Corrigé complet — Bac 2025 Nouvelle-Calédonie Jour 1

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**De l'aspirine pour faciliter l'écoulement sanguin** Groupes caractéristiques · Diagramme de prédominance · Titrage pH-métrique · Vitesse volumique de disparition · Loi de vitesse d'ordre 1 · Mécanisme réactionnel	9 pts	1 h 35	15 questions	p. 2
Ex 2	**Des écoulements sanguins** Relation de Bernoulli · Statique des fluides · Débit volumique · Conservation du débit · Effet Venturi · Écoulement de Poiseuille	5 pts	53 min	6 questions	p. 7
Ex 3	**Métis, un satellite en sursis ?** Repère de Frenet · Force de gravitation · Deuxième loi de Newton · Mouvement circulaire uniforme · Troisième loi de Kepler · Masse volumique	6 pts	1 h 03	11 questions	p. 10

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

De l'aspirine pour faciliter l'écoulement sanguin

Bac 2025 Nouvelle-Calédonie Jour 1 · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 35**

1 Nommer les groupes caractéristiques A et B entourés sur la figure 1.

Le groupe A, $-CO-O-C$, est un groupe ester. Le groupe B, $-COOH$, est un groupe carboxyle (famille des acides carboxyliques).

A : groupe **ester** ; B : groupe **carboxyle**.

PIÈGE
Les deux groupes contiennent $C{=}O$ lié à un atome O. C'est ce que porte ce second O qui les distingue : un atome H pour le carboxyle, un atome de carbone pour l'ester.

2 Écrire l'équation de la réaction modélisant la transformation acide-base de l'aspirine avec l'eau.

L'aspirine est l'acide du couple $C_9H_8O_4$ / $C_9H_7O_4^-$: elle cède un ion H^+ à l'eau, base du couple H_3O^+ / H_2O.

$$C_9H_8O_4\,(aq) + H_2O\,(l) \rightleftharpoons C_9H_7O_4^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq)$$

COMPRENDRE
Avec $pK_A = 3{,}5$, l'aspirine est un acide faible : la transformation est limitée, d'où la double flèche.

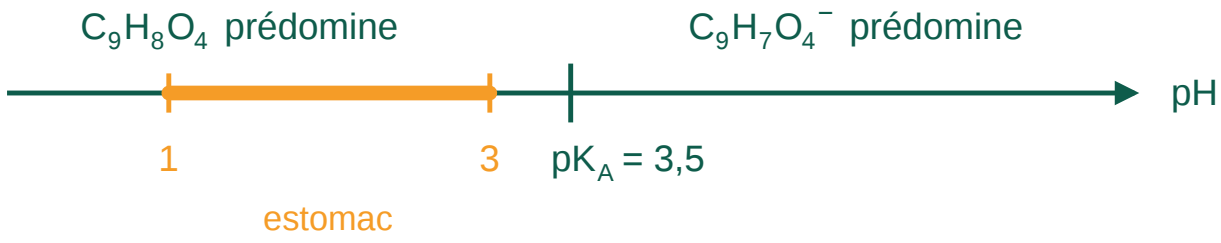
3 À l'aide d'un diagramme de prédominance, déterminer la forme prédominante dans l'estomac, dont le pH est compris entre 1 et 3.

Données utiles $pK_A = 3{,}5$ à 25 °C

Pour $pH < pK_A$, la forme acide $C_9H_8O_4$ prédomine ; pour $pH > pK_A$, c'est la forme basique $C_9H_7O_4^-$.

Dans l'estomac, $1 \leqslant pH \leqslant 3$, donc $pH < pK_A = 3{,}5$.

Dans l'estomac, la forme prédominante est la forme acide $C_9H_8O_4$ (l'aspirine).



3 · Diagramme de prédominance du couple de l'aspirine

4 Expliquer pourquoi un comprimé avec enrobage est préférable à un comprimé sans enrobage pour un traitement de longue durée.

Dans l'estomac, l'aspirine est sous sa forme acide $C_9H_8O_4$ (question 3), qui a des effets irritants sur l'estomac.

L'enrobage gastro-résistant empêche le comprimé de libérer l'aspirine dans l'estomac : elle n'est libérée qu'après l'avoir traversé.

