La physique s'invite sur un terrain de rugby

Bac 2025 Nouvelle-Calédonie Jour 2 · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

1 En précisant la loi utilisée, exprimer les coordonnées $a_x(t)$ et $a_z(t)$ du vecteur accélération $\vec{a}_G$ du ballon.

Système {ballon}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen. Les frottements de l'air étant négligés, la seule force est le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}_G$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}_G$, donc $\vec{a}_G = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical, dirigé vers le bas, alors que l'axe (Oz) est orienté vers le haut :

$$\boxed{a_x(t) = 0 \qquad a_z(t) = -g}$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » de a_z : il vient de l'orientation de l'axe (Oz) vers le haut. Citer la loi par son nom, le sujet le demande explicitement.

2 Montrer que les équations horaires du mouvement sont $x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t$ et $z(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin(\alpha)\,t + h$.

Comme $\vec{a}_G = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives de $a_x = 0$ et $a_z = -g$:

$$v_x(t) = C_1 \qquad v_z(t) = -g\,t + C_2$$

À $t = 0$, $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$ de coordonnées $v_0\cos(\alpha)$ et $v_0\sin(\alpha)$, donc $C_1 = v_0\cos(\alpha)$ et $C_2 = v_0\sin(\alpha)$:

$$v_x(t) = v_0\cos(\alpha) \qquad v_z(t) = -g\,t + v_0\sin(\alpha)$$

Comme $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, on prend de nouveau les primitives :

$$x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t + C_3 \qquad z(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin(\alpha)\,t + C_4$$

À $t = 0$, le ballon est en $x(0) = 0$ et $z(0) = h$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = h$.

$$\boxed{x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t \qquad z(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin(\alpha)\,t + h}$$

PIÈGE
Oublier la constante $C_4 = h$: le ballon ne part pas de l'origine, mais de la hauteur h sur l'axe (Oz).

MÉTHODE
Deux intégrations successives, accélération puis vitesse puis position. Après chaque intégration, déterminer aussitôt les constantes avec les conditions initiales, en les justifiant par la figure 1.

3 Vérifier que le vol du ballon, jusqu'à ce qu'il touche le sol, dure 3,97 s.

Données utiles $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $v_0 = 20{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\alpha = 70^\circ$; $h = 90\ \text{cm} = 0{,}90\ \text{m}$

L'unité de v_0 est mal imprimée dans le sujet : on prend $v_0 = 20{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Le ballon touche le sol à la date $t_{\text{sol}} > 0$ telle que $z(t_{\text{sol}}) = 0$:

$$-\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin(\alpha)\,t + h = 0$$

C'est une équation du second degré, de discriminant $\Delta = (v_0\sin\alpha)^2 + 2\,g\,h > 0$. Seule sa solution positive convient :

$$t_{\text{sol}} = \frac{v_0\sin\alpha + \sqrt{(v_0\sin\alpha)^2 + 2\,g\,h}}{g}$$

Avec $v_0\sin\alpha = 20{,}5 \times \sin(70^\circ) = 19{,}26\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$:

$$t_{\text{sol}} = \frac{19{,}26 + \sqrt{19{,}26^2 + 2\times 9{,}81\times 0{,}90}}{9{,}81}$$

$\boxed{t_{\text{sol}} = 3{,}97\ \text{s}}$: on retrouve bien la durée annoncée.

PIÈGE
Calculatrice en degrés, et h converti en mètres. L'autre solution de l'équation est négative : elle n'a pas de sens ici.

COMPRENDRE
Sur la figure 3, l'énergie mécanique vaut environ 96 J : avec $m = 0{,}440$ kg, cela correspond à $20{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, et non à $20{,}5\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

MÉTHODE
Variante acceptée : calculer $z(3{,}97)$ et constater qu'il est presque nul (0,07 m, écart dû à l'arrondi de la durée).

À LA CALCULATRICE

deg CALCULS

$20.5 \times \sin(70°)$

≈ 19.2637

$\frac{20.5 \times \sin(70°) + \sqrt{(20.5 \times \sin(70°))^2 + 2 \times 9.81 \times 0.90}}{9.81}$

≈ 3.973537

4 Calculer l'altitude du ballon lorsque le joueur le récupère, au bout de 3,82 s.

Données utiles $t_1 = 3{,}82\ \text{s}$; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $v_0 = 20{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\alpha = 70^\circ$; $h = 0{,}90\ \text{m}$

On calcule $z(t_1)$ avec l'équation horaire :

$$z(t_1) = -\frac{1}{2} \times 9{,}81 \times 3{,}82^2 + 20{,}5 \times \sin(70^\circ) \times 3{,}82 + 0{,}90$$

$\boxed{z(t_1) = 2{,}9\ \text{m}}$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme h et α, les données les moins précises. Le résultat est cohérent avec un joueur qui saute bras tendus, et avec les 2,90 m annoncés en partie B.

À LA CALCULATRICE

deg CALCULS

$(-0.5) \times 9.81 \times 3.82^2 + 20.5 \times \sin(70°) \times 3.82 + 0.90$

≈ 2.911607

5 Déterminer si Julien Marchand, qui sprinte à la vitesse moyenne de 25,7 km·h⁻¹, aurait été capable de réussir la chandelle étudiée.

Données utiles $v_J = 25{,}7\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$; $v_0 = 20{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\alpha = 70^\circ$

Pour récupérer le ballon, le joueur doit parcourir la même distance horizontale que lui pendant la même durée. Or le ballon avance horizontalement à vitesse constante :

$$v_x = v_0 \cos(\alpha) = 20{,}5 \times \cos(70^\circ) = 7{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

soit $v_x = 7{,}0 \times 3{,}6 \approx 25\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

La vitesse moyenne de Julien Marchand, $25{,}7\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$, est légèrement supérieure à la vitesse horizontale du ballon : il arrive au point de chute un peu avant le ballon.

