Corrigé complet — Bac 2024 Métropole Septembre Jour 1

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**L'acide citrique comme produit ménager** Groupes caractéristiques · Spectroscopie infrarouge · Diagramme de distribution · Constante d'acidité · Titrage pH-métrique · Dilution	9 pts	1 h 35	14 questions	p. 2
Ex 2	**La découverte de Neptune** Lois de Kepler · Troisième loi de Kepler · Incertitude-type et valeur de référence · Diamètre apparent · Lunette astronomique afocale · Grossissement	5 pts	53 min	9 questions	p. 9
Ex 3	**Étude d'une bouteille isotherme** Modes de transfert thermique · Premier principe de la thermodynamique · Capacité thermique · Bilan d'énergie · Flux et résistance thermiques	6 pts	1 h 03	10 questions	p. 13

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

L'acide citrique comme produit ménager

Bac 2024 Métropole Septembre Jour 1 · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 35**

Q1 Nommer les groupes caractéristiques 1 et 2 encadrés sur la formule topologique de l'acide citrique. Préciser celui qui est responsable des propriétés acides de la molécule dans l'eau.

Groupe 1 ($-\mathrm{COOH}$) : groupe **carboxyle** (famille des acides carboxyliques).

Groupe 2 ($-\mathrm{OH}$ porté par un carbone tétraédrique) : groupe **hydroxyle** (famille des alcools).

Le groupe carboxyle peut céder un ion $\mathrm{H^+}$ à l'eau ; la molécule en possède trois, d'où le nom de triacide.

Groupe 1 : carboxyle ; groupe 2 : hydroxyle. Le groupe carboxyle est responsable de l'acidité.

PIÈGE
Répondre « acide carboxylique » et « alcool » : ce sont des noms de familles. Le sujet demande le nom des groupes : carboxyle et hydroxyle.

Q2 Justifier que le spectre infrarouge de la figure 1 est compatible avec la structure chimique de l'acide citrique.

On retrouve sur le spectre les bandes des liaisons présentes dans la molécule :

- une bande forte et très large entre 2800 et 3400 $\mathrm{cm^{-1}}$: liaison $\mathrm{O-H}$ des groupes carboxyle ;
- des bandes fortes entre 3100 et 3500 $\mathrm{cm^{-1}}$ (vers 3300 et 3500 $\mathrm{cm^{-1}}$) : liaison $\mathrm{O-H}$ du groupe hydroxyle ;
- une bande forte entre 1700 et 1800 $\mathrm{cm^{-1}}$: liaison $\mathrm{C=O}$ des groupes carboxyle ;
- des bandes fortes entre 1200 et 1300 $\mathrm{cm^{-1}}$: liaisons $\mathrm{C-O}$.

Les bandes $\mathrm{O-H}$ (acide et alcool), $\mathrm{C=O}$ et $\mathrm{C-O}$ sont présentes : le spectre est compatible avec l'acide citrique.

MÉTHODE
Lister d'abord les liaisons de la molécule, puis chercher chaque bande sur le spectre en citant son intervalle de nombre d'onde. L'axe est gradué de droite à gauche, avec un changement d'échelle à 2000 $\mathrm{cm^{-1}}$.

Q3 Proposer une explication de la différence entre la solubilité dans l'eau de l'acide citrique (592 $\mathrm{g \cdot L^{-1}}$) et celle de l'hexane (9,5 $\mathrm{mg \cdot L^{-1}}$).

L'eau est un solvant polaire, dont les molécules établissent des liaisons hydrogène.

La molécule d'acide citrique possède trois groupes carboxyle et un groupe hydroxyle : ses liaisons $\mathrm{O-H}$ et $\mathrm{C=O}$ sont polarisées et elle établit de nombreuses liaisons hydrogène avec les molécules d'eau.

L'hexane ne contient que des liaisons $\mathrm{C-C}$ et $\mathrm{C-H}$, très peu polarisées : la molécule est apolaire et ne peut pas établir de liaison hydrogène avec l'eau.

L'acide citrique, polaire et lié à l'eau par des liaisons hydrogène, est très soluble ; l'hexane, apolaire, est presque insoluble.

COMPRENDRE
Les deux solubilités ne sont pas dans la même unité : 592 $\mathrm{g \cdot L^{-1}}$ contre $9{,}5 \times 10^{-3}$ $\mathrm{g \cdot L^{-1}}$, soit un rapport d'environ 60 000.

Q4 Attribuer à chaque courbe numérotée du diagramme de distribution de l'acide citrique l'espèce chimique correspondante. Justifier ces attributions.

Données utiles $\mathrm{p}K_{A1} = 3{,}1$; $\mathrm{p}K_{A2} = 4{,}8$; $\mathrm{p}K_{A3} = 6{,}4$

Plus le pH augmente, plus l'espèce majoritaire a cédé d'ions H^+. Les domaines de prédominance sont : $\mathrm{H_3A}$ pour $\mathrm{pH} < 3{,}1$; $\mathrm{H_2A^-}$ entre 3,1 et 4,8 ; $\mathrm{HA^{2-}}$ entre 4,8 et 6,4 ; $\mathrm{A^{3-}}$ pour $\mathrm{pH} > 6{,}4$.

- Courbe 1 : maximale vers $\mathrm{pH} = 4$, entre $\mathrm{p}K_{A1}$ et $\mathrm{p}K_{A2}$: c'est $\mathrm{H_2A^-}$.
- Courbe 2 : maximale vers $\mathrm{pH} = 5{,}6$, entre $\mathrm{p}K_{A2}$ et $\mathrm{p}K_{A3}$: c'est $\mathrm{HA^{2-}}$.
- Courbe 3 : tend vers 100 % en milieu basique : c'est $\mathrm{A^{3-}}$.

Vérification : les courbes 1 et 2 se croisent à $\mathrm{pH} \approx 4{,}8 = \mathrm{p}K_{A2}$, les courbes 2 et 3 à $\mathrm{pH} \approx 6{,}4 = \mathrm{p}K_{A3}$.

Courbe 1 : $\mathrm{H_2A^-}$; courbe 2 : $\mathrm{HA^{2-}}$; courbe 3 : $\mathrm{A^{3-}}$.

PIÈGE
Attribuer la courbe 1 à $\mathrm{H_3A}$. La courbe de $\mathrm{H_3A}$ partirait de 100 % à $\mathrm{pH} = 0$: elle n'est pas tracée sur ce diagramme, qui ne montre que trois des quatre espèces.

