La découverte de Neptune

Bac 2024 Métropole Septembre Jour 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Nommer la position particulière occupée par le Soleil pour l'ellipse de la figure 1 et préciser le nom de l'astronome qui a établi ce résultat.

Sur la figure 1, le Soleil n'est pas au centre O de l'ellipse : il occupe l'un des deux **foyers** de l'ellipse.

Ce résultat est la première loi de Kepler (loi des orbites).

Le Soleil est à l'un des foyers de l'ellipse ; résultat établi par Johannes **Kepler**.

PIÈGE
Répondre « au centre » : le centre de l'ellipse est le point O, milieu du grand axe. Le Soleil en est décalé.

Q2 Justifier que la période de révolution de Neptune est plus grande que celle d'Uranus.

Pour tous les objets en orbite autour du Soleil, $\frac{T^2}{a^3} = k$ avec k constante, donc $T^2 = k\,a^3$: la période T augmente quand le demi-grand axe a augmente.

Neptune est plus éloignée du Soleil qu'Uranus : $a_N > a_U$, donc $k\,a_N^3 > k\,a_U^3$, soit $T_N^2 > T_U^2$.

$T_N > T_U$: la période de révolution de Neptune est plus grande que celle d'Uranus.

COMPRENDRE
C'est la troisième loi de Kepler (loi des périodes). La constante k ne dépend que de l'astre attracteur, ici le Soleil : elle est la même pour Uranus et Neptune.

Q3 Déterminer, à l'aide de $a_{\text{Réf U}}$, $T_{\text{Réf U}}$ et $a_{\text{Verrier N}}$, la valeur en années de la période de révolution $T_{\text{Verrier N}}$ de Neptune pour l'orbite prévue par Le Verrier.

Données utiles $a_{\text{Réf U}} = 19{,}2$ UA ; $T_{\text{Réf U}} = 84{,}1$ ans ; $a_{\text{Verrier N}} = 36{,}2$ UA

Uranus et Neptune tournent autour du Soleil, le rapport $\frac{T^2}{a^3}$ est le même :

$$\frac{T_{\text{Verrier N}}^2}{a_{\text{Verrier N}}^3} = \frac{T_{\text{Réf U}}^2}{a_{\text{Réf U}}^3} \quad \text{donc} \quad T_{\text{Verrier N}} = T_{\text{Réf U}} \times \sqrt{\left(\frac{a_{\text{Verrier N}}}{a_{\text{Réf U}}}\right)^3}$$

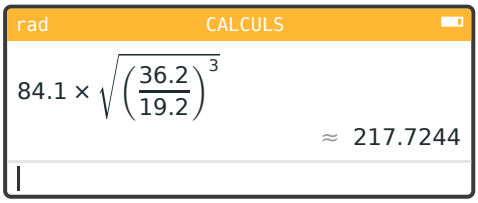
$$T_{\text{Verrier N}} = 84{,}1 \times \sqrt{\left(\frac{36{,}2}{19{,}2}\right)^3} = 218 \text{ ans}$$

$T_{\text{Verrier N}} = 218$ ans

PIÈGE
Inverser les exposants : c'est T^2 et a^3. Un contrôle rapide : Neptune est plus loin qu'Uranus, sa période doit dépasser 84,1 ans (Q2).

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme les trois données. Aucune conversion n'est nécessaire : le rapport des demi-grands axes est sans unité, donc la période sort dans l'unité de $T_{\text{Réf U}}$, l'année.

À LA CALCULATRICE



Q4 Discuter de l'accord du résultat de $T_{\text{Verrier N}}$ avec la valeur de référence actuelle $T_{\text{Réf N}}$.

Données utiles $T_{\text{Verrier N}} = 218$ ans (Q3) ; $u(T_{\text{Verrier N}}) = 13$ ans ; $T_{\text{Réf N}} = 165$ ans

On calcule le quotient :

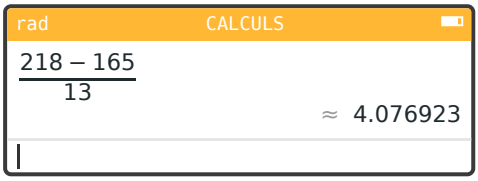
$$\frac{|T_{\text{Verrier N}} - T_{\text{Réf N}}|}{u(T_{\text{Verrier N}})} = \frac{|218 - 165|}{13} \approx 4{,}1$$

L'écart entre la valeur de Le Verrier et la valeur de référence vaut environ 4 incertitudes-types : ce quotient est supérieur à 2.

