Utilisation d'un laser comme instrument de mesure

Bac 2024 Centres étrangers 1 Jour 1 · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

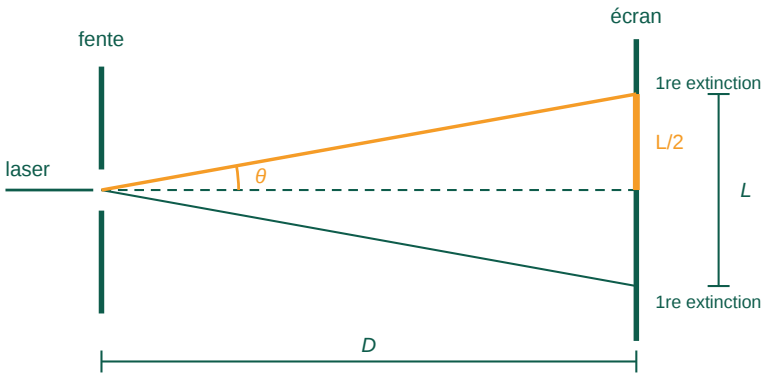
Q.1 Exprimer, à l'aide de la figure 1, l'angle de diffraction θ en fonction de la largeur L de la tache centrale et de la distance D.

Dans le triangle rectangle formé par la fente, le centre de la tache centrale et la première extinction, le côté opposé à θ mesure $\frac{L}{2}$ et le côté adjacent mesure D :

$$\tan\theta = \frac{L/2}{D} = \frac{L}{2D}$$

L'angle est petit, donc $\tan\theta \approx \theta$ (en radians).

$$\boxed{\theta = \frac{L}{2D}}$$



Q.1 · Le triangle rectangle utilisé (vue de dessus, échelle non respectée)

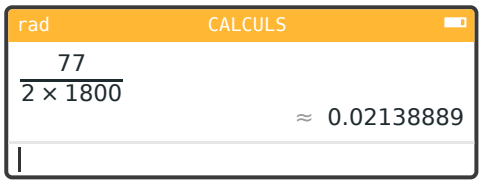
PIÈGE

Écrire $\theta = \frac{L}{D}$: l'angle θ est repéré entre l'axe du faisceau et la première extinction, il ne « voit » que la moitié de la tache centrale.

COMPRENDRE

Contrôle avec le tableau : pour $a = 30$ µm, $\frac{77}{2\times1800} = 2{,}14\times10^{-2}$ rad, la valeur donnée par le tableur. Les deux longueurs sont dans la même unité.

À LA CALCULATRICE



Q.2 Déduire des informations précédentes la valeur de la longueur d'onde λ_{laser} du laser utilisé. Justifier.

Données utiles figure 3 : pente $k = 6{,}41\times10^{-7}$ m ; relation théorique $\theta = \frac{\lambda}{a}$

Sur la figure 2, les points sont alignés sur une droite passant par l'origine : θ est proportionnel à $\frac{1}{a}$, soit $\theta = k\times\frac{1}{a}$.

La théorie donne $\theta = \frac{\lambda_{laser}}{a} = \lambda_{laser}\times\frac{1}{a}$.

Par identification, la pente de la droite est la longueur d'onde : $\lambda_{laser} = k$.

$$\boxed{\lambda_{laser} = 6{,}41\times10^{-7}\ \text{m} = 641\ \text{nm}}$$

COMPRENDRE

Trois chiffres significatifs, comme la pente affichée par la console. La notation « 6.41e-07 » du langage python se lit $6{,}41\times10^{-7}$.

MÉTHODE

Pour exploiter une droite : écrire son équation avec les grandeurs portées sur les axes, écrire la relation théorique sous la même forme, puis identifier la pente. L'unité de la pente (ici le mètre) confirme l'identification.

Q.3 Indiquer si la valeur mesurée est en accord avec la longueur d'onde $\lambda_{réf} = 650$ nm indiquée sur la notice du constructeur.

Données utiles $\lambda_{laser} = 641$ nm (Q.2) ; figure 3 : $u(k) = 5{,}7 \times 10^{-9}$ m ; $\lambda_{réf} = 650$ nm

Comme $\lambda_{laser} = k$, son incertitude-type est $u(\lambda_{laser}) = u(k) = 5{,}7 \times 10^{-9}$ m $= 5{,}7$ nm.