Q5 Estimer, à l'aide du diagramme de distribution, les proportions en pourcentage des espèces $\mathrm{H_3A}$ et $\mathrm{H_2A^-}$ dans la solution de pH environ 2,3.

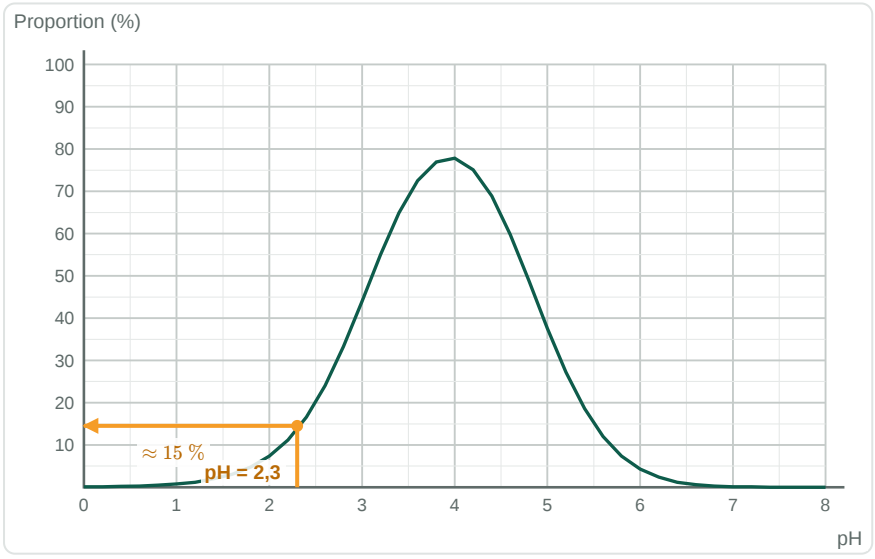
Données utiles courbe 1 : $\mathrm{H_2A^-}$ (Q4)

À $\mathrm{pH} = 2{,}3$, on lit sur la courbe 1 une proportion d'environ 15 % pour $\mathrm{H_2A^-}$.

Les courbes 2 et 3 sont à 0 % : il n'y a ni $\mathrm{HA^{2-}}$ ni $\mathrm{A^{3-}}$. La courbe de $\mathrm{H_3A}$ n'est pas tracée ; la somme des proportions valant 100 %, celle de $\mathrm{H_3A}$ est $100 - 15 = 85$ %.

Environ 15 % de $\mathrm{H_2A^-}$ et 85 % de $\mathrm{H_3A}$.

COMPRENDRE
La lecture se fait à quelques pour cent près (une graduation vaut 5 %). Une valeur entre 13 % et 15 % pour $\mathrm{H_2A^-}$ est acceptable.



Q5 · Courbe 1 du diagramme de distribution (espèce $\mathrm{H_2A^-}$) : lecture à pH = 2,3

Q6 En déduire, par le calcul, qu'à pH = 2,3 les concentrations sont voisines de $[H_3A]_{éq} = 2{,}2 \times 10^{-2}\ mol \cdot L^{-1}$ et $[H_2A^-]_{éq} = 3{,}9 \times 10^{-3}\ mol \cdot L^{-1}$.

Données utiles $c = 2{,}6 \times 10^{-2}\ mol \cdot L^{-1}$; proportions : 85 % et 15 % (Q5)

La concentration apportée c se répartit entre les deux seules espèces présentes : $c = [H_3A]_{éq} + [H_2A^-]_{éq}$. Chaque concentration est le produit de la proportion par c.

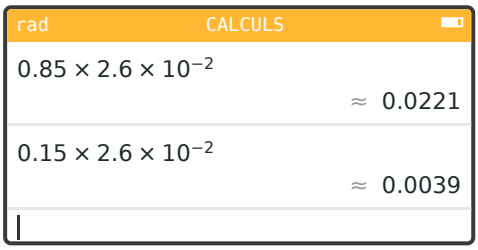
$[H_3A]_{éq} = 0{,}85 \times c = 0{,}85 \times 2{,}6 \times 10^{-2} = 2{,}2 \times 10^{-2}\ mol \cdot L^{-1}$

$[H_2A^-]_{éq} = 0{,}15 \times c = 0{,}15 \times 2{,}6 \times 10^{-2} = 3{,}9 \times 10^{-3}\ mol \cdot L^{-1}$

$[H_3A]_{éq} = 2{,}2 \times 10^{-2}\ mol \cdot L^{-1}$ et $[H_2A^-]_{éq} = 3{,}9 \times 10^{-3}\ mol \cdot L^{-1}$: ce sont les valeurs attendues.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme c et comme les proportions lues sur le graphique.

À LA CALCULATRICE



Q7 Donner l'expression de la constante d'acidité K_{A1} du couple $H_3A\,(aq)/H_2A^-\,(aq)$ en fonction des concentrations à l'équilibre et de c°. En déduire l'égalité $\dfrac{[H_2A^-]_{éq}}{[H_3A]_{éq}} = 10^{pH - pK_{A1}}$.

Pour la réaction $H_3A\,(aq) + H_2O\,(l) \longrightarrow H_2A^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq)$:

$$K_{A1} = \frac{[H_2A^-]_{éq} \times [H_3O^+]_{éq}}{[H_3A]_{éq} \times c^\circ}$$

On isole le quotient : $\dfrac{[H_2A^-]_{éq}}{[H_3A]_{éq}} = \dfrac{K_{A1} \times c^\circ}{[H_3O^+]_{éq}}$.

Or $K_{A1} = 10^{-pK_{A1}}$ et $[H_3O^+]_{éq} = c^\circ \times 10^{-pH}$, donc :

$$\frac{[H_2A^-]_{éq}}{[H_3A]_{éq}} = \frac{10^{-pK_{A1}} \times c^\circ}{c^\circ \times 10^{-pH}} = 10^{-pK_{A1}+pH}$$

$\dfrac{[H_2A^-]_{éq}}{[H_3A]_{éq}} = 10^{pH - pK_{A1}}$

PIÈGE
Faire figurer l'eau dans K_{A1} : c'est le solvant, son activité vaut 1. Autre erreur fréquente : inverser le quotient, la base H_2A^- est au numérateur.

Q8 Déterminer si les proportions du diagramme de distribution à pH = 2,3 sont cohérentes avec la valeur du quotient $\dfrac{[H_2A^-]_{éq}}{[H_3A]_{éq}}$ calculée à l'aide de la relation de la question Q7.