Quotient $\approx 4{,}1 > 2$: la valeur $T_{\text{Verrier N}}$ n'est pas en accord avec la valeur de référence.

MÉTHODE
Le quotient compte l'écart en nombre d'incertitudes-types. Critère usuel : jusqu'à 2, le résultat est compatible avec la référence ; au-delà, il ne l'est pas. Toujours conclure par une phrase.

À LA CALCULATRICE



Q5 À l'aide de la figure 2, comparer qualitativement le demi-grand axe de l'orbite prédite par Le Verrier à celui de l'orbite réelle de Neptune. Montrer la cohérence avec les résultats de la question Q3.

Données utiles $T_{\text{Verrier N}} = 218$ ans (Q3) ; $T_{\text{Réf N}} = 165$ ans

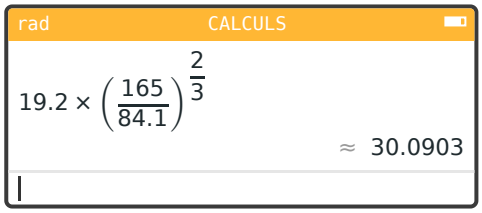
Sur la figure 2, l'orbite prédite par Le Verrier est plus étendue que l'orbite réelle de Neptune, qu'elle entoure presque partout : son demi-grand axe est plus grand que celui de l'orbite réelle.

Cohérence avec Q3 : la période calculée pour l'orbite de Le Verrier (218 ans) est plus grande que la période réelle (165 ans). Or $\frac{T^2}{a^3}$ est constant : une période plus grande correspond à un demi-grand axe plus grand.

$a_{\text{Verrier N}} > a_{\text{réel N}}$, en accord avec $T_{\text{Verrier N}} > T_{\text{Réf N}}$.

COMPRENDRE
On peut le chiffrer : avec $T_{\text{Réf N}} = 165$ ans, la troisième loi de Kepler donne $a = 19{,}2 \times (165 \div 84{,}1)^{2/3} \approx 30{,}1$ UA, bien inférieur à 36,2 UA.

À LA CALCULATRICE



Q6 Montrer que la valeur de l'angle θ sous lequel Neptune est vue à l'œil nu depuis la Terre est voisine de $1{,}1 \times 10^{-5}$ rad.

Données utiles $D = 4{,}95 \times 10^4$ km ; $d_{T-N} = 4{,}4 \times 10^9$ km

Neptune, de diamètre D, est vue depuis la Terre à la distance d_{T-N} : $\tan\theta = \frac{D}{d_{T-N}}$.

L'angle est très petit, donc $\tan\theta = \theta$:

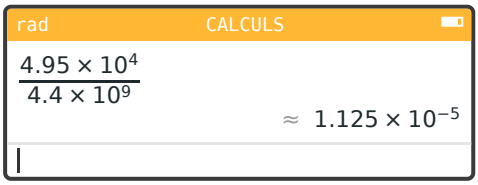
$$\theta = \frac{D}{d_{T-N}} = \frac{4{,}95 \times 10^4}{4{,}4 \times 10^9} = 1{,}1 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

$\theta = 1{,}1 \times 10^{-5}$ rad : c'est bien la valeur attendue.

PIÈGE
Les deux longueurs doivent être dans la même unité (ici le kilomètre pour les deux, inutile de convertir). Le résultat est en radian, pas en degré.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme d_{T-N}. Cet angle est environ 27 fois plus petit que le pouvoir séparateur de l'œil (3×10^{-4} rad) : à l'œil nu, Neptune n'est qu'un point.

À LA CALCULATRICE



Q7 Expliquer pourquoi la figure 3 de l'annexe représente une lunette astronomique afocale.

Sur la figure 3, le foyer image F_1' de l'objectif est confondu avec le foyer objet F_2 de l'oculaire.

L'objet AB est à l'infini : son image A_1B_1 par l'objectif se forme dans le plan focal image de l'objectif. Ce plan est aussi le plan focal objet de l'oculaire, donc l'oculaire donne de A_1B_1 une image finale à l'infini.

F_1' et F_2 sont confondus : la lunette donne d'un objet à l'infini une image à l'infini, elle est afocale.

COMPRENDRE
« Afocal » signifie sans foyer : un faisceau parallèle entrant ressort parallèle. L'œil observe alors l'image à l'infini sans accommoder, donc sans fatigue.

