Corrigé complet — Bac 2024 Centres étrangers 1 Bis

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**L'arôme d'ananas** Estérification · Spectroscopie infrarouge · Rendement d'une synthèse · Titrage acido-basique · Vitesse volumique de disparition · Catalyse	9 pts	1 h 35	16 questions	p. 2
Ex 2	**Sécurité acoustique** Intensité sonore · Niveau d'intensité sonore · Atténuation géométrique · Atténuation par absorption · Exploitation de documents	5 pts	53 min	9 questions	p. 7
Ex 3	**Détermination de la valeur du champ de pesanteur à la surface de la Lune** Deuxième loi de Newton · Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme · Équations horaires · Portée et durée de vol · Loi de la gravitation universelle	6 pts	1 h 03	8 questions	p. 11

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

L'arôme d'ananas

Bac 2024 Centres étrangers 1 Bis · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 35**

Q1 Nommer le réactif B de la synthèse et donner le nom de la fonction présente dans ce réactif.

Le réactif B, de formule brute C_2H_6O, a pour formule semi-développée CH_3-CH_2-OH : chaîne à deux atomes de carbone portant un groupe hydroxyle $-OH$.

B est l'**éthanol** ; il possède la fonction **alcool**.

COMPRENDRE
Le nom de l'ester confirme la réponse : dans « butanoate d'éthyle », le groupe éthyle vient de l'alcool, la partie butanoate vient de l'acide.

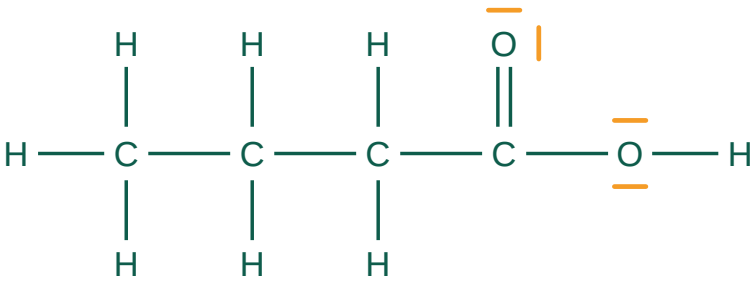
Q2 Dessiner la représentation de Lewis du réactif A de la synthèse et expliquer pourquoi cette molécule est un acide au sens de Brönsted.

Représentation de Lewis de l'acide butanoïque : voir la figure. Chaque atome d'oxygène porte deux doublets non liants.

La liaison $O-H$ du groupe carboxyle est polarisée, car l'oxygène est beaucoup plus électronégatif que l'hydrogène : elle peut se rompre en libérant un ion H^+.

A est capable de **céder un ion** H^+ : c'est un acide au sens de Brönsted (couple $C_4H_8O_2$ / $C_4H_7O_2^-$).

PIÈGE
Oublier les doublets non liants des deux atomes d'oxygène : sans eux, ce n'est pas une représentation de Lewis. Vérifier aussi les quatre liaisons de chaque carbone.



Q2 · Représentation de Lewis de l'acide butanoïque (doublets non liants en orange)

Q3 À l'aide du tableau des bandes d'absorption du document 2, retrouver parmi les spectres « flacon 1 » et « flacon 2 » celui du réactif A et justifier.

L'acide butanoïque possède une liaison $C=O$ et une liaison $O-H$; la butanone possède une liaison $C=O$ mais aucune liaison $O-H$.

- Les deux spectres montrent une bande forte et fine vers $1700\ cm^{-1}$: liaison $C=O$, présente dans les deux molécules.
- Seul le spectre « flacon 1 » montre une bande forte et très large entre 2500 et $3200\ cm^{-1}$: liaison $O-H$.

Le spectre **« flacon 1 »** est celui de l'acide butanoïque A ; le flacon 2 contient la butanone.

PIÈGE
Sur le spectre 2, les pics fins vers 2900 à $3000\ cm^{-1}$ sont dus aux liaisons $C-H$: ne pas les confondre avec la bande large de $O-H$.

MÉTHODE
Pour départager deux espèces en infrarouge, chercher la liaison que l'une possède et pas l'autre, puis repérer la présence ou l'absence de sa bande. La bande commune ne prouve rien.

Q4 À l'aide du document 1, indiquer les précautions à prendre lors du prélèvement des réactifs de cette synthèse.

D'après les pictogrammes du document 1 :

- l'acide butanoïque A est **corrosif** : port de la blouse, de gants et de lunettes de protection ;
- l'éthanol B est **inflammable** : prélèvement loin de toute flamme ou source de chaleur.

Blouse, gants, lunettes, et manipulation sous hotte, à l'écart de toute flamme.