Données utiles $pH = 2{,}3$; $pK_{A1} = 3{,}1$; proportions : 15 % et 85 % (Q5)

Avec la relation de Q7 : $\dfrac{[H_2A^-]_{éq}}{[H_3A]_{éq}} = 10^{2{,}3-3{,}1} = 10^{-0{,}8} = 0{,}16$

Avec le diagramme : $\dfrac{[H_2A^-]_{éq}}{[H_3A]_{éq}} = \dfrac{15}{85} = 0{,}18$

Les deux valeurs sont proches (écart d'environ 10 %). Cet écart s'explique par la précision de la lecture graphique et par le pH, donné à 0,1 près (« environ 2,3 »).

0,16 par le calcul et 0,18 par le diagramme : les proportions lues sont cohérentes avec la relation de Q7.

COMPRENDRE
Un quotient de 0,16 correspond à une proportion de H_2A^- de $\dfrac{0{,}16}{1{,}16} \approx 14\ \%$: c'est bien ce que montre la courbe 1, à la précision de la lecture.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$10^{2.3-3.1}$ ≈ 0.1584893

$\frac{15}{85}$ ≈ 0.1764706

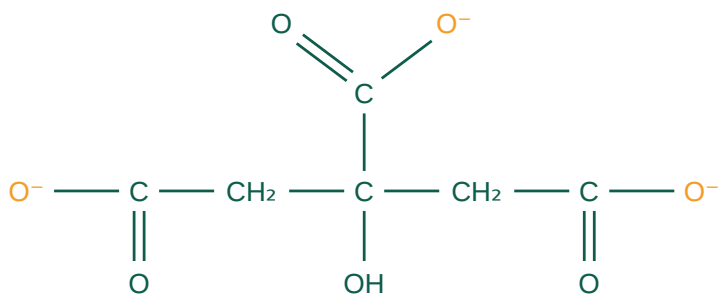
Q9 À partir de la formule topologique de l'acide citrique H_3A, représenter la formule semi-développée de l'ion A^{3-}.

L'ion A^{3-} est obtenu quand les trois groupes carboxyle $-COOH$ ont chacun cédé un ion H^+ : ils deviennent trois groupes carboxylate $-COO-$. Le groupe hydroxyle n'est pas modifié.

La chaîne compte cinq atomes de carbone ; le carbone central porte le groupe hydroxyle et le troisième groupe carboxylate.

A^{3-} : $^-OOC-CH_2-C(OH)(COO^-)-CH_2-COO^-$ (formule semi-développée ci-dessous).

PIÈGE
Retirer aussi l'atome d'hydrogène du groupe hydroxyle : un alcool n'est pas acide dans l'eau. Ne pas oublier les deux groupes CH_2, invisibles sur la formule topologique.



Q9 · Formule semi-développée de l'ion citrate A^{3-} : les trois groupes carboxyle ont perdu leur ion H^+

Q10 Proposer un protocole expérimental permettant de diluer 10 fois le jus de citron filtré. Justifier la verrerie utilisée.

Diluer 10 fois : $F = \frac{V_{\text{fille}}}{V_{\text{mère}}} = 10$. On choisit $V_{\text{mère}} = 10{,}0$ mL et $V_{\text{fille}} = 100{,}0$ mL (il faut au moins 25,0 mL de solution diluée et on dispose de 46 mL de jus).

- Verser du jus filtré dans un bécher ; en prélever 10,0 mL avec une pipette jaugée de 10,0 mL munie d'une propipette.
- Introduire ce prélèvement dans une fiole jaugée de 100,0 mL.
- Ajouter de l'eau distillée aux trois quarts, boucher, agiter.
- Compléter avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge, boucher, homogénéiser.

Justification : la pipette jaugée et la fiole jaugée sont de la verrerie de précision ; elles garantissent un facteur de dilution précis, nécessaire pour un dosage.

Pipette jaugée de 10,0 mL et fiole jaugée de 100,0 mL : $F = \frac{100{,}0}{10{,}0} = 10$.

PIÈGE
Utiliser une éprouvette graduée ou un bécher pour mesurer les volumes : ils ne sont pas assez précis. Ne jamais pipeter directement dans le flacon de jus.

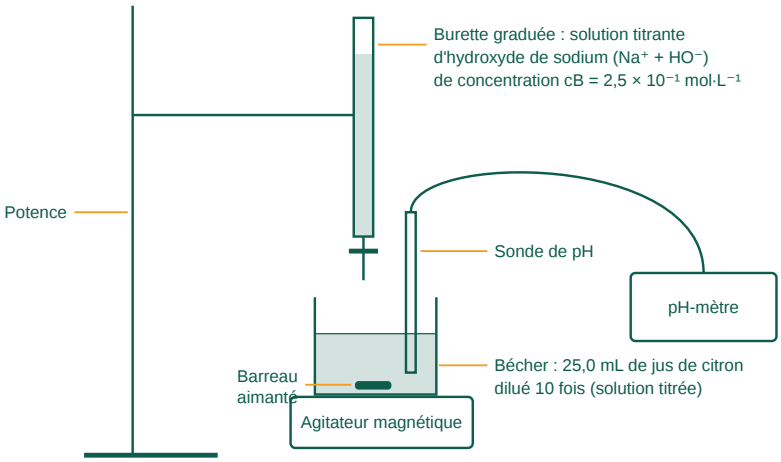
Q11 Réaliser un schéma légendé du dispositif de titrage, en nommant le matériel et les solutions utilisées.

Le schéma comporte :

- la burette graduée, fixée à une potence, contenant la solution titrante d'hydroxyde de sodium ($\mathrm{Na^+(aq) + HO^-(aq)}$, $c_B = 2{,}5 \times 10^{-1}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$) ;
- le bécher contenant la solution titrée : $V_{\text{dilué}} = 25{,}0$ mL de jus de citron dilué ;
- la sonde de pH plongée dans le bécher et reliée au pH-mètre ;
- l'agitateur magnétique et son barreau aimanté.

Schéma légendé ci-dessous : burette (solution titrante), bécher (solution titrée), pH-mètre, agitation.

MÉTHODE
Sur un schéma de titrage, chaque solution est nommée avec son rôle (titrante ou titrée) et les grandeurs connues : concentration pour la burette, volume prélevé pour le bécher.



Q11 · Dispositif du titrage pH-métrique du jus de citron dilué

Q12 Choisir dans le tableau, en justifiant, un indicateur coloré adapté à ce titrage. Préciser, en justifiant, le changement de couleur de l'indicateur coloré à l'équivalence.

