Corrigé complet — Bac 2024 Centres étrangers 1 Jour 1

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**certification d'un vin** Nomenclature et familles fonctionnelles · Couples acide-base et constante d'acidité · Diagramme de prédominance · Dilution · Loi de Beer-Lambert · Titrage par oxydoréduction	9 pts	1 h 35	16 questions	p. 2
Ex 2	**Utilisation d'un laser comme instrument de mesure** Diffraction par une fente · Interférences lumineuses · Interfrange · Modélisation linéaire · Incertitude-type et écart normalisé	6 pts	1 h 03	7 questions	p. 6
Ex 3	**L'homme canon** Énergie mécanique · Conservation de l'énergie · Deuxième loi de Newton · Chute libre dans un champ de pesanteur uniforme · Équations horaires · Portée d'un tir	5 pts	53 min	8 questions	p. 11

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

certification d'un vin

Bac 2024 Centres étrangers 1 Jour 1 · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 35**

Q.1 Écrire la formule semi-développée de l'éthanal.

Préfixe « éth » : deux atomes de carbone ; terminaison « al » : groupe aldéhyde en bout de chaîne.

$CH_3-CH=O$

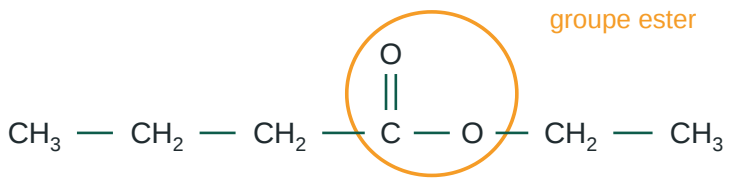
PIÈGE
Confondre avec l'éthanol CH_3-CH_2-OH. Dans une formule semi-développée, seules les liaisons avec les atomes d'hydrogène ne sont pas dessinées : la double liaison $C=O$ doit apparaître.

Q.2 Écrire la formule semi-développée de la molécule donnée en formule topologique. Entourer le groupe caractéristique et nommer la famille fonctionnelle associée.

Chaque extrémité et chaque sommet de la ligne brisée est un atome de carbone, complété par des atomes d'hydrogène pour former quatre liaisons (voir la formule ci-dessous, groupe entouré).

Le groupe caractéristique $-COO-$ relié à deux chaînes carbonées est celui de la famille des **esters**.

MÉTHODE
Compter les atomes de carbone avant et après avoir écrit la formule : ici 4 du côté de $C=O$ (celui du groupe compris) et 2 après l'atome d'oxygène, soit $C_6H_{12}O_2$.



Q.2 · Formule semi-développée, groupe ester entouré

Q.3 Nommer cette molécule.

Chaîne qui porte $C=O$: 4 atomes de carbone, d'où « butanoate ».
Chaîne liée à l'atome d'oxygène : 2 atomes de carbone, d'où « éthyle ».

butanoate d'éthyle

PIÈGE
Inverser les deux chaînes (« éthanoate de butyle »). La partie en « oate » est toujours celle qui contient l'atome de carbone du groupe $C=O$.

Q.4 Écrire l'équation de la réaction modélisant la transformation de l'acide sulfureux avec l'eau.

L'acide H_2SO_3 cède un ion H^+ à l'eau, qui joue le rôle de base :

$$H_2SO_3\,(aq) + H_2O\,(l) \rightleftharpoons HSO_3^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq)$$

COMPRENDRE
Un pK_A est donné pour ce couple : l'acide est faible, la transformation est limitée, d'où la double flèche.

Q.5 Exprimer la constante d'acidité K_{A1} associée à cette équation de réaction.

$$K_{A1} = \frac{[HSO_3^-]_{éq} \times [H_3O^+]_{éq}}{[H_2SO_3]_{éq} \times c^\circ} \text{ avec } c^\circ = 1\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

PIÈGE
Faire figurer l'eau dans l'expression. Le solvant n'apparaît pas dans une constante d'équilibre, et les concentrations sont celles de l'état d'équilibre.

Q.6 Justifier le caractère amphotère de l'espèce chimique HSO_3^-.

HSO_3^- est la base du couple H_2SO_3 / HSO_3^- : elle peut capter un ion H^+.

HSO_3^- est l'acide du couple HSO_3^- / SO_3^{2-} : elle peut céder un ion H^+.

HSO_3^- est à la fois un acide et une base : c'est une espèce **amphotère**.

Q.7 Représenter le diagramme de prédominance pour les trois espèces contenant l'élément soufre.

Données utiles $pK_{A1} = 1{,}8$; $pK_{A2} = 7{,}2$

Pour un couple, l'acide prédomine si $pH < pK_A$ et la base si $pH > pK_A$.

H_2SO_3 prédomine pour $pH < 1{,}8$; HSO_3^- pour $1{,}8 < pH < 7{,}2$; SO_3^{2-} pour $pH > 7{,}2$.



Q.7 · Diagramme de prédominance des espèces soufrées

Q.8 Indiquer l'espèce soufrée prédominante contenue dans un vin dont le pH vaut 3,1. Justifier.

$1{,}8 < 3{,}1 < 7{,}2$: le pH du vin est compris entre pK_{A1} et pK_{A2}.

D'après le diagramme de la Q.7, l'espèce prédominante est l'ion HSO_3^-.