COMPRENDRE
La question porte sur les réactifs seulement. Le pictogramme du butanoate d'éthyle (point d'exclamation) concerne le produit : il compte au moment d'isoler l'ester, pas lors du prélèvement.

Q5 Donner deux avantages du chauffage à reflux dans ce type de synthèse.

- Le chauffage élève la température du mélange, qui est un facteur cinétique : la transformation, lente à température ambiante, est **accélérée**.
- Le réfrigérant condense les vapeurs, qui retombent dans le ballon : on chauffe **sans perte de matière** (réactifs comme produits).

Le reflux permet d'accélérer la synthèse tout en conservant les espèces dans le ballon.

PIÈGE
Écrire que le chauffage « augmente le rendement » : il fait gagner du temps, mais le montage à reflux ne déplace pas l'équilibre d'estérification.

Q6 Montrer que la quantité de matière de réactif A utilisé est $n_A = 0{,}15$ mol.

Données utiles $V_A = 13{,}8$ mL ; $\rho_A = 0{,}96\ \text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$; $M_A = 88{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

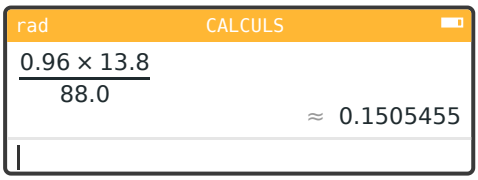
Masse d'acide prélevée : $m_A = \rho_A \times V_A$. Quantité de matière : $n_A = \dfrac{m_A}{M_A}$, donc

$$n_A = \frac{\rho_A \times V_A}{M_A} = \frac{0{,}96 \times 13{,}8}{88{,}0} = 0{,}15\ \text{mol}$$

$n_A = 0{,}15$ mol : on retrouve la valeur annoncée.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la donnée la moins précise ($\rho_A = 0{,}96\ \text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$). Les unités sont cohérentes : des $\text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$ multipliés par des mL donnent des grammes, sans conversion.

À LA CALCULATRICE



Q7 Indiquer si le mélange réactionnel est stœchiométrique et justifier la réponse.

Données utiles $n_A = 0{,}15$ mol (Q6) ; $n_B = 0{,}15$ mol

Dans l'équation de la synthèse, les nombres stœchiométriques de A et de B valent tous les deux 1. Le mélange est stœchiométrique si $\dfrac{n_A}{1} = \dfrac{n_B}{1}$.

Or $n_A = n_B = 0{,}15$ mol.

Le mélange initial est **stœchiométrique** : aucun réactif n'est en excès.

Q8 Après avoir isolé l'ester, on en obtient une masse $m_{\text{ester}} = 11{,}7$ g. En déduire la valeur du rendement η de cette synthèse.

Données utiles $n_A = n_B = 0{,}15$ mol (Q6) ; $M_{\text{ester}} = 116\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Si la transformation était totale, une mole de A donnerait une mole d'ester. Le mélange étant stœchiométrique : $n_{\max} = n_A = 0{,}15$ mol.

Masse maximale d'ester : $m_{\max} = n_{\max} \times M_{\text{ester}} = 0{,}15 \times 116 = 17{,}4$ g.

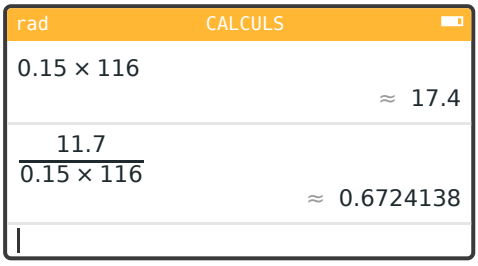
$$\eta = \frac{m_{\text{ester}}}{m_{\max}} = \frac{11{,}7}{0{,}15 \times 116} = 0{,}67$$

$\eta = 0{,}67$, soit un rendement de 67 %.

PIÈGE
Diviser la masse d'ester par la masse des réactifs. Le rendement compare ce qui est obtenu au maximum que l'on obtiendrait si la transformation était totale.

COMPRENDRE
Un rendement proche de deux tiers est typique d'une estérification équimolaire avec un alcool primaire : la transformation est limitée par la réaction inverse, l'hydrolyse de l'ester.

À LA CALCULATRICE



Q9 Citer deux méthodes permettant d'optimiser le rendement d'une estérification.

- Introduire l'un des deux réactifs **en excès** par rapport à l'autre.
- **Éliminer l'un des produits** (l'ester ou l'eau) au fur et à mesure de sa formation, par exemple par distillation.

Excès d'un réactif, ou retrait d'un produit en cours de synthèse.

PIÈGE
Citer le chauffage ou un catalyseur : ils modifient la durée de la synthèse, pas son rendement.