Données utiles figure 2 ; zones de virage : hélianthine 3,1 – 4,4 ; rouge de méthyle 4,2 – 6,2 ; bleu de bromothymol 6,0 – 7,6 ; phénolphtaléine 8,2 – 10,0

L'équivalence est repérée par le maximum de la courbe dérivée : $V_E = 8{,}5$ mL. Sur la courbe de pH, le point d'abscisse 8,5 mL a pour ordonnée $\mathrm{pH}_E \approx 9{,}3$.

Un indicateur coloré convient si sa zone de virage contient le pH à l'équivalence. Seule la zone de virage de la phénolphtaléine (8,2 – 10,0) contient 9,3.

Avant l'équivalence, le pH est inférieur à 8,2 : l'indicateur a sa teinte acide, incolore. Juste après l'équivalence, les ions $\mathrm{HO^-}$ sont en excès, le pH dépasse 10 : l'indicateur a sa teinte basique, rose.

Phénolphtaléine ($\mathrm{pH}_E \approx 9{,}3$ dans la zone 8,2 – 10,0) : la solution passe de l'incolore au rose à l'équivalence.

PIÈGE
Choisir le bleu de bromothymol par habitude : ici le pH à l'équivalence n'est pas 7. Sa zone de virage (6,0 – 7,6) est franchie avant 8,5 mL : le volume serait sous-estimé.

Q13 En supposant que l'acide citrique est le seul acide présent dans le fruit, déterminer la masse d'acide citrique présente dans le citron.

Données utiles $V_E = 8{,}5$ mL (Q12) ; $c_B = 2{,}5 \times 10^{-1}$ mol · L^{-1} ; $V_{\text{dilué}} = 25{,}0$ mL ; dilution 10 fois ; $V_{\text{jus}} = 46$ mL ; $M = 192{,}1$ g · mol^{-1}

Équivalence. D'après l'équation $\mathrm{H_3A\,(aq) + 3\,HO^-\,(aq) \longrightarrow A^{3-}\,(aq) + 3\,H_2O\,(l)}$, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques :

$$n(\mathrm{H_3A})_{\text{titré}} = \frac{n(\mathrm{HO^-})_{\text{versé}}}{3}$$

soit $c_{\text{dilué}} \times V_{\text{dilué}} = \dfrac{c_B \times V_E}{3}$.

Concentration du jus dilué.

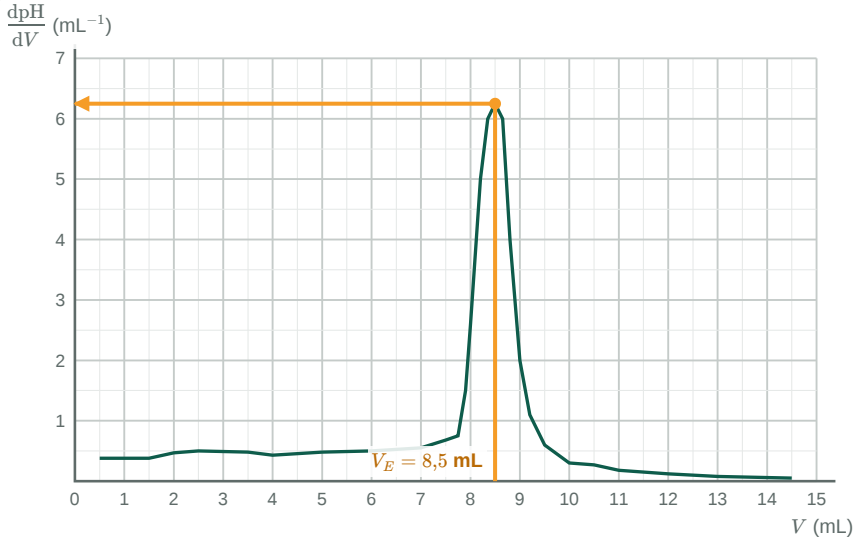
$$c_{\text{dilué}} = \frac{c_B \times V_E}{3 \times V_{\text{dilué}}} = \frac{2{,}5 \times 10^{-1} \times 8{,}5}{3 \times 25{,}0} = 2{,}83 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Concentration du jus. Le jus a été dilué 10 fois : $c_{\text{jus}} = 10 \times c_{\text{dilué}} = 2{,}83 \times 10^{-1}$ mol · L^{-1}.

Masse dans le citron. $m = n \times M = c_{\text{jus}} \times V_{\text{jus}} \times M$

$$m = 2{,}83 \times 10^{-1} \times 46 \times 10^{-3} \times 192{,}1 = 2{,}5\ \text{g}$$

$m = 2{,}5$ g d'acide citrique dans le citron.



Q13 · Courbe dérivée de la figure 2 (allure) : le maximum repère l'équivalence

PIÈGE
Oublier le coefficient 3 de $\mathrm{HO^-}$ (résultat trois fois trop grand), oublier la dilution (dix fois trop petit), ou multiplier par $V_{\text{dilué}}$ au lieu de V_{jus}.

MÉTHODE
Enchaîner quatre étapes en les nommant : relation à l'équivalence, concentration titrée, retour à la solution mère, masse. Garder un chiffre de plus dans les résultats intermédiaires et n'arrondir qu'à la fin.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{2.5 \times 10^{-1} \times 8.5}{3 \times 25.0}$ ≈ 0.02833333

$2.83 \times 10^{-1} \times 46 \times 10^{-3} \times 192.1$ ≈ 2.500758

Q14 La masse d'acide citrique contenue dans une pelle-doseuse est égale à 23 g. En déduire le nombre de citrons apportant la même masse d'acide citrique. Commenter.

Données utiles $m_{\text{pelle}} = 23$ g ; $m = 2{,}5$ g par citron (Q13)

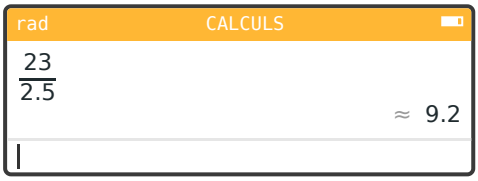
$$N = \frac{m_{\text{pelle}}}{m} = \frac{23}{2{,}5} = 9{,}2$$

Une pelle doseuse apporte autant d'acide citrique qu'environ 9 citrons. L'emballage annonce « 10 citrons » : l'ordre de grandeur est le même, l'écart est de moins de 10 %.

Cet écart est acceptable : la masse d'acide citrique varie d'un citron à l'autre (taille, variété, maturité, volume de jus extrait) et un seul citron a été titré.