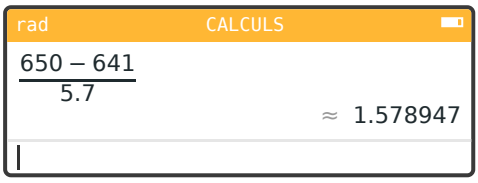
$$\left|\frac{\lambda_{laser} - \lambda_{réf}}{u(\lambda_{laser})}\right| = \frac{|641 - 650|}{5{,}7} = 1{,}6$$

Le quotient vaut $1{,}6 < 2$: la valeur mesurée est en accord avec la valeur de référence 650 nm.

PIÈGE
Comparer seulement les deux valeurs (« 641 est proche de 650 ») ou calculer un écart relatif : l'énoncé impose le quotient avec l'incertitude-type. Les trois grandeurs doivent être dans la même unité.

COMPRENDRE
Ce quotient compte le nombre d'incertitudes-types qui séparent la mesure de la référence. Le critère usuel : accord s'il est inférieur ou égal à 2. Il faut citer ce seuil pour conclure.

À LA CALCULATRICE



Q.4 Évaluer les valeurs des interfranges i et i' à l'aide des dimensions figurant sur la figure 6.

Données utiles figure 6 : 45 mm sur l'axe horizontal, 18 mm sur l'axe vertical

Axe horizontal : la flèche de 45 mm relie les centres de 8 taches lumineuses successives, soit 7 interfranges.

$$i = \frac{45}{7} = 6{,}4 \text{ mm}$$

Axe vertical : la flèche de 18 mm relie les centres de 5 taches successives, soit 4 interfranges.

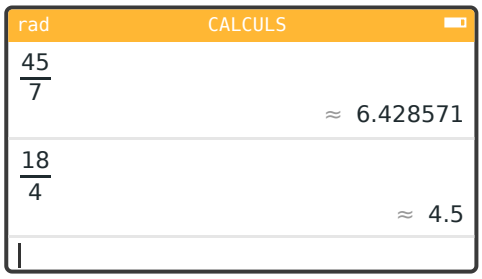
$$i' = \frac{18}{4} = 4{,}5 \text{ mm}$$

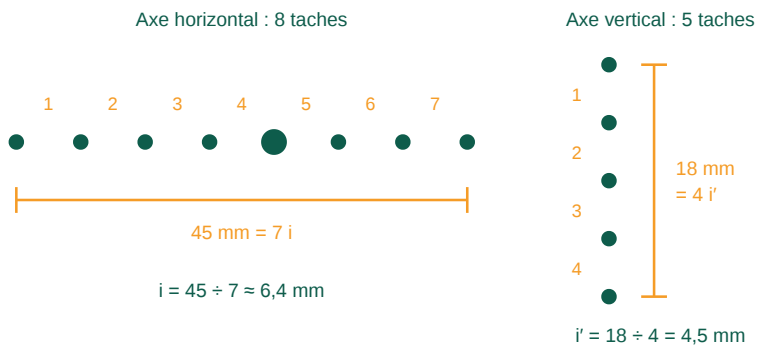
$i = 6{,}4$ mm et $i' = 4{,}5$ mm

PIÈGE
Diviser par le nombre de taches au lieu du nombre d'intervalles : 8 taches délimitent 7 interfranges, 5 taches en délimitent 4.

MÉTHODE
Mesurer plusieurs interfranges d'un coup puis diviser : l'erreur de pointé est répartie sur tous les intervalles, la valeur de i est plus précise que par une mesure directe d'un seul intervalle.

À LA CALCULATRICE





Q.4 · Comptage des interfranges de la figure 6 (schéma de principe)

Q.5 En déduire les valeurs des dimensions b et b' du voile, ainsi que leurs incertitudes associées. Écrire les résultats avec un nombre adapté de chiffres significatifs.