COMPRENDRE
Dans les deux cas, on favorise le sens direct de la transformation : l'équilibre est déplacé vers la formation de l'ester.

Q10 À l'aide des caractéristiques physiques des espèces du document 1, indiquer quelle méthode n'est pas applicable à cette synthèse et justifier.

Données utiles températures d'ébullition : éthanol 79 °C ; eau 100 °C ; ester 121 °C ; acide butanoïque 164 °C

Pour retirer un produit par distillation en cours de synthèse, il faut que ce produit soit l'espèce la plus volatile du mélange, c'est-à-dire celle dont la température d'ébullition est la plus basse.

Ici, l'espèce la plus volatile est l'éthanol (79 °C), qui est un réactif. L'eau (100 °C) et l'ester (121 °C) bouillent à plus haute température : en distillant, on retirerait d'abord l'éthanol.

L'**élimination d'un produit par distillation** n'est pas applicable ; il reste l'excès d'un réactif.

COMPRENDRE
Retirer l'éthanol ferait l'inverse de l'effet voulu : privé d'un réactif, le mélange formerait moins d'ester.

Q11 Définir l'équivalence et donner la relation entre les quantités de matière des réactifs à l'équivalence du titrage.

L'équivalence est l'état du titrage pour lequel le réactif titré et le réactif titrant ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction support : tous deux sont alors entièrement consommés.

L'acide et l'ion hydroxyde réagissent mole à mole, donc :

$n_A = n_{\text{base,éq}}$

PIÈGE
Définir l'équivalence par « le pH vaut 7 » ou « les concentrations sont égales ». Ce sont les quantités de matière, apportées dans les proportions de l'équation, qui la définissent.

Q12 Expliquer comment obtenir les valeurs de la concentration $[\mathrm{A}]$ en fonction du temps à partir de celles de $V_{éq}$, puis calculer $[\mathrm{A}]$ à l'instant $t = 5$ min.

Données utiles $C_{base} = 5{,}0 \times 10^{-1}$ mol · L^{-1} ; $V = 1{,}0$ mL ; à $t = 5$ min, $V_{éq} = 7{,}7$ mL

À l'équivalence : $n_A = n_{base,éq}$ (Q11), avec $n_A = [\mathrm{A}] \times V$ dans le prélèvement et $n_{base,éq} = C_{base} \times V_{éq}$. D'où, pour chaque date :

$$[\mathrm{A}] = \frac{C_{base} \times V_{éq}}{V}$$

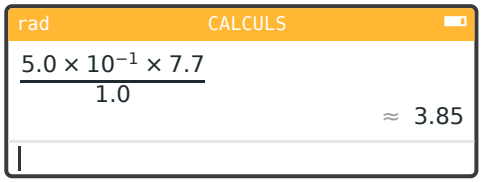
On applique cette relation à chaque valeur de $V_{éq}$ du tableau. À $t = 5$ min :

$$[\mathrm{A}] = \frac{5{,}0 \times 10^{-1} \times 7{,}7}{1{,}0} = 3{,}9 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$[\mathrm{A}](5 \text{ min}) = 3{,}9$ mol · L^{-1}, en accord avec le point du document 3.

COMPRENDRE
$V_{éq}$ et V sont tous deux en mL : leur rapport est sans unité, aucune conversion n'est nécessaire. Le bain d'eau glacée bloque la synthèse, donc $[\mathrm{A}]$ est bien celle de la date du prélèvement.

À LA CALCULATRICE



Q13 Donner la définition et l'unité de la vitesse volumique de disparition $v_{d,A}$ du réactif A lors de la synthèse du butanoate d'éthyle.

La vitesse volumique de disparition de A est l'opposé de la dérivée par rapport au temps de sa concentration :

$v_{d,A} = -\dfrac{\mathrm{d}[\mathrm{A}]}{\mathrm{d}t}$, en mol · L^{-1} · s^{-1}

COMPRENDRE
Le signe « $-$ » rend la vitesse positive, puisque $[\mathrm{A}]$ décroît. Avec le temps en minutes, comme sur le document 3, on l'exprimerait en mol · L^{-1} · min^{-1}.