$N \approx 9$ citrons : l'indication « 1 pelle doseuse = la puissance de 10 citrons » est vérifiée, à l'ordre de grandeur près.

À LA CALCULATRICE



La découverte de Neptune

Bac 2024 Métropole Septembre Jour 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Nommer la position particulière occupée par le Soleil pour l'ellipse de la figure 1 et préciser le nom de l'astronome qui a établi ce résultat.

Sur la figure 1, le Soleil n'est pas au centre O de l'ellipse : il occupe l'un des deux **foyers** de l'ellipse.

Ce résultat est la première loi de Kepler (loi des orbites).

Le Soleil est à l'un des foyers de l'ellipse ; résultat établi par Johannes **Kepler**.

PIÈGE
Répondre « au centre » : le centre de l'ellipse est le point O, milieu du grand axe. Le Soleil en est décalé.

Q2 Justifier que la période de révolution de Neptune est plus grande que celle d'Uranus.

Pour tous les objets en orbite autour du Soleil, $\frac{T^2}{a^3} = k$ avec k constante, donc $T^2 = k\,a^3$: la période T augmente quand le demi-grand axe a augmente.

Neptune est plus éloignée du Soleil qu'Uranus : $a_N > a_U$, donc $k\,a_N^3 > k\,a_U^3$, soit $T_N^2 > T_U^2$.

$T_N > T_U$: la période de révolution de Neptune est plus grande que celle d'Uranus.

COMPRENDRE
C'est la troisième loi de Kepler (loi des périodes). La constante k ne dépend que de l'astre attracteur, ici le Soleil : elle est la même pour Uranus et Neptune.

Q3 Déterminer, à l'aide de $a_{\text{Réf U}}$, $T_{\text{Réf U}}$ et $a_{\text{Verrier N}}$, la valeur en années de la période de révolution $T_{\text{Verrier N}}$ de Neptune pour l'orbite prévue par Le Verrier.

Données utiles $a_{\text{Réf U}} = 19{,}2$ UA ; $T_{\text{Réf U}} = 84{,}1$ ans ; $a_{\text{Verrier N}} = 36{,}2$ UA

Uranus et Neptune tournent autour du Soleil, le rapport $\frac{T^2}{a^3}$ est le même :

$$\frac{T_{\text{Verrier N}}^2}{a_{\text{Verrier N}}^3} = \frac{T_{\text{Réf U}}^2}{a_{\text{Réf U}}^3} \quad \text{donc} \quad T_{\text{Verrier N}} = T_{\text{Réf U}} \times \sqrt{\left(\frac{a_{\text{Verrier N}}}{a_{\text{Réf U}}}\right)^3}$$

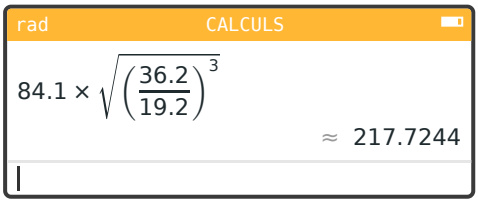
$$T_{\text{Verrier N}} = 84{,}1 \times \sqrt{\left(\frac{36{,}2}{19{,}2}\right)^3} = 218 \text{ ans}$$

$T_{\text{Verrier N}} = 218$ ans

PIÈGE
Inverser les exposants : c'est T^2 et a^3. Un contrôle rapide : Neptune est plus loin qu'Uranus, sa période doit dépasser 84,1 ans (Q2).

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme les trois données. Aucune conversion n'est nécessaire : le rapport des demi-grands axes est sans unité, donc la période sort dans l'unité de $T_{\text{Réf U}}$, l'année.

À LA CALCULATRICE



Q4 Discuter de l'accord du résultat de $T_{\text{Verrier N}}$ avec la valeur de référence actuelle $T_{\text{Réf N}}$.

Données utiles $T_{\text{Verrier N}} = 218$ ans (Q3) ; $u(T_{\text{Verrier N}}) = 13$ ans ; $T_{\text{Réf N}} = 165$ ans

On calcule le quotient :

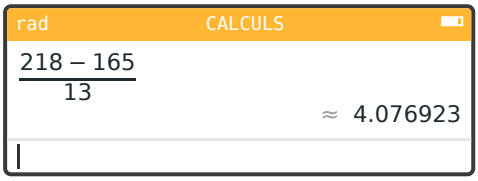
$$\frac{|T_{\text{Verrier N}} - T_{\text{Réf N}}|}{u(T_{\text{Verrier N}})} = \frac{|218 - 165|}{13} \approx 4{,}1$$

L'écart entre la valeur de Le Verrier et la valeur de référence vaut environ 4 incertitudes-types : ce quotient est supérieur à 2.

Quotient $\approx 4{,}1 > 2$: la valeur $T_{\text{Verrier N}}$ n'est pas en accord avec la valeur de référence.

MÉTHODE
Le quotient compte l'écart en nombre d'incertitudes-types. Critère usuel : jusqu'à 2, le résultat est compatible avec la référence ; au-delà, il ne l'est pas. Toujours conclure par une phrase.

À LA CALCULATRICE



Q5 À l'aide de la figure 2, comparer qualitativement le demi-grand axe de l'orbite prédite par Le Verrier à celui de l'orbite réelle de Neptune. Montrer la cohérence avec les résultats de la question Q3.

Données utiles $T_{\text{Verrier N}} = 218$ ans (Q3) ; $T_{\text{Réf N}} = 165$ ans

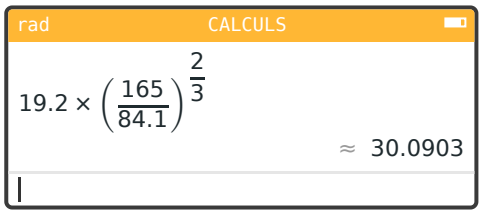
Sur la figure 2, l'orbite prédite par Le Verrier est plus étendue que l'orbite réelle de Neptune, qu'elle entoure presque partout : son demi-grand axe est plus grand que celui de l'orbite réelle.

Cohérence avec Q3 : la période calculée pour l'orbite de Le Verrier (218 ans) est plus grande que la période réelle (165 ans). Or $\frac{T^2}{a^3}$ est constant : une période plus grande correspond à un demi-grand axe plus grand.

$a_{\text{Verrier N}} > a_{\text{réel N}}$, en accord avec $T_{\text{Verrier N}} > T_{\text{Réf N}}$.