$\boxed{v_J = 25{,}7\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} > v_x \approx 25\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}}$: Julien Marchand aurait pu réussir cette chandelle.

PIÈGE
Comparer v_J à v_0 : seule la composante horizontale v_x du ballon compte. Convertir aussi dans la même unité (multiplier par 3,6 pour passer en km·h⁻¹).

MÉTHODE
Autre démarche : comparer les distances à $t_1 = 3{,}82$ s. Le ballon est à $x(t_1) \approx 27$ m ; en 3,82 s, le joueur peut parcourir $\frac{25{,}7}{3{,}6} \times 3{,}82 \approx 27{,}3$ m. C'est suffisant.

À LA CALCULATRICE

deg CALCULS

$20.5 \times \cos(70°)$

≈ 7.011413

$20.5 \times \cos(70°) \times 3.6$

≈ 25.24109

6 Relever dans le code de la figure 2 la valeur de la masse du ballon.

La ligne 8 du programme donne la masse, en kilogramme.

$m = 0{,}440\ \text{kg}$

PIÈGE
Le point du langage Python est une virgule décimale : écrire 0,440 kg sur la copie, avec l'unité lue dans le commentaire.

7 Identifier les grandeurs calculées aux lignes 26 et 27.

Ligne 26 : la valeur de la vitesse du ballon, norme du vecteur vitesse, $v = \sqrt{v_x^2 + v_z^2}$ (la puissance $1/2$ est une racine carrée).

Ligne 27 : l'énergie cinétique du ballon, $E_c = \dfrac{1}{2}\,m\,v^2$.

Ligne 26 : vitesse v (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) ; ligne 27 : énergie cinétique E_c (en J).

8 Recopier et compléter le code des lignes 27, 28 et 29 du programme.

On utilise $E_c = \dfrac{1}{2}\,m\,v^2$, $E_p = m\,g\,z$ (origine au sol, où $z = 0$) et $E_m = E_c + E_p$:

- Ligne 27 : Ec = 0.5 * m * v**2
- Ligne 28 : Ep = m * g * z
- Ligne 29 : Em = Ec + Ep

Ligne 27 : Ec = 0.5 * m * v**2 ; ligne 28 : Ep = m * g * z ; ligne 29 : Em = Ec + Ep

PIÈGE
Respecter les noms de variables déjà utilisés (m, g, z, Ec, Ep) et écrire les produits avec le symbole *. Le nom Ec est imposé par la ligne 29, qui doit le réutiliser.

9 En justifiant, attribuer la nature de l'énergie correspondant à chaque courbe de la figure 3.

Courbe 2 : énergie potentielle de pesanteur $E_p = m\,g\,z$. Elle varie comme l'altitude : faible au départ ($z = h$), maximale au sommet de la trajectoire, nulle quand le ballon touche le sol.

Courbe 3 : énergie cinétique E_c. Elle est maximale au départ, diminue pendant la montée car le ballon ralentit, passe par un minimum au sommet puis augmente pendant la descente.

Courbe 1 : énergie mécanique $E_m = E_c + E_p$. Elle est à chaque instant la somme des deux autres et reste constante, puisque les frottements sont négligés.

Courbe 1 : E_m ; courbe 2 : E_p ; courbe 3 : E_c.

COMPRENDRE
Au sommet, E_c n'est pas nulle (environ 11 J) : le ballon garde sa vitesse horizontale v_x. Seule la composante verticale de la vitesse s'annule.

10 Indiquer, en expliquant, si l'hypothèse sur les frottements de l'air a été prise en compte dans la modélisation numérique.

Sur la figure 3, l'énergie mécanique (courbe 1) garde la même valeur, environ 96 J, pendant tout le vol. Avec des frottements, force non conservative dont le travail est résistant, elle diminuerait au cours du temps.

L'énergie mécanique se conserve : la modélisation néglige bien les frottements de l'air, l'hypothèse a été prise en compte.

11 À l'aide d'une étude énergétique, calculer la vitesse du ballon, en km·h⁻¹, lorsqu'il est récupéré par le joueur à l'altitude de 2,90 m.

Données utiles $v_0 = 20{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $h = 0{,}90\ \text{m}$; $z_1 = 2{,}90\ \text{m}$; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

Le ballon n'est soumis qu'à son poids, force conservative : son énergie mécanique se conserve entre le départ (vitesse v_0, altitude h) et la récupération (vitesse v_1, altitude z_1).

$$\frac{1}{2}\,m\,v_0^2 + m\,g\,h = \frac{1}{2}\,m\,v_1^2 + m\,g\,z_1$$

On simplifie par m et on isole v_1 :

$$v_1^2 = v_0^2 + 2\,g\,(h - z_1) \qquad \text{donc} \qquad v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2\,g\,(h - z_1)}$$

$$v_1 = \sqrt{20{,}5^2 + 2 \times 9{,}81 \times (0{,}90 - 2{,}90)} = 19{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Conversion : $v_1 = 19{,}5 \times 3{,}6 = 70{,}3\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ (calcul mené avec la valeur non arrondie).

$$\boxed{v_1 = 19{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \approx 70{,}3\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}}$$

PIÈGE

Oublier l'altitude de départ $h = 0{,}90$ m, ou se tromper de signe dans $h - z_1$. Le résultat est demandé en km·h⁻¹ : multiplier par 3,6.

COMPRENDRE

La masse se simplifie : le résultat ne dépend pas du ballon. Comme $z_1 > h$, on trouve logiquement $v_1 < v_0$: une partie de l'énergie cinétique initiale est devenue énergie potentielle.

À LA CALCULATRICE