Données utiles $\lambda = (650 \pm 20)$ nm ; $D' = (6{,}17 \pm 0{,}03)$ m ; $i = 6{,}43$ mm et $i' = 4{,}5$ mm (Q.4) ; $u(i) = u(i') = 0{,}1$ mm

De $i = \dfrac{\lambda \times D'}{b}$ on tire $b = \dfrac{\lambda \times D'}{i}$, et de même $b' = \dfrac{\lambda \times D'}{i'}$.

$$b = \frac{650 \times 10^{-9} \times 6{,}17}{6{,}43 \times 10^{-3}} = 6{,}24 \times 10^{-4}\ \text{m}$$

$$b' = \frac{650 \times 10^{-9} \times 6{,}17}{4{,}5 \times 10^{-3}} = 8{,}91 \times 10^{-4}\ \text{m}$$

Incertitudes-types : $u(b) = b \times \sqrt{\left(\dfrac{u(D')}{D'}\right)^2 + \left(\dfrac{u(i)}{i}\right)^2 + \left(\dfrac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2}$

$$u(b) = 6{,}24 \times 10^{-4} \times \sqrt{\left(\frac{0{,}03}{6{,}17}\right)^2 + \left(\frac{0{,}1}{6{,}43}\right)^2 + \left(\frac{20}{650}\right)^2} = 2{,}2 \times 10^{-5}\ \text{m}$$

$$u(b') = 8{,}91 \times 10^{-4} \times \sqrt{\left(\frac{0{,}03}{6{,}17}\right)^2 + \left(\frac{0{,}1}{4{,}5}\right)^2 + \left(\frac{20}{650}\right)^2} = 3{,}4 \times 10^{-5}\ \text{m}$$

On arrondit chaque incertitude à un chiffre significatif, par excès, et la valeur au même rang.

$$\boxed{b = (6{,}2 \pm 0{,}3) \times 10^{-4}\ \text{m} \text{ et } b' = (8{,}9 \pm 0{,}4) \times 10^{-4}\ \text{m}}$$

PIÈGE

Calculer b avec i déjà arrondi à $6{,}4$ mm donne $6{,}3 \times 10^{-4}$ m. On garde $i = 45 \div 7$ dans le calcul. Convertir aussi les nanomètres et les millimètres en mètres.

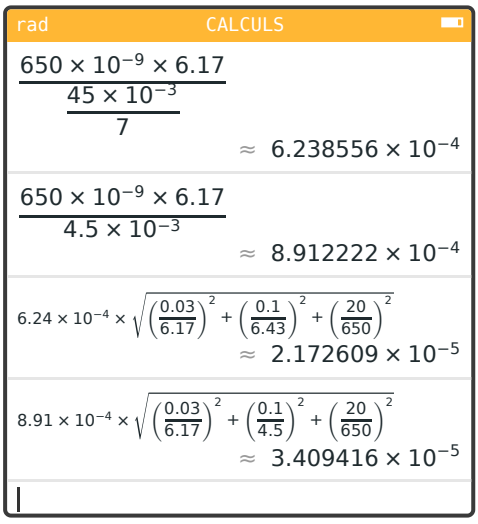
COMPRENDRE

L'incertitude fixe le nombre de chiffres à écrire : elle porte ici sur le rang 10^{-5} m, la valeur s'arrête à ce rang. On vérifie $b < b'$, comme sur le schéma de la figure 4.

MÉTHODE

Dans la racine, chaque quotient est sans unité : il suffit que numérateur et dénominateur soient dans la même unité (mm avec mm, nm avec nm). Le terme $\dfrac{u(\lambda)}{\lambda}$ domine : c'est le laser qui limite la précision.

À LA CALCULATRICE



Q.6 Expliquer pourquoi la distance D utilisée dans la partie 1 a dû être remplacée par une distance D' pour la mesure de la partie 2.

Données utiles $D = 1{,}800$ m ; $D' = 6{,}17$ m ; $b = 6{,}2 \times 10^{-4}$ m et $b' = 8{,}9 \times 10^{-4}$ m (Q.5) ; $u(i) = 0{,}1$ mm

Les dimensions b et b' des mailles (de l'ordre de 600 à 900 µm) sont bien plus grandes que les largeurs des fentes de la partie 1 (30 à 200 µm). Or l'interfrange $i = \dfrac{\lambda \times D'}{b}$ est d'autant plus petit que b est grand.