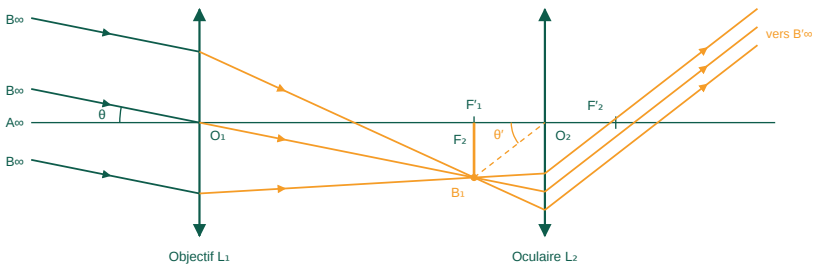
Q8 Sur la figure 3 de l'annexe, compléter la marche des trois rayons lumineux du faisceau incident issu de B à travers l'ensemble de la lunette.

- Le rayon qui passe par le centre optique O_1 n'est pas dévié : il coupe le plan focal image de l'objectif (perpendiculaire à l'axe en F_1') au point B_1, image intermédiaire de B.
- Les deux autres rayons, parallèles au premier, sortent de L_1 en passant aussi par B_1.
- Les trois rayons se prolongent en ligne droite de B_1 jusqu'à L_2.
- B_1 est dans le plan focal objet de L_2 : les trois rayons sortent de L_2 parallèles entre eux, parallèles à la droite (B_1O_2) tracée en pointillés.

Voir la figure 3 complétée : les rayons se croisent en B_1 sous F_1', puis émergent parallèles à (B_1O_2).

PIÈGE
Faire converger les rayons en F_1' : seuls des rayons parallèles à l'axe passent par le foyer. Ici ils sont inclinés, ils convergent en B_1, dans le plan focal, hors de l'axe.

MÉTHODE
Pour la direction de sortie, tracer le rayon fictif qui irait de B_1 au centre O_2 : il ne serait pas dévié. Tous les rayons émergents lui sont parallèles.



Q8 · Figure 3 complétée : les trois rayons se croisent en B_1, dans le plan focal commun, puis ressortent parallèles à (B_1O_2)

Q9 Établir l'expression du grossissement G en fonction des distances focales f_1' et f_2', calculer l'angle θ' sous lequel Galle a pu observer Neptune avec la lunette, puis commenter la phrase de Le Verrier.

Données utiles $f_1' = 4{,}27$ m ; $f_2' = 28$ mm ; $\theta = 1{,}1 \times 10^{-5}$ rad (Q6) ; pouvoir séparateur de l'œil : 3×10^{-4} rad

Expression de G. Dans le triangle $O_1F_1'B_1$, rectangle en F_1' : $\tan\theta = \dfrac{A_1B_1}{O_1F_1'} = \dfrac{A_1B_1}{f_1'}$.

Dans le triangle $O_2F_2B_1$, rectangle en F_2 : $\tan\theta' = \dfrac{A_1B_1}{O_2F_2} = \dfrac{A_1B_1}{f_2'}$.

Les angles sont petits, donc $\theta = \dfrac{A_1B_1}{f_1'}$ et $\theta' = \dfrac{A_1B_1}{f_2'}$, d'où

$$G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{A_1B_1}{f_2'} \times \frac{f_1'}{A_1B_1} = \frac{f_1'}{f_2'}$$

Calcul de θ', avec $f_2' = 28 \times 10^{-3}$ m :

$$G = \frac{4{,}27}{28 \times 10^{-3}} = 1{,}5 \times 10^{2}$$

$$\theta' = G \times \theta = \frac{4{,}27}{28 \times 10^{-3}} \times 1{,}1 \times 10^{-5} = 1{,}7 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

Commentaire. À travers la lunette, $\theta' = 1{,}7 \times 10^{-3}$ rad est supérieur au pouvoir séparateur de l'œil (3×10^{-4} rad), environ 6 fois : l'œil distingue deux points opposés du bord de Neptune, la planète apparaît comme un petit disque. À l'œil nu, $\theta = 1{,}1 \times 10^{-5}$ rad est inférieur à 3×10^{-4} rad : Neptune serait réduite à un point, comme une étoile.

$G = \dfrac{f_1'}{f_2'}$; $\theta' = 1{,}7 \times 10^{-3}$ rad $> 3 \times 10^{-4}$ rad : Neptune est vue comme un disque, la phrase de Le Verrier est justifiée.

PIÈGE

Diviser 4,27 par 28 sans convertir les millimètres en mètres : on trouve $G = 0{,}15$, une lunette qui rétrécirait. Vérifier que G est grand devant 1.

COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs, comme f_2' et θ. Une étoile, bien plus lointaine, reste un point même dans la lunette : c'est ce disque visible qui a permis à Galle de reconnaître une planète.

À LA CALCULATRICE