Q.9 Décrire le protocole de dilution pour préparer 100,0 mL de solution diluée de diiode en précisant la verrerie utilisée.

Données utiles dilution au dixième ; volume à préparer $V_1 = 100{,}0$ mL

Diluer 10 fois : le volume de solution mère à prélever est $V_0 = \dfrac{V_1}{10} = \dfrac{100{,}0}{10} = 10{,}0$ mL.

- Verser un peu de solution mère dans un bécher, puis en prélever 10,0 mL avec une pipette jaugée de 10,0 mL munie d'une poire à pipeter.
- Introduire ce prélèvement dans une fiole jaugée de 100,0 mL.
- Compléter avec de l'eau distillée jusqu'aux deux tiers, boucher, agiter.
- Ajuster au trait de jauge avec de l'eau distillée, boucher, homogénéiser.

Pipette jaugée de 10,0 mL et fiole jaugée de 100,0 mL.

PIÈGE
Citer une éprouvette graduée ou un bécher pour mesurer les volumes : seule la verrerie jaugée garantit la précision annoncée par « 100,0 mL ».

Q.10 Déterminer, à l'aide de la figure 1, la longueur d'onde pertinente pour les mesures d'absorbance. Justifier le choix.

Sur le spectre, l'absorbance du diiode passe par un maximum situé entre 450 nm et 500 nm.

On règle le spectrophotomètre sur ce maximum : les écarts d'absorbance entre deux solutions y sont les plus grands, ce qui rend la mesure plus sensible et diminue l'incertitude relative.

$\lambda_{max} \approx 475$ nm

COMPRENDRE
La graduation est large : toute valeur lue entre 470 nm et 480 nm convient. C'est la justification (maximum d'absorption) qui rapporte les points.

Q.11 Montrer que les mesures obtenues pour les solutions étalons de diiode peuvent être modélisées par la loi de Beer-Lambert.

Loi de Beer-Lambert : l'absorbance est proportionnelle à la concentration, $A = k \times c$.

Sur la figure 2, les cinq points sont pratiquement alignés sur une droite qui passe par l'origine (droite tracée à la Q.12) : cette représentation est celle d'une fonction linéaire.

A est proportionnelle à c : les mesures suivent la loi de Beer-Lambert.

PIÈGE
Écrire seulement « les points sont alignés ». La proportionnalité exige aussi le passage par l'origine.

Q.12 Déterminer la valeur de la concentration en quantité de matière de diiode de la solution S_1.

Données utiles $A_1 = 0{,}80$; figure 2

On trace la droite passant par l'origine et au plus près des cinq points.

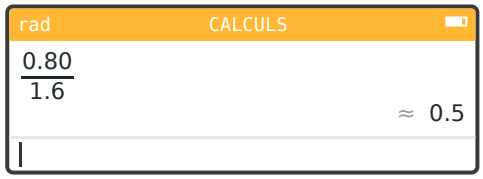
Elle passe par le point $(1{,}0\ \text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}\ ;\ 1{,}60)$, donc $k = \dfrac{1{,}60}{1{,}0} = 1{,}6\ \text{L} \cdot \text{mmol}^{-1}$.

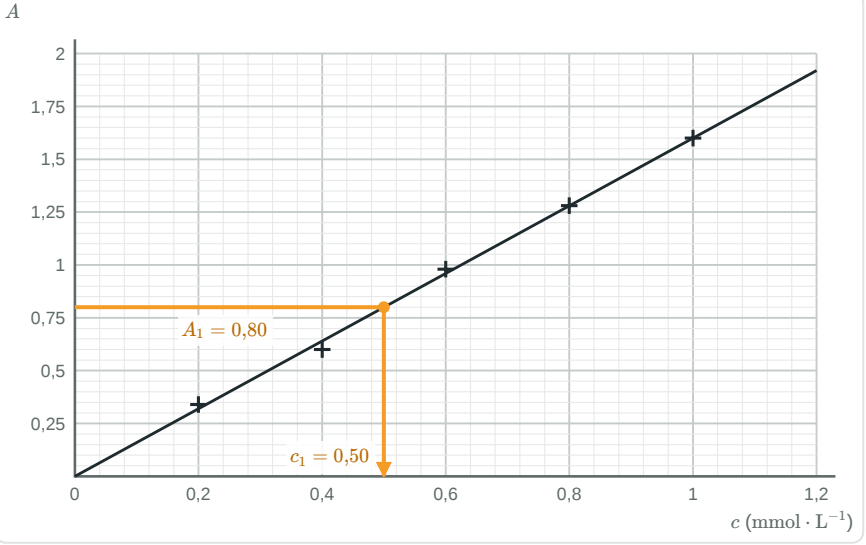
Pour $A_1 = 0{,}80$: $c_1 = \dfrac{A_1}{k} = \dfrac{0{,}80}{1{,}6} = 0{,}50\ \text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$, valeur confirmée par la lecture graphique.

$c_1 = 0{,}50\ \text{mmol} \cdot \text{L}^{-1} = 5{,}0 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

COMPRENDRE
Le résultat s'accorde avec la valeur de c_1 fournie plus loin dans l'énoncé pour le titrage : c'est un bon moyen de contrôle.