Lors d'un traitement long, où les prises se répètent, l'enrobage protège l'estomac des effets irritants de l'aspirine.

5 Exploiter la courbe de titrage de la figure 2 pour déterminer la masse m_A d'aspirine contenue dans le comprimé testé.

Données utiles $V = 500{,}0$ mL ; $V_A = 20{,}0$ mL ; $C_B = 1{,}0 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} ; $M = 180$ g · mol^{-1}

Volume à l'équivalence. L'équivalence est repérée par le maximum de la courbe dérivée : $V_E = 9{,}5$ mL.

Quantité d'aspirine titrée. À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction support (une mole de HO^- pour une mole d'aspirine) :

$$n_A = C_B \times V_E = 1{,}0 \times 10^{-2} \times 9{,}5 \times 10^{-3} = 9{,}5 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

Quantité dans le comprimé. Le comprimé est dissous dans $V = 500{,}0$ mL et on en titre $V_A = 20{,}0$ mL :

$$n = n_A \times \frac{V}{V_A} = 9{,}5 \times 10^{-5} \times \frac{500{,}0}{20{,}0} = 2{,}4 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

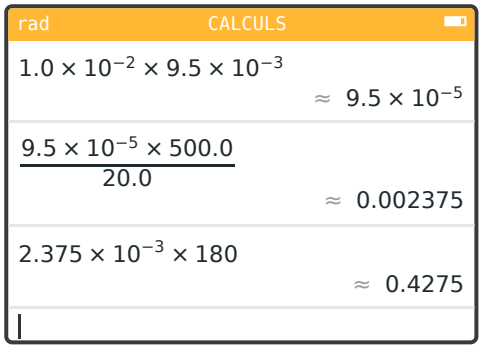
Masse. $m_A = n \times M = \dfrac{C_B \times V_E \times V}{V_A} \times M = 2{,}375 \times 10^{-3} \times 180 = 0{,}43$ g

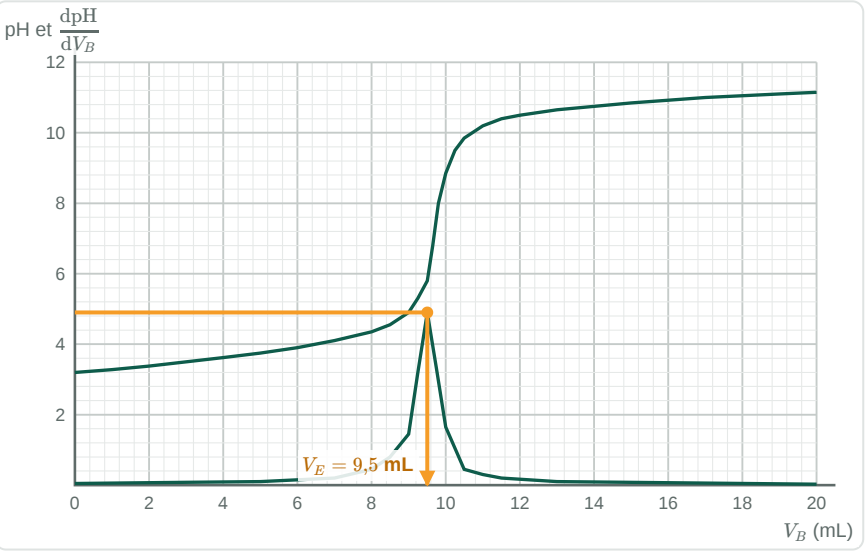
$m_A = 0{,}43$ g, soit $4{,}3 \times 10^2$ mg

PIÈGE
S'arrêter à n_A : c'est la quantité contenue dans les 20,0 mL prélevés. Le comprimé entier est dans 500,0 mL, soit 25 fois plus. Penser aussi à convertir V_E en litres.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme C_B et V_E, les données les moins précises. On garde la valeur non arrondie de n pour calculer la masse.

À LA CALCULATRICE





5 · Figure 2 du sujet : le maximum de la dérivée repère l'équivalence

6 Indiquer si la quantité d'aspirine contenue dans ce comprimé est adaptée, sous-dosée ou surdosée pour une prise urgente dans le cas d'un AIT. Justifier.