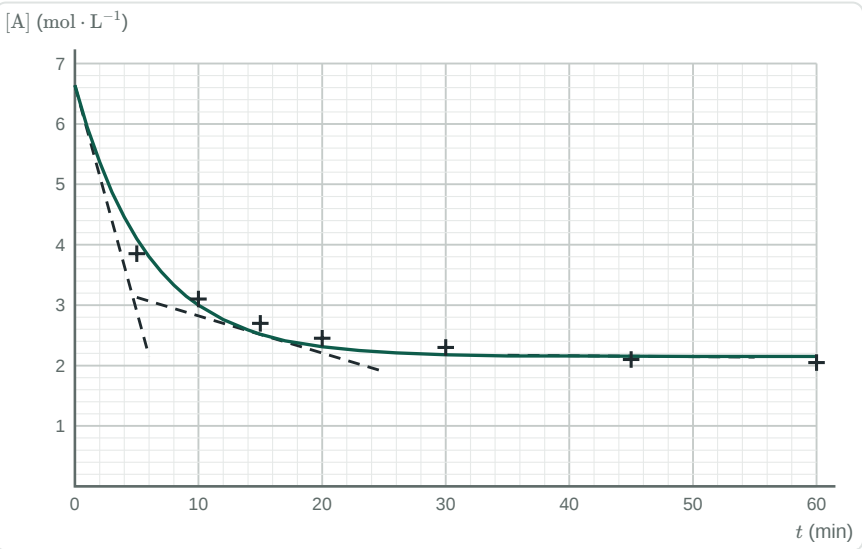
Q14 Déterminer comment la vitesse volumique de disparition du réactif A varie au cours de la synthèse. Justifier sans calcul à l'aide de la courbe du document 3.

À une date donnée, $v_{d,A}$ est l'opposé du coefficient directeur de la tangente à la courbe $[\mathrm{A}] = f(t)$.

La tangente est très inclinée à $t = 0$, puis de moins en moins inclinée ; elle devient pratiquement horizontale après 40 min.

La vitesse de disparition de A **diminue** au cours de la synthèse, jusqu'à s'annuler.

COMPRENDRE
La concentration des réactifs est un facteur cinétique : comme elle diminue, la transformation ralentit. Le palier final n'est pas nul, car la transformation est limitée.



Q14 · Allure du document 3 : la tangente (en tirets) est de moins en moins inclinée

Q15 Déterminer, en justifiant, si l'ajout d'acide sulfurique a permis d'améliorer la cinétique de cette synthèse.

Les deux courbes partent de la même concentration initiale et tendent vers le même palier, voisin de $2\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

La courbe 2 (avec acide sulfurique) décroît plus vite : elle atteint ce palier en 15 min environ, contre 40 min environ pour la courbe 1. À $t = 5$ min, il reste déjà moins d'acide A avec l'acide sulfurique (environ $2{,}8$ contre $3{,}9\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$).

Oui : avec l'acide sulfurique, l'état final est atteint **plus rapidement**.

MÉTHODE
Pour comparer deux cinétiques sur un graphique : comparer les durées nécessaires pour atteindre l'état final, ou les concentrations à une même date.

Q16 Identifier alors le rôle de l'acide sulfurique.

L'acide sulfurique accélère la synthèse sans changer l'état final (même palier pour les deux courbes, donc même rendement), et il ne figure pas dans l'équation de la réaction.

L'acide sulfurique est un **catalyseur**.

PIÈGE
Affirmer que le catalyseur améliore le rendement. Il réduit seulement la durée nécessaire pour atteindre le même état final.

Sécurité acoustique

Bac 2024 Centres étrangers 1 Bis · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Calculer l'intensité sonore I_1 perçue par un travailleur situé à la distance d_1 du canon anti-grêle.

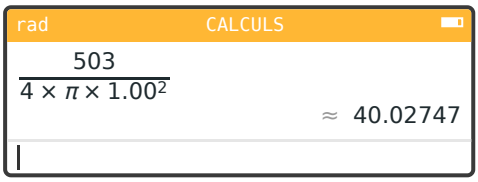
Données utiles $P = 503$ W ; $d_1 = 1{,}00$ m ; $I = \dfrac{P}{4 \times \pi \times d^2}$

Le canon est assimilé à une source ponctuelle :

$$I_1 = \frac{P}{4 \times \pi \times d_1^2} = \frac{503}{4 \times \pi \times 1{,}00^2}$$

$I_1 = 40{,}0 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Oublier le carré sur la distance, ou donner le résultat en watts : une intensité sonore s'exprime en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme P et d_1. La puissance émise se répartit sur une sphère d'aire $4\pi d^2$ centrée sur la source : l'intensité est une puissance par unité de surface.

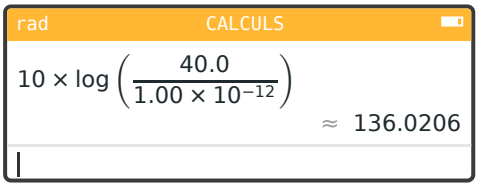
Q2 Montrer que le niveau d'intensité sonore à la distance d_1 du canon vaut $L_1 = 136$ dB.