À LA CALCULATRICE





Q.12 · Figure 2 du sujet, avec la droite modèle et la lecture pour $A_1 = 0{,}80$

Q.13 Associer à chaque numéro (1, 2, 3, 4) du schéma du dispositif de titrage un nom de matériel ou d'espèce chimique.

- 1 : burette graduée ;
- 2 : solution titrante S_1 de diiode $\mathrm{I_2\,(aq)}$;
- 3 : barreau aimanté (posé sur l'agitateur magnétique) ;
- 4 : solution titrée S_2 contenant $\mathrm{H_2SO_3\,(aq)}$, avec quelques gouttes d'empois d'amidon.

Le diiode (titrant) est dans la burette, la solution S_2 (titrée) dans le bécher.

Q.14 Montrer que l'équation de la réaction support du titrage est $\mathrm{H_2SO_3\,(aq) + I_2\,(aq) + H_2O\,(l) \longrightarrow {SO_4}^{2-}\,(aq) + 4\,H^+\,(aq) + 2\,I^-\,(aq)}$.

Données utiles couples $\mathrm{{SO_4}^{2-}\,(aq)\ /\ H_2SO_3\,(aq)}$ et $\mathrm{I_2\,(aq)\ /\ I^-\,(aq)}$

Oxydation de l'acide sulfureux :
$\mathrm{H_2SO_3\,(aq) + H_2O\,(l) = {SO_4}^{2-}\,(aq) + 4\,H^+\,(aq) + 2\,e^-}$

Réduction du diiode : $\mathrm{I_2\,(aq) + 2\,e^- = 2\,I^-\,(aq)}$

Les deux demi-équations échangent chacune 2 électrons : on les additionne membre à membre.

$\mathrm{H_2SO_3\,(aq) + I_2\,(aq) + H_2O\,(l) \longrightarrow {SO_4}^{2-}\,(aq) + 4\,H^+\,(aq) + 2\,I^-\,(aq)}$: c'est bien l'équation proposée.

MÉTHODE
Demi-équation en milieu acide : équilibrer l'élément principal (S), puis O avec $\mathrm{H_2O}$, puis H avec $\mathrm{H^+}$, enfin les charges avec des électrons. Vérifier : charge nulle à gauche, $-2+4-2=0$ à droite.

Q.15 Établir la relation à l'équivalence entre les quantités de matière $n_E(\mathrm{I_2})$ de diiode introduit et $n_0(\mathrm{H_2SO_3})$ de dioxyde de soufre dissous.

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de l'équation du titrage. Les nombres stœchiométriques de $\mathrm{H_2SO_3}$ et de $\mathrm{I_2}$ valent tous deux 1 :

$n_0(\mathrm{H_2SO_3}) = n_E(\mathrm{I_2})$

Q.16 Indiquer si le vigneron peut prétendre obtenir l'une ou l'autre de ces certifications.

Données utiles $c_1 = 5{,}0\times10^{-4}\ \mathrm{mol\cdot L^{-1}}$; $V_e = 9{,}9$ mL ; $V_2 = 10{,}0$ mL ; $M = 82{,}1\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}}$; maximums : 150 (AB), 170 (Terra Vitis), 90 (Demeter) $\mathrm{mg\cdot L^{-1}}$

D'après la Q.15 : $c_2\times V_2 = c_1\times V_e$, donc $c_2 = \dfrac{c_1\times V_e}{V_2}$.

$$c_2 = \frac{5{,}0\times10^{-4}\times9{,}9}{10{,}0} = 4{,}95\times10^{-4}\ \mathrm{mol\cdot L^{-1}}$$

Concentration en masse : $c_m = c_2\times M = 4{,}95\times10^{-4}\times82{,}1 = 4{,}1\times10^{-2}\ \mathrm{g\cdot L^{-1}}$, soit $41\ \mathrm{mg\cdot L^{-1}}$.

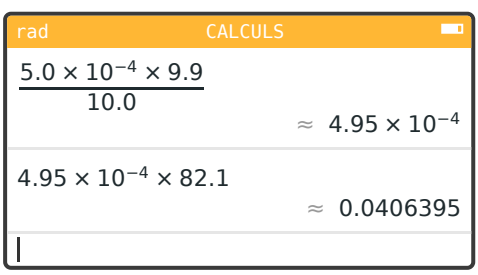
Comparaison : $41 < 90 < 150 < 170$ (en $\mathrm{mg\cdot L^{-1}}$).

$c_m \approx 41\ \mathrm{mg\cdot L^{-1}}$, inférieure aux trois maximums : le vigneron peut prétendre aux trois certifications (AB, Terra Vitis et Demeter).

PIÈGE
Laisser le résultat en $\mathrm{g\cdot L^{-1}}$ et le comparer à un tableau en $\mathrm{mg\cdot L^{-1}}$. Les volumes peuvent rester en mL, car seul leur rapport intervient.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme c_1 et V_e, les données les moins précises. On garde $4{,}95\times10^{-4}$ dans le calcul intermédiaire et on arrondit seulement à la fin.

