant la force magnétique.

Q4. En utilisant la deuxième loi de Newton, établir l'expression littérale du vecteur accélération $\vec{a}$ du proton en P_1 et donner ses caractéristiques : direction et sens.

Q5. Montrer que le mouvement circulaire du proton est uniforme et établir que l'expression de la valeur de sa vitesse est : $v = \frac{e \cdot R_1 \cdot B}{m}$.

Q6. Calculer la valeur de la vitesse v et expliquer pourquoi on retrouve la valeur v_1 de la question Q3.

Retour du proton dans la zone A puis entrée dans la zone C.

Le proton quitte la zone B et revient dans la zone A en N_1. Pendant que le proton était dans la zone B, le signe de la tension $U(t)$ a changé pour inverser le sens du champ $\vec{E}$, ce qui lui permet de subir une nouvelle accélération jusqu'au point M_2. Il entre dans la zone C, où il décrit un demi-cercle de rayon $C_2P_2 = R_2$ tel que : $R_2 > R_1$, pour en ressortir en N_2, figure 4.

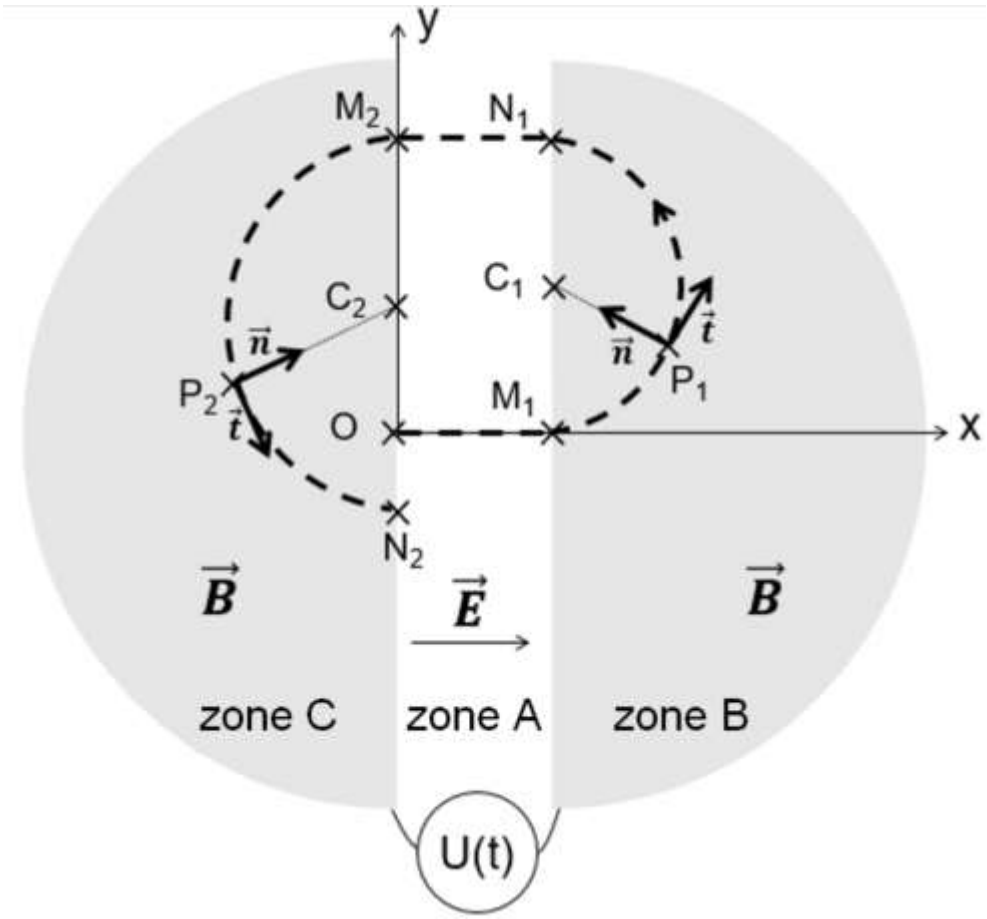


Figure 4. Trajectoire du proton pour un tour dans le cyclotron.