Données utiles dose de charge comprise entre 160 et 300 mg ; $m_A = 4{,}3 \times 10^2$ mg (Q5)

La dose de charge doit être comprise entre 160 mg et 300 mg. Or le comprimé contient $m_A = 4{,}3 \times 10^2$ mg, et $430 \text{ mg} > 300 \text{ mg}$.

Le comprimé est **surdosé** pour une prise urgente dans le cas d'un AIT.

7 Définir la vitesse volumique de disparition de l'aspirine.

La vitesse volumique de disparition de l'aspirine est l'opposé de la dérivée par rapport au temps de sa concentration C en quantité de matière :

$$v = -\frac{dC}{dt}$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ ». La concentration d'un réactif diminue, sa dérivée est négative : le signe moins rend la vitesse positive.

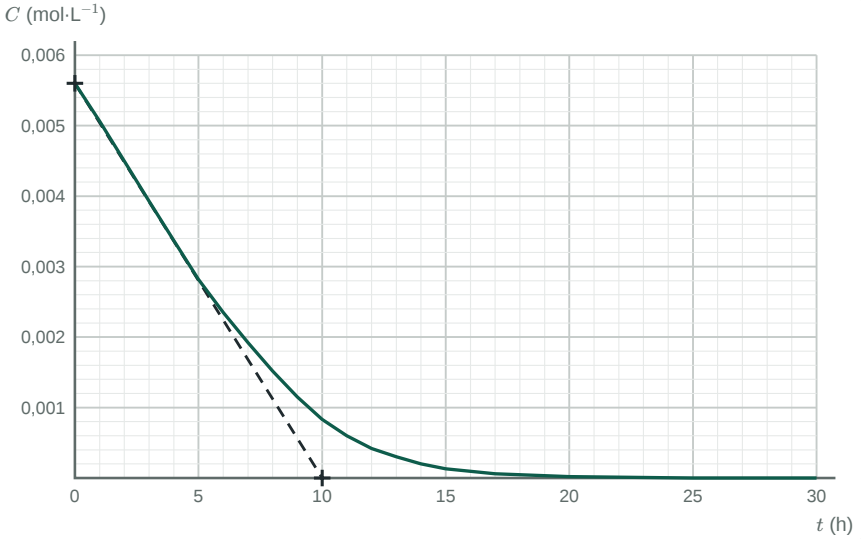
8 Déterminer la vitesse volumique de disparition de l'aspirine à la date $t = 0$ h en faisant apparaître la construction sur la figure 3 de l'annexe.

La vitesse à $t = 0$ h est l'opposé du coefficient directeur de la tangente à la courbe à cette date.

On trace cette tangente. Elle passe par les points $(0\text{ h}; 5{,}6 \times 10^{-3}\text{ mol}\cdot\text{L}^{-1})$ et $(10\text{ h}; 0\text{ mol}\cdot\text{L}^{-1})$:

$$v(0) = -\frac{0 - 5{,}6\times10^{-3}}{10 - 0} = 5{,}6\times10^{-4}\text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}$$

$v(0) \approx 5{,}6\times10^{-4}\text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}$



8 · Figure 3 de l'annexe complétée : tangente à la courbe à $t = 0$ h

COMPRENDRE
Le tracé d'une tangente est approximatif : toute valeur proche, entre $5{,}3\times10^{-4}$ et $5{,}9\times10^{-4}\text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}$, est acceptable si la construction est visible.

MÉTHODE
Prendre deux points éloignés sur la tangente tracée, et non sur la courbe ; les intersections avec les axes se lisent le mieux.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{5.6\times10^{-3}}{10}$

$\approx 5.6\times10^{-4}$

9 Justifier sans calcul, à l'aide de la figure 3, comment évolue la vitesse volumique de disparition de l'aspirine au cours du temps.

À chaque date, la vitesse de disparition est l'opposé du coefficient directeur de la tangente à la courbe $C = f(t)$.

Au cours du temps, les tangentes sont de moins en moins inclinées, jusqu'à devenir horizontales.

La vitesse volumique de disparition de l'aspirine diminue au cours du temps et finit par s'annuler.

COMPRENDRE
La concentration du réactif est un facteur cinétique : moins il reste d'aspirine, plus la transformation est lente.