À LA CALCULATRICE



Utilisation d'un laser comme instrument de mesure

Bac 2024 Centres étrangers 1 Jour 1 · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

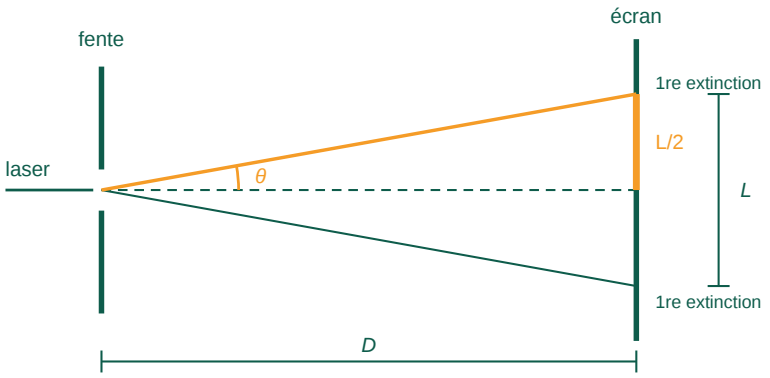
Q.1 Exprimer, à l'aide de la figure 1, l'angle de diffraction θ en fonction de la largeur L de la tache centrale et de la distance D.

Dans le triangle rectangle formé par la fente, le centre de la tache centrale et la première extinction, le côté opposé à θ mesure $\frac{L}{2}$ et le côté adjacent mesure D :

$$\tan\theta = \frac{L/2}{D} = \frac{L}{2D}$$

L'angle est petit, donc $\tan\theta \approx \theta$ (en radians).

$$\boxed{\theta = \frac{L}{2D}}$$



Q.1 · Le triangle rectangle utilisé (vue de dessus, échelle non respectée)

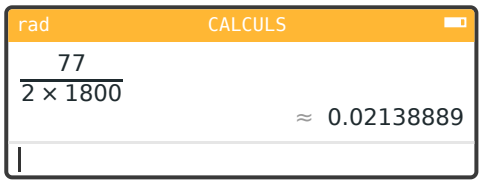
PIÈGE

Écrire $\theta = \frac{L}{D}$: l'angle θ est repéré entre l'axe du faisceau et la première extinction, il ne « voit » que la moitié de la tache centrale.

COMPRENDRE

Contrôle avec le tableau : pour $a = 30$ µm, $\frac{77}{2\times1800} = 2{,}14\times10^{-2}$ rad, la valeur donnée par le tableur. Les deux longueurs sont dans la même unité.

À LA CALCULATRICE



Q.2 Déduire des informations précédentes la valeur de la longueur d'onde λ_{laser} du laser utilisé. Justifier.

Données utiles figure 3 : pente $k = 6{,}41\times10^{-7}$ m ; relation théorique $\theta = \frac{\lambda}{a}$

Sur la figure 2, les points sont alignés sur une droite passant par l'origine : θ est proportionnel à $\frac{1}{a}$, soit $\theta = k\times\frac{1}{a}$.

La théorie donne $\theta = \frac{\lambda_{laser}}{a} = \lambda_{laser}\times\frac{1}{a}$.

Par identification, la pente de la droite est la longueur d'onde : $\lambda_{laser} = k$.

$$\boxed{\lambda_{laser} = 6{,}41\times10^{-7}\ \text{m} = 641\ \text{nm}}$$

COMPRENDRE

Trois chiffres significatifs, comme la pente affichée par la console. La notation « 6.41e-07 » du langage python se lit $6{,}41\times10^{-7}$.

MÉTHODE

Pour exploiter une droite : écrire son équation avec les grandeurs portées sur les axes, écrire la relation théorique sous la même forme, puis identifier la pente. L'unité de la pente (ici le mètre) confirme l'identification.

Q.3 Indiquer si la valeur mesurée est en accord avec la longueur d'onde $\lambda_{\text{réf}} = 650$ nm indiquée sur la notice du constructeur.

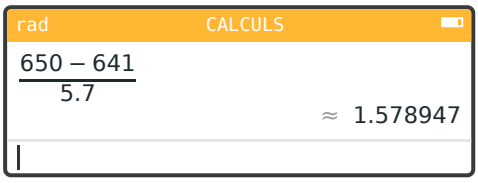
Données utiles $\lambda_{\text{laser}} = 641$ nm (Q.2) ; figure 3 : $u(k) = 5{,}7 \times 10^{-9}$ m ; $\lambda_{\text{réf}} = 650$ nm

Comme $\lambda_{\text{laser}} = k$, son incertitude-type est $u(\lambda_{\text{laser}}) = u(k) = 5{,}7 \times 10^{-9}$ m $= 5{,}7$ nm.

$$\left|\frac{\lambda_{\text{laser}} - \lambda_{\text{réf}}}{u(\lambda_{\text{laser}})}\right| = \frac{|641 - 650|}{5{,}7} = 1{,}6$$

Le quotient vaut $1{,}6 < 2$: la valeur mesurée est en accord avec la valeur de référence 650 nm.

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Comparer seulement les deux valeurs (« 641 est proche de 650 ») ou calculer un écart relatif : l'énoncé impose le quotient avec l'incertitude-type. Les trois grandeurs doivent être dans la même unité.

COMPRENDRE
Ce quotient compte le nombre d'incertitudes-types qui séparent la mesure de la référence. Le critère usuel : accord s'il est inférieur ou égal à 2. Il faut citer ce seuil pour conclure.

Q.4 Évaluer les valeurs des interfranges i et i' à l'aide des dimensions figurant sur la figure 6.