Avec la distance $D = 1{,}800$ m, on aurait obtenu :

$$i = \frac{650 \times 10^{-9} \times 1{,}800}{6{,}2 \times 10^{-4}} = 1{,}9 \times 10^{-3}\ \text{m} = 1{,}9\ \text{mm}$$

$$i' = \frac{650 \times 10^{-9} \times 1{,}800}{8{,}9 \times 10^{-4}} = 1{,}3 \times 10^{-3}\ \text{m} = 1{,}3\ \text{mm}$$

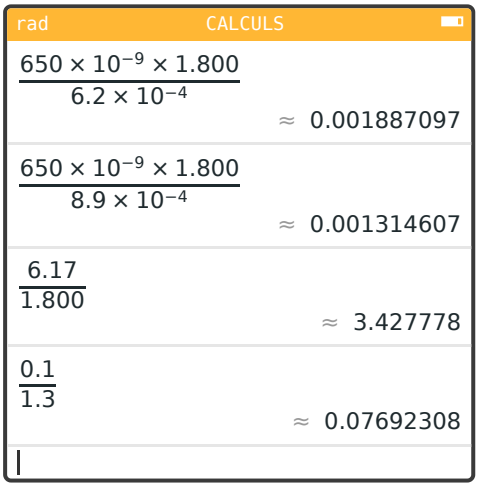
Des taches aussi serrées sont difficiles à distinguer et à mesurer : avec $u(i) = 0{,}1$ mm, l'incertitude relative sur i' atteindrait environ $8\ \%$.

L'interfrange est proportionnel à la distance voile-écran : passer de D à $D' = 6{,}17$ m agrandit la figure (facteur $3{,}4$) et réduit l'incertitude relative sur i et i'.

COMPRENDRE

Une même incertitude absolue de $0{,}1$ mm pèse moins sur une grande longueur : $\dfrac{0{,}1}{4{,}5} \approx 2\ \%$ à $6{,}17$ m contre $\dfrac{0{,}1}{1{,}3} \approx 8\ \%$ à $1{,}800$ m.

À LA CALCULATRICE



Q.7 Estimer le nombre d'ouvertures par cm² du voile polyester testé. Indiquer s'il est utilisable comme moustiquaire anti-pollen selon l'ECARF.

Données utiles $b = 6{,}2 \times 10^{-4}$ m et $b' = 8{,}9 \times 10^{-4}$ m (Q.5) ; moustiquaire classique : 50 ouvertures par cm² ; anti-pollen : au moins 3 fois plus

Seuil à atteindre : $3 \times 50 = 150$ ouvertures par cm².

Le maillage est périodique : chaque ouverture occupe un rectangle de côtés b et b' (un trou et le fil qui l'entoure). En centimètres, $b = 6{,}2 \times 10^{-2}$ cm et $b' = 8{,}9 \times 10^{-2}$ cm.

Surface occupée par une ouverture : $S = b \times b' = 6{,}2 \times 10^{-2} \times 8{,}9 \times 10^{-2} = 5{,}5 \times 10^{-3}\ \text{cm}^2$

Nombre d'ouvertures dans $1\ \text{cm}^2$:

$$N = \frac{1}{b \times b'} = \frac{1}{6{,}2 \times 10^{-2} \times 8{,}9 \times 10^{-2}} = 1{,}8 \times 10^{2}$$

$N \approx 1{,}8 \times 10^{2}$ ouvertures par cm², supérieur à 150 : le voile est utilisable comme moustiquaire anti-pollen.

PIÈGE
Conversion : $1\ \text{m} = 10^{2}$ cm, mais $1\ \text{m}^2 = 10^{4}\ \text{cm}^2$. Le plus sûr est de convertir b et b' en centimètres avant de multiplier.

COMPRENDRE
Même dans le cas le plus défavorable, avec les valeurs hautes $b = 6{,}5 \times 10^{-2}$ cm et $b' = 9{,}3 \times 10^{-2}$ cm, on trouve environ 165 ouvertures par cm² : la conclusion tient malgré les incertitudes.

MÉTHODE
Question ouverte : annoncer le critère chiffré (150 par cm²), expliquer le modèle choisi (une ouverture par rectangle $b \times b'$), calculer, puis conclure par une comparaison explicite.

À LA CALCULATRICE