Données utiles $I_1 = 40{,}0 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ (Q1) ; $I_0 = 1{,}00 \times 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

$$L_1 = 10 \times \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 10 \times \log\left(\frac{40{,}0}{1{,}00 \times 10^{-12}}\right)$$

$L_1 = 136$ dB : on retrouve bien la valeur annoncée.

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Utiliser la touche « ln » au lieu de « log » : le niveau sonore est défini avec le logarithme décimal.

MÉTHODE
Pour un « montrer que », écrire la relation, l'application numérique, puis la valeur calculée avant de la comparer à la valeur attendue.

Q3 À l'aide du document 1, indiquer quels conseils donner à une personne qui travaille dans un périmètre d'un mètre autour du canon en fonctionnement.

Données utiles $L_1 = 136$ dB (Q2) ; le canon émet des ondes de choc brèves.

Les détonations sont des bruits courts, de niveau $L_1 = 136$ dB à un mètre : $135 \text{ dB} \leqslant L_1 < 137 \text{ dB}$. C'est la deuxième ligne du tableau, colonne « Bruits courts ».

Il faut conseiller à cette personne de porter des protections individuelles contre le bruit (PICB) mises à sa disposition, de s'informer et de se former sur les risques et sur ces protections, et de passer l'examen audiométrique préventif proposé.

PIÈGE
Lire la colonne « Exposition quotidienne pendant 8 h » : le travailleur n'est présent que ponctuellement et les explosions sont brèves, c'est donc la colonne « Bruits courts » qui s'applique.

Q4 À l'aide du plan, déterminer la distance d_2 puis en déduire le niveau d'intensité sonore L_2 d'une détonation au niveau de l'habitation H.

Données utiles échelle : 1 cm correspond à 100 m ; $L_1 = 136$ dB ; $d_1 = 1{,}00$ m ; $L_2 = L_1 - 20 \times \log\left(\frac{d_2}{d_1}\right)$

Sur le plan, on mesure $HC = 11{,}5$ cm avec la règle graduée fournie. Avec l'échelle :

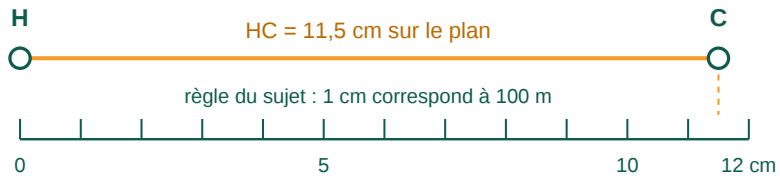
$$d_2 = 11{,}5 \times 100 = 1{,}15 \times 10^3 \text{ m}$$

$$L_2 = L_1 - 20 \times \log\left(\frac{d_2}{d_1}\right) = 136 - 20 \times \log\left(\frac{1{,}15 \times 10^3}{1{,}00}\right)$$

$d_2 = 1{,}15 \times 10^3$ m et $L_2 = 75$ dB

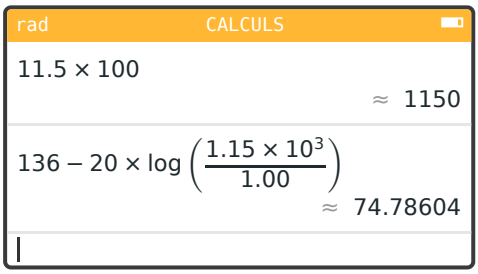
COMPRENDRE
Une lecture de 11,4 cm ou 11,6 cm conduit au même niveau, 75 dB. Le logarithme rend le résultat peu sensible à la mesure : multiplier la distance par 10 ne retire que 20 dB.

MÉTHODE
Mesurer avec la règle imprimée sous le plan plutôt qu'avec sa propre règle : si l'impression a changé la taille du document, la règle du sujet a subi la même déformation.



Q4 · Mesure de la distance HC sur le plan

À LA CALCULATRICE



Q5 Déterminer si les détonations du canon présentent un risque sonore pour les habitants de l'habitation H et expliquer pourquoi.

Données utiles $L_2 = 75$ dB (Q4) ; document 1

Au niveau de l'habitation, $L_2 = 75$ dB. Cette valeur est inférieure à 80 dB, premier seuil du document 1 pour une exposition quotidienne, et très inférieure à 135 dB, premier seuil pour les bruits courts.

Les détonations ne présentent pas de risque pour l'audition des habitants : aucune action spécifique n'est requise à ce niveau sonore.

COMPRENDRE
L'habitant est exposé de manière continue : la comparaison la plus exigeante est celle de la colonne « Exposition quotidienne ». Même avec ce critère, le seuil de 80 dB n'est pas atteint.