10 Recopier et compléter la ligne 13 du code Python visant à calculer chaque valeur de v et à l'ajouter en fin de liste v.

Entre les dates t_i et t_{i+1}, la vitesse moyenne de disparition vaut $v_i = -\frac{C_{i+1} - C_i}{t_{i+1} - t_i}$.

Ligne 13 : **v.append(-(C[i+1] - C[i]) / (t[i+1] - t[i]))**

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{-(0.00553 - 0.00562)}{0.167 - 0.0}$

$\approx 5.389222\times10^{-4}$

PIÈGE
Oublier le signe moins (vitesses négatives) ou les parenthèses autour de chaque différence : sans elles, Python effectue la division avant les soustractions.

COMPRENDRE
Contrôle avec les deux premières valeurs des listes : $-(0{,}00553 - 0{,}00562) \div (0{,}167 - 0{,}0) \approx 5{,}4\times10^{-4}\text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}$, en accord avec la question 8.

11 Justifier, à l'aide de la figure 5, que l'hydrolyse de l'aspirine ne suit pas une loi de vitesse d'ordre 1 par rapport à l'aspirine dans les conditions de l'expérience.

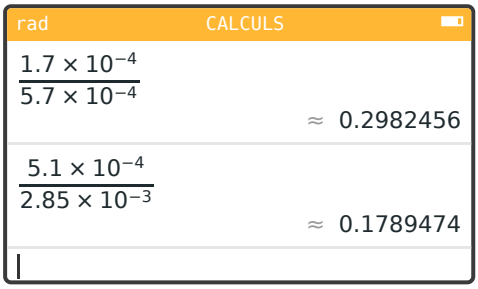
Si la transformation suivait une loi de vitesse d'ordre 1 par rapport à l'aspirine, la vitesse serait proportionnelle à la concentration : $v = k \times C$. Les points de la figure 5 seraient alors alignés sur une droite passant par l'origine.

Or les points de la figure 5 ne sont pas alignés : ils dessinent une courbe qui s'infléchit quand C augmente.

v n'est pas proportionnelle à C : l'hydrolyse ne suit pas une loi de vitesse d'ordre 1.

COMPRENDRE
Vérification possible : le rapport v/C vaut environ $0{,}30\ \text{h}^{-1}$ au point d'abscisse $5{,}7 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et environ $0{,}18\ \text{h}^{-1}$ au dernier point. Il n'est pas constant.

À LA CALCULATRICE



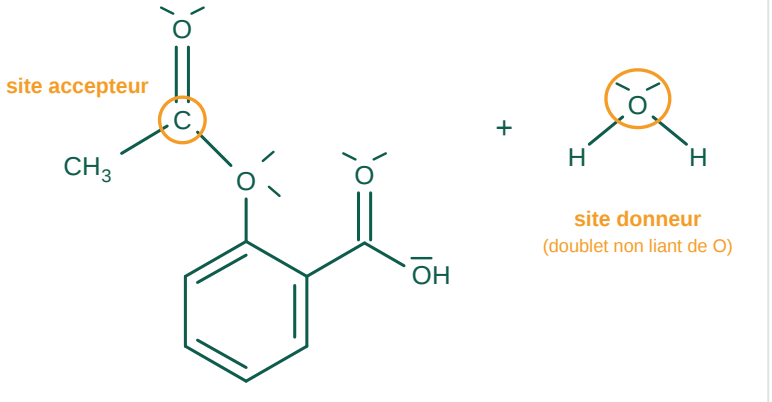
12 Entourer et nommer, sur la figure 6 de l'annexe, le site donneur et le site accepteur de doublet d'électrons des réactifs qui interagissent lors de cette première étape.

Site donneur de doublet d'électrons : l'atome d'oxygène de la molécule d'eau, qui porte deux doublets non liants.

Site accepteur de doublet d'électrons : l'atome de carbone du groupe ester, lié à deux atomes d'oxygène plus électronégatifs que lui ; il porte une charge partielle positive.

Donneur : atome O de l'eau. Accepteur : atome C de la liaison $\text{C}{=}\text{O}$ du groupe ester.

MÉTHODE
Pour repérer les sites, comparer réactifs et produit : la liaison créée est $\text{C}{-}\text{O}$, entre l'oxygène de l'eau et le carbone du groupe ester.