COMPRENDRE
On peut le chiffrer : avec $T_{\text{Réf N}} = 165$ ans, la troisième loi de Kepler donne $a = 19{,}2 \times (165 \div 84{,}1)^{2/3} \approx 30{,}1$ UA, bien inférieur à 36,2 UA.

À LA CALCULATRICE



Q6 Montrer que la valeur de l'angle θ sous lequel Neptune est vue à l'œil nu depuis la Terre est voisine de $1{,}1 \times 10^{-5}$ rad.

Données utiles $D = 4{,}95 \times 10^4$ km ; $d_{T-N} = 4{,}4 \times 10^9$ km

Neptune, de diamètre D, est vue depuis la Terre à la distance d_{T-N} : $\tan\theta = \frac{D}{d_{T-N}}$.

L'angle est très petit, donc $\tan\theta = \theta$:

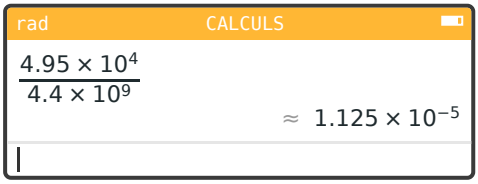
$$\theta = \frac{D}{d_{T-N}} = \frac{4{,}95 \times 10^4}{4{,}4 \times 10^9} = 1{,}1 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

$\theta = 1{,}1 \times 10^{-5}$ rad : c'est bien la valeur attendue.

PIÈGE
Les deux longueurs doivent être dans la même unité (ici le kilomètre pour les deux, inutile de convertir). Le résultat est en radian, pas en degré.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme d_{T-N}. Cet angle est environ 27 fois plus petit que le pouvoir séparateur de l'œil (3×10^{-4} rad) : à l'œil nu, Neptune n'est qu'un point.

À LA CALCULATRICE



Q7 Expliquer pourquoi la figure 3 de l'annexe représente une lunette astronomique afocale.

Sur la figure 3, le foyer image F_1' de l'objectif est confondu avec le foyer objet F_2 de l'oculaire.

L'objet AB est à l'infini : son image A_1B_1 par l'objectif se forme dans le plan focal image de l'objectif. Ce plan est aussi le plan focal objet de l'oculaire, donc l'oculaire donne de A_1B_1 une image finale à l'infini.

F_1' et F_2 sont confondus : la lunette donne d'un objet à l'infini une image à l'infini, elle est afocale.

COMPRENDRE
« Afocal » signifie sans foyer : un faisceau parallèle entrant ressort parallèle. L'œil observe alors l'image à l'infini sans accommoder, donc sans fatigue.

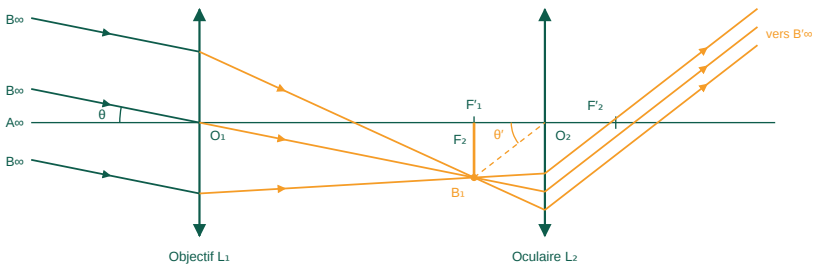
Q8 Sur la figure 3 de l'annexe, compléter la marche des trois rayons lumineux du faisceau incident issu de B à travers l'ensemble de la lunette.

- Le rayon qui passe par le centre optique O_1 n'est pas dévié : il coupe le plan focal image de l'objectif (perpendiculaire à l'axe en F_1') au point B_1, image intermédiaire de B.
- Les deux autres rayons, parallèles au premier, sortent de L_1 en passant aussi par B_1.
- Les trois rayons se prolongent en ligne droite de B_1 jusqu'à L_2.
- B_1 est dans le plan focal objet de L_2 : les trois rayons sortent de L_2 parallèles entre eux, parallèles à la droite (B_1O_2) tracée en pointillés.

Voir la figure 3 complétée : les rayons se croisent en B_1 sous F_1', puis émergent parallèles à (B_1O_2).

PIÈGE
Faire converger les rayons en F_1' : seuls des rayons parallèles à l'axe passent par le foyer. Ici ils sont inclinés, ils convergent en B_1, dans le plan focal, hors de l'axe.

MÉTHODE
Pour la direction de sortie, tracer le rayon fictif qui irait de B_1 au centre O_2 : il ne serait pas dévié. Tous les rayons émergents lui sont parallèles.



Q8 · Figure 3 complétée : les trois rayons se croisent en B_1, dans le plan focal commun, puis ressortent parallèles à (B_1O_2)

Q9 Établir l'expression du grossissement G en fonction des distances focales f_1' et f_2', calculer l'angle θ' sous lequel Galle a pu observer Neptune avec la lunette, puis commenter la phrase de Le Verrier.

Données utiles $f_1' = 4{,}27$ m ; $f_2' = 28$ mm ; $\theta = 1{,}1 \times 10^{-5}$ rad (Q6) ; pouvoir séparateur de l'œil : 3×10^{-4} rad

Expression de G. Dans le triangle $O_1F_1'B_1$, rectangle en F_1' : $\tan\theta = \dfrac{A_1B_1}{O_1F_1'} = \dfrac{A_1B_1}{f_1'}$.

Dans le triangle $O_2F_2B_1$, rectangle en F_2 : $\tan\theta' = \dfrac{A_1B_1}{O_2F_2} = \dfrac{A_1B_1}{f_2'}$.

Les angles sont petits, donc $\theta = \dfrac{A_1B_1}{f_1'}$ et $\theta' = \dfrac{A_1B_1}{f_2'}$, d'où

$$G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{A_1B_1}{f_2'} \times \frac{f_1'}{A_1B_1} = \frac{f_1'}{f_2'}$$

Calcul de θ', avec $f_2' = 28 \times 10^{-3}$ m :

$$G = \frac{4{,}27}{28 \times 10^{-3}} = 1{,}5 \times 10^{2}$$

$$\theta' = G \times \theta = \frac{4{,}27}{28 \times 10^{-3}} \times 1{,}1 \times 10^{-5} = 1{,}7 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

Commentaire. À travers la lunette, $\theta' = 1{,}7 \times 10^{-3}$ rad est supérieur au pouvoir séparateur de l'œil (3×10^{-4} rad), environ 6 fois : l'œil distingue deux points opposés du bord de Neptune, la planète apparaît comme un petit disque. À l'œil nu, $\theta = 1{,}1 \times 10^{-5}$ rad est inférieur à 3×10^{-4} rad : Neptune serait réduite à un point, comme une étoile.