Q6 Calculer, au niveau de l'habitation, la valeur de l'émergence sonore ε_S due au fonctionnement du canon.

Données utiles $L_H = 65$ dB ; $L_2 = 75$ dB

L'émergence sonore est la différence entre le niveau du son ponctuel et le niveau ambiant :

$$\varepsilon_S = L_2 - L_H = 75 - 65$$

$\varepsilon_S = 10$ dB

PIÈGE
Diviser les niveaux ou repasser par les intensités : l'énoncé définit l'émergence comme une simple différence de niveaux, en décibels.

Q7 Commenter ce résultat en considérant les attendus du code de la santé publique.

Données utiles $\varepsilon_S = 10$ dB (Q6) ; limites : $+5$ dB le jour, $+3$ dB la nuit

$\varepsilon_S = 10\ \text{dB} > 5\ \text{dB}$: l'émergence est deux fois plus grande que la limite de jour, et dépasse encore plus largement la limite de nuit (3 dB).

Le canon ne respecte pas le code de la santé publique : sans danger pour l'audition, ses détonations sont une source de stress pour les habitants.

COMPRENDRE
Deux risques distincts sont étudiés : le niveau sonore, qui menace l'audition (Q5), et l'émergence, qui mesure la gêne par rapport au bruit ambiant. Le premier peut être écarté sans que le second le soit.

Q8 Parmi les matériaux du document 2, préciser celui qui est le plus adapté pour tapisser les parois du silencieux. Justifier.

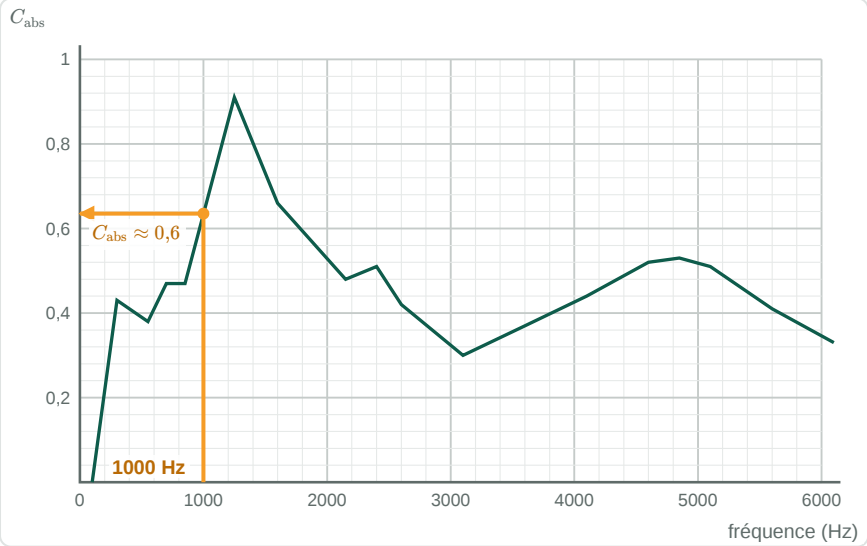
Données utiles fréquence du son à absorber : $f \approx 1000$ Hz

Le meilleur isolant est celui dont le coefficient d'absorption est le plus élevé à la fréquence du coup de canon. On lit sur chaque courbe à $f = 1000$ Hz :

- a) mousse alvéolaire : $C_{\text{abs}} \approx 0{,}25$;
- b) mousse faces lisses : $C_{\text{abs}} \approx 0{,}6$;
- c) mousse mélamine : $C_{\text{abs}} \approx 0{,}4$.

Le matériau le plus adapté est la **mousse faces lisses** (b), qui absorbe le mieux autour de 1000 Hz.

PIÈGE
Choisir la mousse mélamine parce que sa courbe est globalement la plus haute. Elle l'emporte au-delà de 2000 Hz, mais seule compte la fréquence du son à atténuer.



Q8 · Document 2 b) Mousse faces lisses 30 mm, avec la lecture à 1000 Hz

Q9 Déterminer si le canon muni d'un silencieux représente un facteur de risque sonore au niveau de l'habitation H selon les attendus du code de la santé publique. Justifier.

Données utiles atténuation due au silencieux : 14 dB ; $L_2 = 75$ dB ; $L_H = 65$ dB

Le silencieux retire 14 dB au niveau émis ; la distance étant inchangée, le niveau reçu en H diminue d'autant :

$L'_2 = L_2 - 14 = 75 - 14 = 61$ dB

Nouvelle émergence : $\varepsilon'_S = L'_2 - L_H = 61 - 65 = -4$ dB.