Données utiles figure 6 : 45 mm sur l'axe horizontal, 18 mm sur l'axe vertical

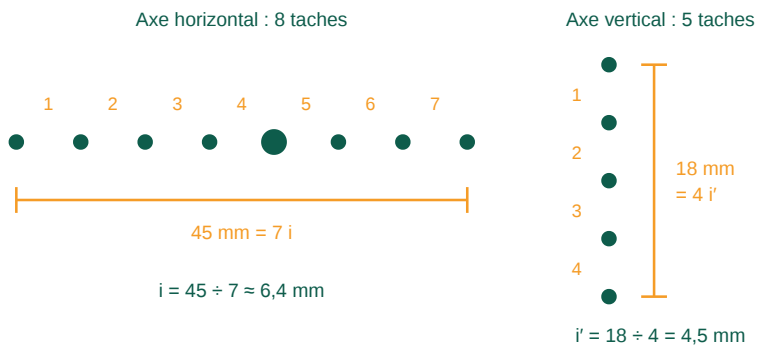
Axe horizontal : la flèche de 45 mm relie les centres de 8 taches lumineuses successives, soit 7 interfranges.

$$i = \frac{45}{7} = 6{,}4 \text{ mm}$$

Axe vertical : la flèche de 18 mm relie les centres de 5 taches successives, soit 4 interfranges.

$$i' = \frac{18}{4} = 4{,}5 \text{ mm}$$

$i = 6{,}4$ mm et $i' = 4{,}5$ mm

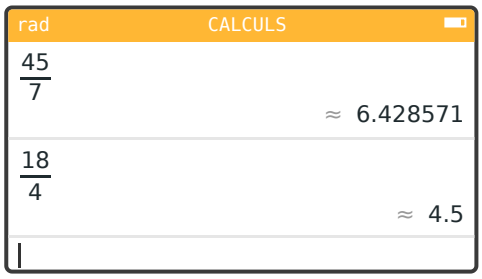


Q.4 · Comptage des interfranges de la figure 6 (schéma de principe)

PIÈGE
Diviser par le nombre de taches au lieu du nombre d'intervalles : 8 taches délimitent 7 interfranges, 5 taches en délimitent 4.

MÉTHODE
Mesurer plusieurs interfranges d'un coup puis diviser : l'erreur de pointé est répartie sur tous les intervalles, la valeur de i est plus précise que par une mesure directe d'un seul intervalle.

À LA CALCULATRICE



Q.5 En déduire les valeurs des dimensions b et b' du voile, ainsi que leurs incertitudes associées. Écrire les résultats avec un nombre adapté de chiffres significatifs.

Données utiles $\lambda = (650 \pm 20)$ nm ; $D' = (6{,}17 \pm 0{,}03)$ m ; $i = 6{,}43$ mm et $i' = 4{,}5$ mm (Q.4) ; $u(i) = u(i') = 0{,}1$ mm

De $i = \dfrac{\lambda \times D'}{b}$ on tire $b = \dfrac{\lambda \times D'}{i}$, et de même $b' = \dfrac{\lambda \times D'}{i'}$.

$$b = \frac{650 \times 10^{-9} \times 6{,}17}{6{,}43 \times 10^{-3}} = 6{,}24 \times 10^{-4}\ \text{m}$$

$$b' = \frac{650 \times 10^{-9} \times 6{,}17}{4{,}5 \times 10^{-3}} = 8{,}91 \times 10^{-4}\ \text{m}$$

Incertitudes-types : $u(b) = b \times \sqrt{\left(\dfrac{u(D')}{D'}\right)^2 + \left(\dfrac{u(i)}{i}\right)^2 + \left(\dfrac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2}$

$$u(b) = 6{,}24 \times 10^{-4} \times \sqrt{\left(\frac{0{,}03}{6{,}17}\right)^2 + \left(\frac{0{,}1}{6{,}43}\right)^2 + \left(\frac{20}{650}\right)^2} = 2{,}2 \times 10^{-5}\ \text{m}$$

$$u(b') = 8{,}91 \times 10^{-4} \times \sqrt{\left(\frac{0{,}03}{6{,}17}\right)^2 + \left(\frac{0{,}1}{4{,}5}\right)^2 + \left(\frac{20}{650}\right)^2} = 3{,}4 \times 10^{-5}\ \text{m}$$

On arrondit chaque incertitude à un chiffre significatif, par excès, et la valeur au même rang.

$$\boxed{b = (6{,}2 \pm 0{,}3) \times 10^{-4}\ \text{m} \text{ et } b' = (8{,}9 \pm 0{,}4) \times 10^{-4}\ \text{m}}$$

PIÈGE

Calculer b avec i déjà arrondi à $6{,}4$ mm donne $6{,}3 \times 10^{-4}$ m. On garde $i = 45 \div 7$ dans le calcul. Convertir aussi les nanomètres et les millimètres en mètres.