La figure 5 représente la valeur de la vitesse du proton en fonction du temps, lorsqu'il parcourt un tour dans le cyclotron : du point O, au point N_2.

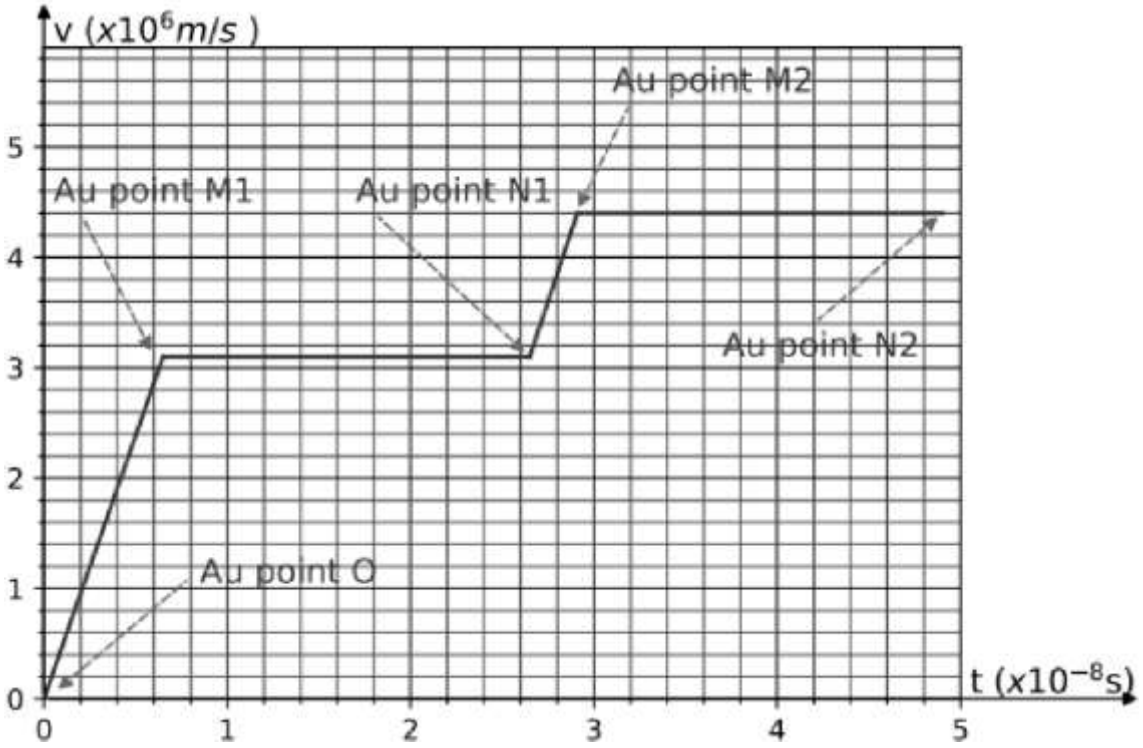


Figure 5. Valeur de la vitesse *v* du proton en fonction du temps.

Données :

- Les repères d'étude sont : le repère orthonormé (O,x,y) pour la zone A et le repère local de Frenet $(P, \vec{t}, \vec{n})$ pour les zones B et C avec P le centre du proton ;
- Zone C : Rayon de la trajectoire circulaire : $R_2 = C_2P_2 = 2{,}7$ cm.

Q7. Déterminer à l'aide des figures 4 et 5 la valeur du vecteur accélération :

- Entre les points N_1 et M_2 : retour dans la zone A, la valeur du vecteur accélération sera notée a_A ;
- Entre les points M_2 et N_2 : passage dans la zone C, la valeur du vecteur accélération sera notée a_C.