12 · Figure 6 de l'annexe (réactifs) : sites entourés et nommés

13 Représenter, sur la figure 6 de l'annexe, les flèches courbes modélisant les déplacements d'électrons permettant la formation de l'intermédiaire réactionnel.

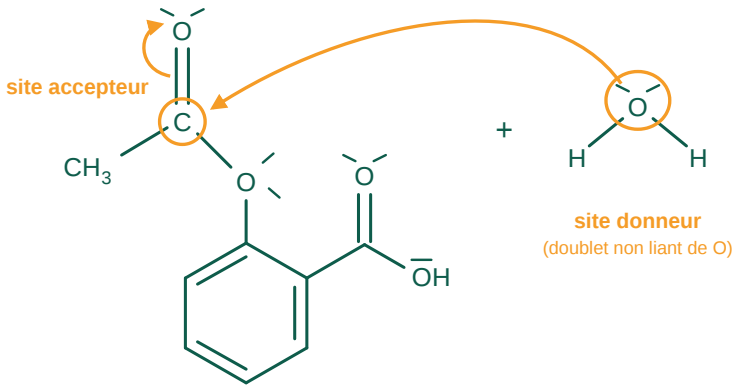
Deux flèches courbes sont nécessaires :

- la première part d'un doublet non liant de l'atome O de l'eau et pointe vers l'atome C du groupe ester : elle forme la liaison $C-O$;
- la seconde part de la double liaison $C=O$ et pointe vers l'atome O de cette liaison : un doublet liant devient non liant.

Voir la figure 6 complétée : une flèche de O (eau) vers C, une flèche de la liaison $C=O$ vers son atome O.

PIÈGE
Une flèche courbe part toujours d'un doublet (liant ou non liant), jamais d'un atome ni d'une charge, et pointe vers le site accepteur.

COMPRENDRE
Les charges de l'intermédiaire confirment le tracé : O de l'eau, qui a partagé un doublet, devient O^+ ; O du groupe ester, qui en a reçu un, devient O^-.



13 · Figure 6 de l'annexe (réactifs) : flèches courbes de la première étape

14 Identifier, parmi les catégories suivantes, celle à laquelle appartient cette transformation : oxydoréduction, acide-base, addition, élimination, substitution.

L'hydrolyse a pour équation $C_9H_8O_4 + H_2O \rightleftharpoons C_7H_6O_3 + C_2H_4O_2$: deux réactifs donnent deux produits.

En comparant l'aspirine et l'acide salicylique, on constate que le groupe $-O-CO-CH_3$ porté par le cycle a été remplacé par un groupe $-OH$.

Un groupe d'atomes est remplacé par un autre : l'hydrolyse de l'aspirine est une **substitution**.

COMPRENDRE
La première étape seule (figure 6) est une addition : deux espèces n'en forment qu'une et $C=O$ devient une liaison simple. C'est le bilan de toutes les étapes qui est une substitution.

MÉTHODE
Deux réactifs donnant un produit : addition. Un réactif donnant deux produits : élimination. Deux réactifs donnant deux produits : substitution.

15 Proposer une modification des conditions expérimentales permettant de diminuer la durée de cette transformation.

La température est un facteur cinétique : plus elle est élevée, plus la transformation est rapide.

On peut réaliser l'hydrolyse à une température plus élevée (chauffer le mélange).

COMPRENDRE
Autre réponse acceptée : ajouter un catalyseur, espèce qui accélère la transformation sans figurer dans son équation.

Des écoulements sanguins

Bac 2025 Nouvelle-Calédonie Jour 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 À l'aide de la relation de Bernoulli appliquée à la statique des fluides, montrer que 1,00 mmHg correspond à une différence de pression de 133 Pa.