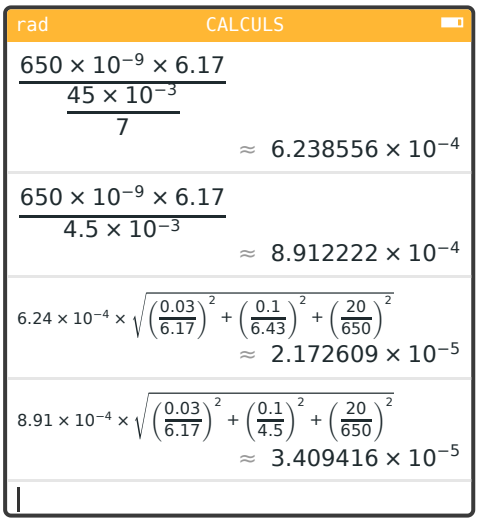
COMPRENDRE

L'incertitude fixe le nombre de chiffres à écrire : elle porte ici sur le rang 10^{-5} m, la valeur s'arrête à ce rang. On vérifie $b < b'$, comme sur le schéma de la figure 4.

MÉTHODE

Dans la racine, chaque quotient est sans unité : il suffit que numérateur et dénominateur soient dans la même unité (mm avec mm, nm avec nm). Le terme $\dfrac{u(\lambda)}{\lambda}$ domine : c'est le laser qui limite la précision.

À LA CALCULATRICE



Q.6 Expliquer pourquoi la distance D utilisée dans la partie 1 a dû être remplacée par une distance D' pour la mesure de la partie 2.

Données utiles $D = 1{,}800$ m ; $D' = 6{,}17$ m ; $b = 6{,}2 \times 10^{-4}$ m et $b' = 8{,}9 \times 10^{-4}$ m (Q.5) ; $u(i) = 0{,}1$ mm

Les dimensions b et b' des mailles (de l'ordre de 600 à 900 µm) sont bien plus grandes que les largeurs des fentes de la partie 1 (30 à 200 µm). Or l'interfrange $i = \dfrac{\lambda \times D'}{b}$ est d'autant plus petit que b est grand.

Avec la distance $D = 1{,}800$ m, on aurait obtenu :

$$i = \frac{650 \times 10^{-9} \times 1{,}800}{6{,}2 \times 10^{-4}} = 1{,}9 \times 10^{-3}\ \text{m} = 1{,}9\ \text{mm}$$

$$i' = \frac{650 \times 10^{-9} \times 1{,}800}{8{,}9 \times 10^{-4}} = 1{,}3 \times 10^{-3}\ \text{m} = 1{,}3\ \text{mm}$$

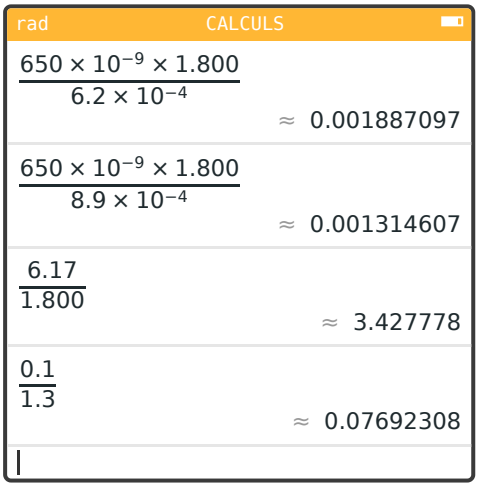
Des taches aussi serrées sont difficiles à distinguer et à mesurer : avec $u(i) = 0{,}1$ mm, l'incertitude relative sur i' atteindrait environ $8\ \%$.

L'interfrange est proportionnel à la distance voile-écran : passer de D à $D' = 6{,}17$ m agrandit la figure (facteur $3{,}4$) et réduit l'incertitude relative sur i et i'.

COMPRENDRE

Une même incertitude absolue de $0{,}1$ mm pèse moins sur une grande longueur : $\dfrac{0{,}1}{4{,}5} \approx 2\ \%$ à $6{,}17$ m contre $\dfrac{0{,}1}{1{,}3} \approx 8\ \%$ à $1{,}800$ m.

À LA CALCULATRICE



Q.7 Estimer le nombre d'ouvertures par cm² du voile polyester testé. Indiquer s'il est utilisable comme moustiquaire anti-pollen selon l'ECARF.

Données utiles $b = 6{,}2 \times 10^{-4}$ m et $b' = 8{,}9 \times 10^{-4}$ m (Q.5) ; moustiquaire classique : 50 ouvertures par cm² ; anti-pollen : au moins 3 fois plus

Seuil à atteindre : $3 \times 50 = 150$ ouvertures par cm².

Le maillage est périodique : chaque ouverture occupe un rectangle de côtés b et b' (un trou et le fil qui l'entoure). En centimètres, $b = 6{,}2 \times 10^{-2}$ cm et $b' = 8{,}9 \times 10^{-2}$ cm.

Surface occupée par une ouverture : $S = b \times b' = 6{,}2 \times 10^{-2} \times 8{,}9 \times 10^{-2} = 5{,}5 \times 10^{-3}\ \text{cm}^2$

Nombre d'ouvertures dans $1\ \text{cm}^2$:

$$N = \frac{1}{b \times b'} = \frac{1}{6{,}2 \times 10^{-2} \times 8{,}9 \times 10^{-2}} = 1{,}8 \times 10^{2}$$

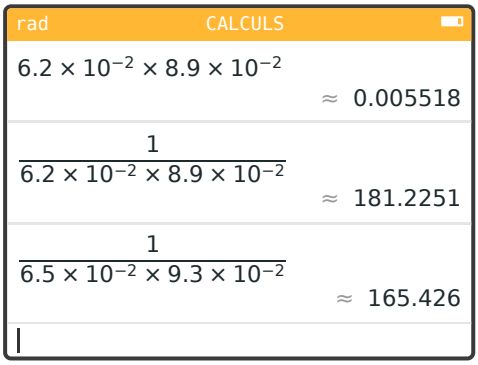
$N \approx 1{,}8 \times 10^2$ ouvertures par cm², supérieur à 150 : le voile est utilisable comme moustiquaire anti-pollen.

