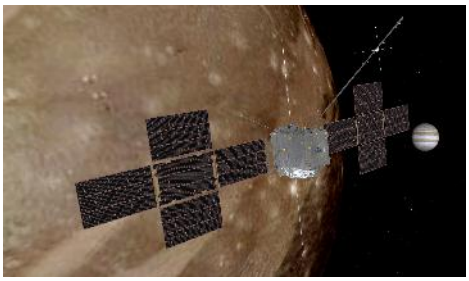
EXERCICE 2 : à la découverte des lunes glacées de Jupiter (6 points)

Quelles sont les conditions qui président à la formation des planètes et à l'émergence de la vie ? Comment est né le système solaire ? Autant de questions fondamentales auxquelles la mission JUICE (Jupiter Icy Moons Explorer), qui a décollé avec succès le 14 avril 2023, tentera de répondre à partir de 2031, grâce à l'exploration de Jupiter et de trois de ses lunes. Au cours de cette phase d'exploration qui durera 4 ans, la sonde JUICE s'intéressera tout particulièrement à l'une d'elle, Ganymède, suspectée d'abriter un océan liquide sous sa croûte de glace.



Exploring Jupiter and Ganymede (artist's impression). Source : esa.int

Le but de cet exercice est d'étudier le mouvement de la sonde JUICE autour de Ganymède.

Données

- rayon de Ganymède : $R_G = 2{,}63\times10^{3}$ km ;
- masse de Ganymède : $M_G = 1{,}82\times10^{23}$ kg ;
- distance maximale entre Jupiter et la Terre : $9{,}3\times10^{8}$ km ;
- valeur de la constante gravitationnelle : $G = 6{,}67\times10^{-11}$ $m^3\cdot kg^{-1}\cdot s^{-2}$;
- la valeur de la vitesse de la lumière dans le vide est supposée connue.

1. Orbites de la sonde JUICE autour de Ganymède

À partir de décembre 2034, la sonde JUICE se placera sur différentes orbites autour de Ganymède :

- durant une première phase de 30 jours, la sonde circulera sur une orbite elliptique ;
- elle restera ensuite 90 jours sur une orbite circulaire d'altitude 5 000 km ;
- une nouvelle manœuvre la placera sur une orbite circulaire d'altitude 500 km d'où elle étudiera Ganymède durant 102 jours ;
- enfin, la sonde se placera sur une orbite circulaire d'altitude inférieure à 500 km pour une durée de 30 jours.

Source : Wikipedia

On s'intéresse à l'orbite circulaire d'altitude h = 500 km de la sonde JUICE autour de Ganymède.

Q.1. Schématiser, sans souci d'échelle, Ganymède et l'orbite de la sonde JUICE. Placer le repère de Frenet $(\vec{u_t}, \vec{u_n})$ et représenter $\vec{F_G}$ la force d'interaction gravitationnelle à laquelle la sonde JUICE est soumise de la part de Ganymède, à un point quelconque de sa trajectoire.

Q.2. Exprimer, dans le repère de Frenet, le vecteur de la force $\vec{F_G}$.

Q.3. On considère que $\vec{F_G}$ est la seule force qui s'exerce sur la sonde JUICE. Montrer que la sonde JUICE a un mouvement circulaire uniforme dans le référentiel, supposé galiléen, centré sur Ganymède.

Q.4. Montrer que la vitesse de la sonde JUICE peut s'écrire :

$$v = \sqrt{\frac{G \times M_G}{R_G + h}}$$

Q.5. Établir l'expression de la période T en fonction de R_G, h, M_G et G puis en déduire que sur l'orbite circulaire d'altitude 500 km, la sonde JUICE a une période de valeur proche de T_{500} = 2,77 h.

Q.6. En utilisant la troisième loi de Kepler, déterminer la période de la sonde JUICE sur son orbite circulaire d'altitude 5 000 km.

« Les 1167 orbites que la sonde JUICE effectuera autour de Ganymède suffiront à révéler les secrets qu'elle cache sous sa couche de glace. »

D'après Science&Vie du 19 avril 2023.

Q.7. En utilisant les réponses aux questions 5 et 6, estimer le nombre d'orbites effectuées par la sonde JUICE autour de Ganymède et commenter la phrase ci-dessus.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter sa démarche. Toute démarche pertinente, même non aboutie, sera valorisée.

2. Communication avec la Terre

« Le temps mis par le signal radio pour faire un aller-retour de la sonde JUICE à la Terre est de 1 h 46. »

D'après Wikipedia

Q.8. Indiquer à quel type d'ondes les ondes radio appartiennent : mécanique ou électromagnétique.

Q.9. Montrer, en négligeant la distance entre la sonde JUICE et Jupiter, que le temps mis par le signal radio pour faire un aller-retour entre la sonde JUICE et la Terre est proche de celui annoncé.