Données utiles $\rho(\text{Hg}) = 13{,}6 \times 10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $g = 9{,}81\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$; écart d'altitude : $1{,}00\ \text{mm} = 1{,}00 \times 10^{-3}\ \text{m}$

Le mercure est immobile : $v_A = v_B = 0$. La relation de Bernoulli se réduit à

$$P_A + \rho\, g\, z_A = P_B + \rho\, g\, z_B \quad \text{soit} \quad P_A - P_B = \rho(\text{Hg})\, g\, (z_B - z_A)$$

Pour deux points de la colonne de mercure tels que $z_B - z_A = 1{,}00\ \text{mm}$:

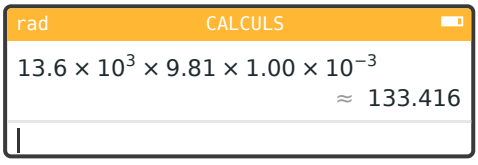
$$P_A - P_B = 13{,}6 \times 10^3 \times 9{,}81 \times 1{,}00 \times 10^{-3} = 133\ \text{Pa}$$

$1{,}00\ \text{mmHg}$ correspond à $P_A - P_B = 133\ \text{Pa}$, la valeur attendue.

PIÈGE
Prendre la masse volumique du sang au lieu de celle du mercure, ou laisser le millimètre sans le convertir en mètre.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme $\rho(\text{Hg})$ et g. Le point le plus bas a la pression la plus forte : on retrouve la loi fondamentale de la statique des fluides.

À LA CALCULATRICE



2 Déterminer la différence de pression $P_A - P_B$ en pascals, puis en mmHg.

Données utiles $v_A = 1{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_B = 4{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\rho(\text{sang}) = 1{,}05 \times 10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $1{,}00\ \text{mmHg} = 133\ \text{Pa}$ (Q1)

L'écoulement est horizontal : $z_A = z_B$. La relation de Bernoulli entre A et B, sur la même ligne de courant, devient

$$P_A + \frac{1}{2}\rho\, v_A^2 = P_B + \frac{1}{2}\rho\, v_B^2 \quad \text{donc} \quad P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho(\text{sang})\ \left(v_B^2 - v_A^2\right)$$

$$P_A - P_B = \frac{1}{2} \times 1{,}05 \times 10^3 \times \left(4{,}2^2 - 1{,}0^2\right) = 8{,}7 \times 10^3\ \text{Pa}$$

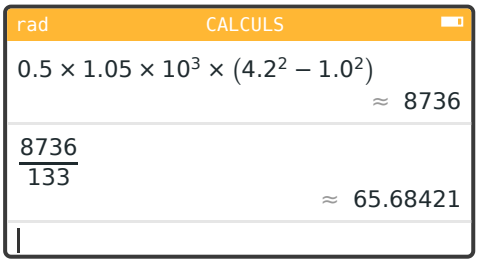
En mmHg : $\dfrac{8{,}736 \times 10^3}{133} = 66\ \text{mmHg}$

$P_A - P_B = 8{,}7 \times 10^3\ \text{Pa} \approx 66\ \text{mmHg}$

PIÈGE
Écrire $(v_B - v_A)^2$ au lieu de $v_B^2 - v_A^2$. Pour la conversion, repartir de la valeur non arrondie, sinon on trouve 65 mmHg.

COMPRENDRE
Les vitesses n'ont que deux chiffres significatifs : le résultat aussi. Dans le rétrécissement, le sang accélère et la pression baisse (effet Venturi) : $P_A > P_B$.

À LA CALCULATRICE



3 Justifier, à l'aide des résultats et des données précédentes, que le patient analysé a un rétrécissement aortique serré.

Données utiles $d_A = 20{,}2\ \text{mm} = 2{,}02\ \text{cm}$; $v_A = 1{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_B = 4{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $P_A - P_B \approx 66\ \text{mmHg}$ (Q2)

Trois critères doivent être réunis.

Vitesse : $v_B = 4{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} > 4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Critère vérifié.

Différence de pression : $P_A - P_B \approx 66\ \text{mmHg} > 50\ \text{mmHg}$. Critère vérifié.

Section en B : le sang est incompressible et l'écoulement permanent, donc le débit volumique se conserve entre A et B :

$$S_A\, v_A = S_B\, v_B \quad \text{avec} \quad S_A = \pi\left(\frac{d_A}{2}\right)^2 \quad \text{donc} \quad S_B = \pi\left(\frac{d_A}{2}\right)^2 \times \frac{v_A}{v_B}$$

$$S_B = \pi \times \left(\frac{2{,}02}{2}\right)^2 \times \frac{1{,}0}{4{,}2} = 0{,}76\ \text{cm}^2 < 1\ \text{cm}^2$$

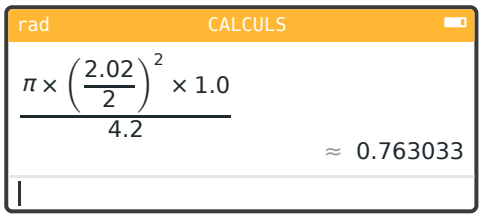
Critère vérifié.