PIÈGE
Conversion : $1\ \text{m} = 10^2$ cm, mais $1\ \text{m}^2 = 10^4\ \text{cm}^2$. Le plus sûr est de convertir b et b' en centimètres avant de multiplier.

COMPRENDRE
Même dans le cas le plus défavorable, avec les valeurs hautes $b = 6{,}5 \times 10^{-2}$ cm et $b' = 9{,}3 \times 10^{-2}$ cm, on trouve environ 165 ouvertures par cm² : la conclusion tient malgré les incertitudes.

MÉTHODE
Question ouverte : annoncer le critère chiffré (150 par cm²), expliquer le modèle choisi (une ouverture par rectangle $b \times b'$), calculer, puis conclure par une comparaison explicite.

À LA CALCULATRICE



L'homme canon

Bac 2024 Centres étrangers 1 Jour 1 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q.1 Exprimer l'énergie mécanique du système à la date $t = 0$ en fonction de m, H et V_0.

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur : $E_m = E_c + E_{pp} = \frac{1}{2} m v^2 + m g z$, avec $E_{pp} = 0$ au niveau du sol ($z = 0$).

À $t = 0$, le système est en G_0 : $z = H$ et $v = V_0$.

$$E_m(0) = \frac{1}{2} m V_0^2 + m g H$$

PIÈGE
Oublier le terme $m g H$: la bouche du canon n'est pas au niveau du sol, origine de l'axe vertical et référence choisie pour l'énergie potentielle.

Q.2 À l'aide d'un raisonnement énergétique, déterminer la vitesse du système à l'arrivée dans le filet.

Données utiles $V_0 = 31\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $H = 8{,}0\ \text{m}$; $h = 8{,}0\ \text{m}$

Pendant le vol, la seule force exercée est le poids, qui est une force conservative : l'énergie mécanique du système se conserve.

Entre le départ G_0 et l'arrivée dans le filet (vitesse v_F, altitude h) :

$$\frac{1}{2} m V_0^2 + m g H = \frac{1}{2} m v_F^2 + m g h$$

Comme $h = H$, les énergies potentielles sont égales, donc $v_F^2 = V_0^2$.

$$v_F = V_0 = 31\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

COMPRENDRE
Le filet est à la même altitude que la bouche du canon : toute l'énergie cinétique convertie à la montée est restituée à la descente. Seule la direction de la vitesse a changé, pas sa valeur.

MÉTHODE
Raisonnement énergétique : 1) forces et caractère conservatif ; 2) égalité des énergies mécaniques entre deux positions ; 3) isoler l'inconnue. La masse se simplifie, aucun calcul n'est nécessaire ici.

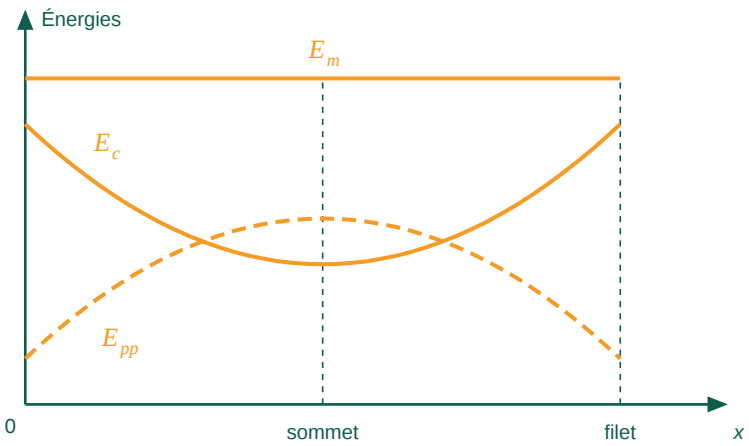
Q.3 Représenter, sans souci d'échelle, l'évolution des énergies cinétique, potentielle de pesanteur et mécanique au cours du vol.

- E_m : constante, droite horizontale.
- $E_{pp} = m g z$: part d'une valeur non nulle ($m g H$), augmente jusqu'au sommet de la trajectoire, puis diminue et retrouve sa valeur initiale au filet.
- $E_c = E_m - E_{pp}$: varie en sens inverse, minimale au sommet mais non nulle, puis retrouve sa valeur initiale.

Voir le graphique : à chaque instant, $E_c + E_{pp} = E_m$.

PIÈGE
Annuler E_c au sommet. La vitesse y est horizontale et vaut $V_0 \cos \alpha$: l'énergie cinétique passe par un minimum strictement positif.

COMPRENDRE
Les deux courbes sont symétriques l'une de l'autre par rapport à l'horizontale $E_m/2$. Le même tracé avec le temps t en abscisse convient aussi, car x est proportionnel à t.