La détonation arrive avec un niveau inférieur au niveau ambiant : elle ne le fait pas émerger. La limite de $+5$ dB le jour, comme celle de $+3$ dB la nuit, est respectée.

$L'_2 = 61$ dB $< L_H$: muni du silencieux, le canon n'est plus un facteur de risque sonore pour l'habitation H.

COMPRENDRE
Le terme $20 \times \log(d_2/d_1)$ ne dépend que des distances : une baisse de 14 dB à la source se retrouve telle quelle à l'arrivée. Inutile de refaire le calcul de Q4.

COMPRENDRE
Réserve possible : $L_H = 65$ dB est une moyenne. La nuit, le niveau ambiant est sans doute plus faible et la limite de $+3$ dB pourrait alors être dépassée.

Détermination de la valeur du champ de pesanteur à la surface de la Lune

Bac 2024 Centres étrangers 1 Bis · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

Q1 À partir d'une loi dont on donnera le nom, exprimer les composantes du vecteur accélération $\vec{a}$ dans le repère (Ox ; Oy).

Système {balle}, de masse m constante ; référentiel lunaire supposé galiléen ; seule force : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}_L$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g}_L = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}_L$.

Le vecteur $\vec{g}_L$ est vertical et dirigé vers le bas, alors que l'axe (Oy) est orienté vers le haut :

$$a_x = 0 \text{ et } a_y = -g_L$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » sur a_y : g_L désigne une norme, positive, et $\vec{g}_L$ est de sens opposé à $\vec{j}$.

COMPRENDRE
La masse se simplifie : l'accélération, donc tout le mouvement, ne dépend pas de m. La valeur $m = 46{,}0$ g ne sert dans aucun calcul.

Q2 En déduire les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement de la balle.

Comme $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives de a_x et a_y : $v_x = C_1$ et $v_y = -g_L\,t + C_2$.

À $t = 0$: $v_x(0) = V_0\cos(\theta)$ et $v_y(0) = V_0\sin(\theta)$, d'où

$$v_x(t) = V_0\cos(\theta) \qquad v_y(t) = -g_L\,t + V_0\sin(\theta)$$

Comme $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}$, on cherche de nouveau les primitives : $x = V_0\cos(\theta)\,t + C_3$ et $y = -\dfrac{1}{2}\,g_L\,t^2 + V_0\sin(\theta)\,t + C_4$.

À $t = 0$, la balle est en O : $x(0) = 0$ et $y(0) = 0$, donc $C_3 = C_4 = 0$.

$$x(t) = V_0\cos(\theta)\,t \text{ et } y(t) = -\frac{1}{2}\,g_L\,t^2 + V_0\sin(\theta)\,t$$

PIÈGE
Intervertir cosinus et sinus. L'angle θ est mesuré depuis l'horizontale : le cosinus va avec l'axe (Ox), le sinus avec l'axe (Oy).

MÉTHODE
Deux recherches de primitives successives, de $\vec{a}$ à $\vec{v}$ puis de $\vec{v}$ à la position. Chaque constante se fixe aussitôt avec la condition initiale correspondante, écrite explicitement.

Q3 À partir des équations horaires, montrer que la durée du vol s'écrit $t_{\text{vol}} = \dfrac{2\,V_0\sin(\theta)}{g_L}$.

La balle retombe au sol à la date t_{vol} : son ordonnée est de nouveau nulle, $y(t_{\text{vol}}) = 0$.

$$-\frac{1}{2}\,g_L\,t_{\text{vol}}^2 + V_0\sin(\theta)\,t_{\text{vol}} = 0 \quad \text{soit} \quad t_{\text{vol}}\left(-\frac{1}{2}\,g_L\,t_{\text{vol}} + V_0\sin(\theta)\right) = 0$$

Ce produit est nul si $t_{\text{vol}} = 0$ (instant du tir, solution écartée) ou si $-\dfrac{1}{2}\,g_L\,t_{\text{vol}} + V_0\sin(\theta) = 0$.

$$t_{\text{vol}} = \frac{2\,V_0\sin(\theta)}{g_L}\text{, expression attendue.}$$

COMPRENDRE
L'équation $y(t) = 0$ a deux solutions car la balle est au sol deux fois : au départ et à l'impact. Il faut dire pourquoi on écarte $t = 0$.

Q4 Déterminer une autre expression de t_{vol} en fonction de la portée x_P, de la vitesse initiale V_0 et de l'angle de tir θ.

À la date t_{vol}, la balle touche le sol au point d'abscisse x_P : $x(t_{\text{vol}}) = x_P$, soit $V_0\cos(\theta)\,t_{\text{vol}} = x_P$.

$$t_{\text{vol}} = \frac{x_P}{V_0\cos(\theta)}$$

COMPRENDRE
Selon (Ox), le mouvement est uniforme à la vitesse $V_0\cos(\theta)$: la durée est simplement la distance horizontale divisée par cette vitesse.