$G = \dfrac{f_1'}{f_2'}$; $\theta' = 1{,}7 \times 10^{-3}$ rad $> 3 \times 10^{-4}$ rad : Neptune est vue comme un disque, la phrase de Le Verrier est justifiée.

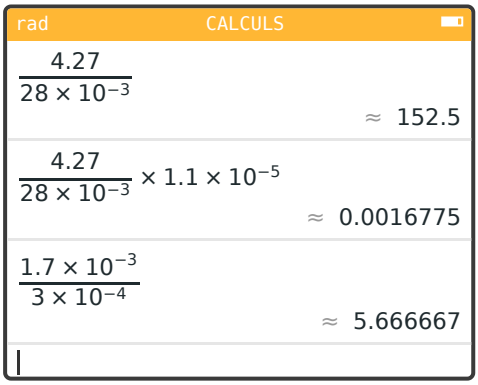
PIÈGE

Diviser 4,27 par 28 sans convertir les millimètres en mètres : on trouve $G = 0{,}15$, une lunette qui rétrécirait. Vérifier que G est grand devant 1.

COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs, comme f_2' et θ. Une étoile, bien plus lointaine, reste un point même dans la lunette : c'est ce disque visible qui a permis à Galle de reconnaître une planète.

À LA CALCULATRICE



Étude d'une bouteille isotherme

Bac 2024 Métropole Septembre Jour 1 · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

Q1 Identifier le mode de transfert thermique entre le vase interne et l'extérieur que l'usage des ressorts centraux et du support en caoutchouc vise à minimiser.

Les ressorts et le support sont les seuls solides qui relient le vase interne à la bouteille extérieure. Leur section de contact est très réduite et le caoutchouc est un isolant thermique : l'énergie passe mal, de proche en proche, à travers eux.

Le mode de transfert minimisé est la **conduction** thermique.

COMPRENDRE
La conduction se fait sans déplacement de matière, à travers un milieu matériel, surtout solide. Moins il y a de contact entre deux solides, plus elle est faible.

Q2 Expliquer l'intérêt de rendre réfléchissantes les surfaces intérieure et extérieure du vase interne.

Tout corps émet un rayonnement électromagnétique (infrarouge aux températures usuelles) qui transporte de l'énergie, même dans le vide. Une surface réfléchissante renvoie ce rayonnement au lieu de l'absorber, et en émet peu elle-même.

Les surfaces réfléchissantes limitent le transfert thermique par **rayonnement**, dans les deux sens (liquide chaud ou liquide froid).

Q3 L'espace entre les surfaces intérieure et extérieure du vase interne contient un gaz à très basse pression. Expliquer l'intérêt de ce choix.

À très basse pression, le gaz contient très peu de molécules par unité de volume. Il y a donc trop peu de matière pour transporter l'énergie par des mouvements d'ensemble du gaz (convection) ou par chocs entre molécules (conduction).

Le gaz à très basse pression rend presque nuls les transferts par **convection** et par conduction entre les deux parois.

MÉTHODE
Trois modes de transfert à connaître : conduction (de proche en proche dans la matière), convection (déplacement d'un fluide), rayonnement (possible dans le vide). Les deux premiers exigent de la matière.

Q4 Indiquer en quoi les deux hypothèses permettent d'écrire que le premier principe appliqué au système {S} donne $\Delta U_S = 0$.

Pour le système {S}, fermé et macroscopiquement au repos, le premier principe s'écrit : $\Delta U_S = W + Q$.

Hypothèse 1 : pas de transfert thermique avec l'extérieur, donc $Q = 0$.

Hypothèse 2 : pas de travail échangé, donc $W = 0$.

$$\Delta U_S = W + Q = 0$$

COMPRENDRE
Les échanges thermiques entre l'eau chaude, l'eau froide et le vase sont internes au système {S} : ils n'apparaissent pas dans Q, qui ne compte que les échanges avec l'extérieur.

Q5 En déduire l'expression littérale de la capacité thermique C_{Vase} donnée par le sujet.

$\Delta U_S = \Delta U_{\text{Vase}} + \Delta U_{\text{Eau froide}} + \Delta U_{\text{Eau chaude}} = 0$, soit :

$$C_{\text{Vase}}\,(\theta_{\text{éq}} - \theta_{EF}) + m_{EF}\,c_E\,(\theta_{\text{éq}} - \theta_{EF}) + m_{EC}\,c_E\,(\theta_{\text{éq}} - \theta_{EC}) = 0$$

On isole le terme en C_{Vase} :

$$C_{\text{Vase}}\,(\theta_{\text{éq}} - \theta_{EF}) = m_{EC}\,c_E\,(\theta_{EC} - \theta_{\text{éq}}) - m_{EF}\,c_E\,(\theta_{\text{éq}} - \theta_{EF})$$

On divise par $(\theta_{\text{éq}} - \theta_{EF})$:

$$\boxed{C_{\text{Vase}} = \frac{m_{EC}\,c_E\,(\theta_{EC} - \theta_{\text{éq}})}{\theta_{\text{éq}} - \theta_{EF}} - m_{EF}\,c_E}$$

PIÈGE
Le signe : en passant le terme de l'eau chaude dans l'autre membre, $-(\theta_{\text{éq}} - \theta_{EC})$ devient $(\theta_{EC} - \theta_{\text{éq}})$. Écrire cette étape évite de « forcer » le résultat.

Q6 Calculer la valeur de la capacité thermique C_{Vase}.

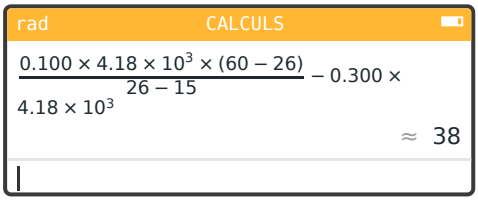
Données utiles $m_{EC} = 0{,}100$ kg ; $m_{EF} = 0{,}300$ kg ; $c_E = 4{,}18 \times 10^3$ J · kg^{-1} · K^{-1} ; $\theta_{EC} = 60$ °C ; $\theta_{\text{éq}} = 26$ °C ; $\theta_{EF} = 15$ °C

$$C_{\text{Vase}} = \frac{0{,}100 \times 4{,}18 \times 10^3 \times (60 - 26)}{26 - 15} - 0{,}300 \times 4{,}18 \times 10^3$$

$$\boxed{C_{\text{Vase}} = 38\ \text{J} \cdot \text{K}^{-1}}$$

PIÈGE
Les masses se convertissent en kilogrammes, puisque c_E est en J · kg^{-1} · K^{-1}. Les températures peuvent rester en °C : seules des différences interviennent, et un écart de 1 °C vaut 1 K.