Q.3 · Énergies du système en fonction de l'abscisse x (allure, sans échelle)

Q.4 En appliquant la deuxième loi de Newton au système, exprimer les coordonnées du vecteur accélération pendant le vol.

Système {artiste + équipement}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen ; seule force : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical et dirigé vers le bas, l'axe (Oz) est orienté vers le haut :

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$$

PIÈGE
Écrire $a_z = +g$: le signe dépend de l'orientation de l'axe (Oz), ici vers le haut, à l'opposé de $\vec{g}$.

Q.5 En déduire les équations horaires $x(t) = (V_0 \cos\alpha)\,t$ et $z(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + (V_0 \sin\alpha)\,t + H$.

Comme $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche une primitive de chaque coordonnée :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_z = -g\,t + C_2 \end{cases}$$

À $t = 0$, $\vec{v} = \vec{V_0}$, de coordonnées $V_0 \cos\alpha$ et $V_0 \sin\alpha$: $C_1 = V_0 \cos\alpha$ et $C_2 = V_0 \sin\alpha$.

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = V_0 \cos\alpha \\ v_z = -g\,t + V_0 \sin\alpha \end{cases}$$

Comme $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, on cherche à nouveau une primitive :

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = (V_0 \cos\alpha)\,t + C_3 \\ z = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + (V_0 \sin\alpha)\,t + C_4 \end{cases}$$

À $t = 0$, le système est en G_0 : $x = 0$ et $z = H$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = H$.

$x(t) = (V_0 \cos\alpha)\,t$ et $z(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + (V_0 \sin\alpha)\,t + H$: ce sont les équations attendues.

PIÈGE
Oublier $C_4 = H$: le système ne part pas de l'origine O du repère, mais de G_0, situé à la hauteur H au-dessus de O.

MÉTHODE
Accélération, puis vitesse, puis position : à chaque primitive, une constante par coordonnée, fixée par la condition initiale correspondante (vitesse initiale, puis position initiale).

Q.6 Donner la valeur de la coordonnée $z(t)$ lorsque le système entre en contact avec le filet de protection.

Le filet est horizontal, à la hauteur h au-dessus du sol, où se trouve l'origine de l'axe (Oz).

Au contact avec le filet : $z(t_V) = h = 8{,}0$ m

Q.7 En déduire la valeur de la durée t_V du vol, puis celle de la longueur x_V de la portée.

Données utiles $V_0 = 31\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\alpha = 45^\circ$; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $z(t_V) = h = H$ (Q.6)

À la date t_V : $-\frac{1}{2}g\,t_V^2 + (V_0\sin\alpha)\,t_V + H = h$. Comme $h = H$:

$$t_V\left(-\frac{1}{2}g\,t_V + V_0\sin\alpha\right) = 0$$

La solution $t_V = 0$ correspond au départ. La durée du vol est l'autre solution :

$$t_V = \frac{2\,V_0\sin\alpha}{g} = \frac{2\times 31\times\sin 45^\circ}{9{,}81} = 4{,}5\ \text{s}$$

La portée est l'abscisse à cette date : $x_V = (V_0\cos\alpha)\,t_V = 31\times\cos 45^\circ\times 4{,}47 = 98$ m

$t_V = 4{,}5$ s et $x_V = 98$ m

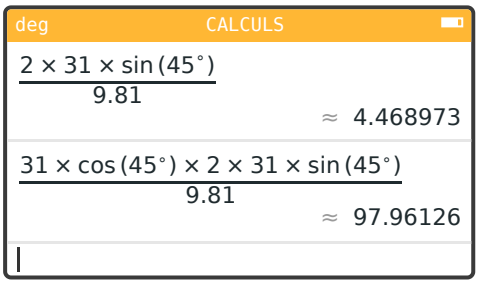
PIÈGE

Calculatrice en radians : $\sin 45$ donne alors $0{,}85$ au lieu de $0{,}71$. Vérifier le mode degrés avant le calcul.

COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs, comme V_0 et H. Pour x_V, on garde la valeur non arrondie de t_V : avec $4{,}5$ s on trouverait 99 m.

À LA CALCULATRICE



Q.8 Comparer la longueur estimée par ce modèle avec le record homologué de 56,64 m. Le modèle de la chute libre est-il adapté ? Proposer une explication.

Données utiles $x_V = 98$ m (Q.7) ; portée homologuée : $56{,}64$ m

$\dfrac{x_V}{x_{\text{record}}} = \dfrac{98}{56{,}64} \approx 1{,}7$: le modèle prévoit une portée supérieure de plus de 40 m à la portée mesurée, soit 1,7 fois plus grande.

Un tel écart est bien trop grand pour un numéro dont le filet ne mesure qu'une quinzaine de mètres : le modèle de la chute libre n'est pas adapté.

Explication : l'action de l'air n'est pas négligeable devant le poids. À une vitesse de l'ordre de $30\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (plus de $100\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$), les frottements freinent fortement l'artiste et raccourcissent le vol.

$x_V \approx 1{,}7 \times x_{\text{record}}$: modèle de la chute libre non adapté, les frottements de l'air ne sont pas négligeables.

MÉTHODE

« Comparer » demande un écart ou un rapport chiffré, puis une conclusion sur le modèle. L'explication doit remettre en cause une hypothèse précise de l'énoncé, ici l'action de l'air négligée.

À LA CALCULATRICE