Q5 En déduire que le champ de pesanteur lunaire s'écrit $g_L = \dfrac{2\,V_0^2\cos(\theta)\sin(\theta)}{x_P}$.

Les expressions de Q3 et de Q4 désignent la même durée :

$$\frac{2\,V_0\sin(\theta)}{g_L} = \frac{x_P}{V_0\cos(\theta)}$$

Produit en croix : $g_L\,x_P = 2\,V_0\sin(\theta)\times V_0\cos(\theta)$.

$\boxed{g_L = \dfrac{2\,V_0^2\cos(\theta)\sin(\theta)}{x_P}}$, expression attendue.

Q6 Calculer la valeur numérique de g_L en précisant son unité.

Données utiles $V_0 = 30\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$; $\theta = 25^\circ$; $x_P = 36\ \text{m}$

Conversion : $V_0 = \dfrac{30}{3{,}6} = 8{,}3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

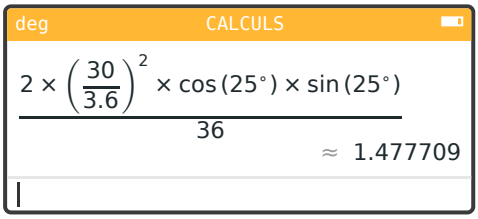
$$g_L = \frac{2\times\left(\dfrac{30}{3{,}6}\right)^2\times\cos(25^\circ)\times\sin(25^\circ)}{36}$$

$\boxed{g_L = 1{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}$

PIÈGE
Laisser V_0 en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ donne 19 au lieu de 1,5. Vérifier aussi que la calculatrice est en mode degrés.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme V_0, θ et x_P. Unité : $(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2$ divisé par des mètres donne des $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, soit une accélération (ou des $\text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$).

À LA CALCULATRICE



Q7 Calculer la valeur numérique de g_{L0} à partir de la loi de la gravitation universelle.

Données utiles $M_L = 7{,}34\times10^{22}\ \text{kg}$; $R_L = 1740\ \text{km}$; $G = 6{,}67\times10^{-11}\ \text{m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$

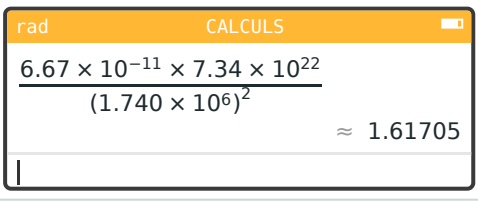
$g_{L0} = \dfrac{G\,M_L}{R_L^2}$ avec $R_L = 1740\ \text{km} = 1{,}740\times10^6\ \text{m}$.

$$g_{L0} = \frac{6{,}67\times10^{-11}\times7{,}34\times10^{22}}{(1{,}740\times10^6)^2}$$

$\boxed{g_{L0} = 1{,}62\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}$

PIÈGE
Laisser R_L en kilomètres (résultat un million de fois trop grand) ou oublier le carré au dénominateur.

À LA CALCULATRICE



Q8 Comparer la valeur g_{L0} obtenue par la loi de la gravitation universelle à celle obtenue à partir du tir de golf d'Alan Shepard.

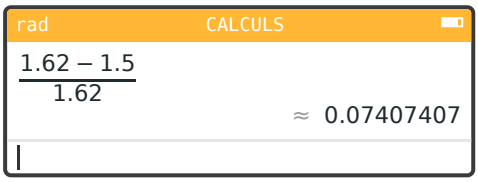
Données utiles $g_L = 1{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ (Q6) ; $g_{L0} = 1{,}62\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ (Q7)

Écart relatif : $\dfrac{|g_{L0} - g_L|}{g_{L0}} = \dfrac{1{,}62 - 1{,}5}{1{,}62} = 0{,}07$, soit environ 7 %.

Les deux valeurs sont proches. Le tir de golf donne une valeur un peu plus faible, ce qui reste acceptable : V_0, θ et x_P ne sont que des estimations, connues avec deux chiffres significatifs.

$g_L \approx g_{L0}$ à environ 7 % près : le tir de golf fournit une estimation correcte du champ de pesanteur lunaire.

À LA CALCULATRICE



COMPRENDRE

Une vitesse initiale estimée à 5 % près change déjà g_L de 10 %, puisque V_0 intervient au carré : l'écart observé est compatible avec la précision des données.

MÉTHODE

« Comparer » demande un critère chiffré. Sans incertitude fournie, on calcule l'écart relatif à la valeur de référence, puis on conclut par une phrase.