À LA CALCULATRICE



COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme les températures. Le résultat est la différence de deux termes proches (1292 et 1254 J · K^{-1}) : il est très sensible à la moindre erreur sur $\theta_{\text{éq}}$.

Q7 Le vase interne a une masse $m_1 = 100$ g. Déterminer sa capacité thermique massique et commenter le résultat au regard des données.

Données utiles $C_{\text{Vase}} = 38$ J · K^{-1} (Q6) ; $m_1 = 0{,}100$ kg ; argent 235, acier inoxydable 450, titane 520, aluminium 900 (en J · kg^{-1} · K^{-1})

La capacité thermique du vase est proportionnelle à sa masse : $C_{\text{Vase}} = m_1\,c_{\text{Vase}}$, donc

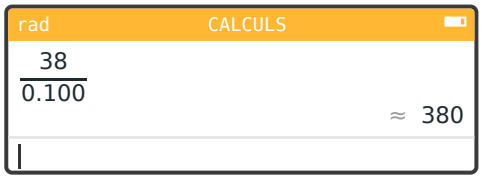
$$c_{\text{Vase}} = \frac{C_{\text{Vase}}}{m_1} = \frac{38}{0{,}100} = 3{,}8 \times 10^2\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Cette valeur ne correspond exactement à aucun métal du tableau. La plus proche est celle de l'acier inoxydable (450), métal usuel pour ce type de bouteille. L'écart peut venir de la précision des températures et des transferts thermiques avec l'extérieur, négligés dans le modèle.

$\boxed{c_{\text{Vase}} = 3{,}8 \times 10^2\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}}$: le vase est vraisemblablement en acier inoxydable.

COMPRENDRE
Avec $\theta_{\text{éq}} = 25{,}9$ °C au lieu de 26 °C, on trouverait $c_{\text{Vase}} \approx 540$ J · kg^{-1} · K^{-1}. Un thermomètre au degré près ne permet donc pas de trancher mieux.

À LA CALCULATRICE



Q8 Le système {S} étant à 26 °C et l'air extérieur à 19 °C, montrer que le flux thermique Φ_{ext} du système vers l'extérieur vaut environ 0,3 W.

Données utiles $R = 23\ \text{K}\cdot\text{W}^{-1}$; $\theta_{éq} = 26\ °\text{C}$; $\theta_{ext} = 19\ °\text{C}$

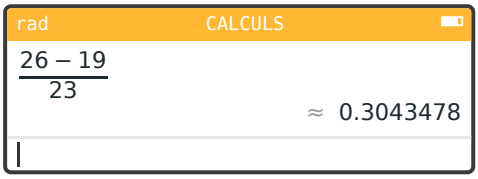
Le flux thermique va du corps chaud (le système) vers le corps froid (l'air extérieur). Il est lié à l'écart de température par la résistance thermique :

$$\Phi_{ext} = \frac{\theta_{éq} - \theta_{ext}}{R} = \frac{26 - 19}{23} = 0{,}30\ \text{W}$$

$\Phi_{ext} = 0{,}30$ W, soit bien environ 0,3 W.

COMPRENDRE
La formule ressemble à la loi d'Ohm : l'écart de température joue le rôle de la tension, le flux celui de l'intensité. Plus R est grande, meilleur est l'isolement.

À LA CALCULATRICE



Q9 En déduire l'ordre de grandeur de l'énergie Q_{ext} échangée par le système {S} avec le milieu extérieur pendant la durée Δt de l'expérience.

Données utiles $\Phi_{ext} = 0{,}30$ W (Q8) ; $\Delta t = 180$ s

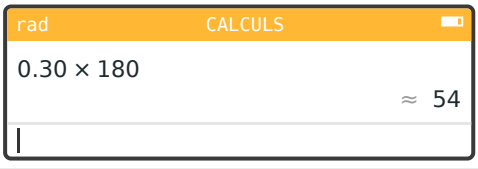
Le flux thermique est l'énergie transférée par unité de temps : $\Phi_{ext} = \frac{Q_{ext}}{\Delta t}$, donc

$$Q_{ext} = \Phi_{ext} \times \Delta t = 0{,}30 \times 180 = 54\ \text{J}$$

$Q_{ext} \approx 5 \times 10^{1}$ J, soit un ordre de grandeur de 10^{2} J (quelques dizaines de joules).

COMPRENDRE
Cette énergie est cédée par le système : dans un bilan pour {S}, elle serait comptée négativement ($Q_{ext} \approx -54$ J). Ici, seule sa valeur absolue est demandée.

À LA CALCULATRICE



Q10 Comparer Q_{ext} à la variation d'énergie interne $\Delta U_{\text{Eau chaude}}$ de l'eau chaude au cours de l'expérience. Indiquer si l'hypothèse 1 est justifiée.

Données utiles $Q_{\text{ext}} = 54$ J (Q9) ; $m_{EC} = 0{,}100$ kg ; $c_E = 4{,}18 \times 10^3$ J · kg^{-1} · K^{-1} ; $\theta_{\text{éq}} = 26$ °C ; $\theta_{EC} = 60$ °C

$$\Delta U_{\text{Eau chaude}} = m_{EC}\, c_E\, (\theta_{\text{éq}} - \theta_{EC})$$

$$\Delta U_{\text{Eau chaude}} = 0{,}100 \times 4{,}18 \times 10^3 \times (26 - 60) = -1{,}4 \times 10^4 \text{ J}$$

L'eau chaude cède environ 14 kJ à l'eau froide et au vase, alors que le système ne cède que 54 J à l'extérieur :

$$\frac{|\Delta U_{\text{Eau chaude}}|}{Q_{\text{ext}}} = \frac{1{,}4 \times 10^4}{54} \approx 2{,}6 \times 10^2$$

Q_{ext} est environ 260 fois plus petite que $|\Delta U_{\text{Eau chaude}}|$: les pertes vers l'extérieur sont négligeables, l'hypothèse 1 est justifiée.

MÉTHODE

« Comparer » deux grandeurs : calculer leur rapport, dans la même unité. Un rapport supérieur à 100 autorise à négliger la plus petite.

À LA CALCULATRICE