$S_B = 0{,}76\ \text{cm}^2$: les trois critères sont réunis, le patient présente un rétrécissement aortique serré.

PIÈGE
Utiliser le diamètre à la place du rayon dans l'aire du disque. Avec d_A en cm, S_B sort directement en cm^2 : le rapport des vitesses est sans unité.

MÉTHODE
Question à critères multiples : les lister, traiter d'abord ceux qui sont immédiats, puis chercher la relation qui donne la grandeur manquante. Ici, $D_V = S \times v$ relie section et vitesse.

À LA CALCULATRICE



4 Expliquer pourquoi la résistance à l'écoulement du sang dans un capillaire est très supérieure à celle dans une artère ou dans une veine.

D'après $R = \dfrac{64\, L\, \eta}{\pi\, d^4}$, la résistance à l'écoulement est inversement proportionnelle à d^4, la viscosité η du sang étant la même partout.

La figure 3 montre qu'un capillaire a un diamètre bien plus petit que celui de l'artère ou de la veine. Élevé à la puissance 4, cet écart devient considérable.

R varie comme $\dfrac{1}{d^4}$: le très petit diamètre d'un capillaire lui donne une résistance très supérieure.

COMPRENDRE
La puissance 4 amplifie tout : un diamètre 10 fois plus petit donne, à longueur égale, une résistance 10^4 fois plus grande.

5 Calculer le débit volumique du sang dans un capillaire.

Données utiles $P_1 = 16{,}0 \times 10^3\ \text{Pa}$; $P_2 = 1{,}3 \times 10^3\ \text{Pa}$; $R = 1{,}0 \times 10^{16}\ \text{S.I.}$

Chaque capillaire relie l'artère (pression P_1) à la veine (pression P_2) : $|\Delta P| = P_1 - P_2$.

Comme $|\Delta P| = R \times D_V$:

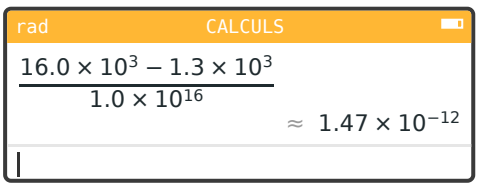
$$D_V = \frac{P_1 - P_2}{R} = \frac{16{,}0 \times 10^3 - 1{,}3 \times 10^3}{1{,}0 \times 10^{16}} = 1{,}5 \times 10^{-12}\ \text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$$

$D_V = 1{,}5 \times 10^{-12}\ \text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$

PIÈGE
Diviser P_1 seule par R : c'est la différence de pression qui provoque l'écoulement, pas la pression de l'artère.

COMPRENDRE
Les capillaires sont en parallèle entre l'artère et la veine : tous sont soumis à la même différence de pression $P_1 - P_2$.

À LA CALCULATRICE



6 Montrer que le nombre N_C de capillaires parcourus par le sang est en accord avec « un réseau de plusieurs millions de capillaires ».

Données utiles débit dans l'artère : $D_{V,\text{artère}} = 5 \times 10^{-6}\ \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$; débit dans un capillaire : $D_V = 1{,}47 \times 10^{-12}\ \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ (Q5)

Le débit de l'artère se répartit également entre les N_C capillaires identiques : $D_{V,\text{artère}} = N_C \times D_V$.

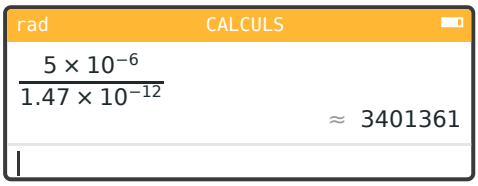
$$N_C = \frac{D_{V,\text{artère}}}{D_V} = \frac{5 \times 10^{-6}}{1{,}47 \times 10^{-12}} = 3 \times 10^6$$

$N_C \approx 3 \times 10^6$, soit environ 3 millions de capillaires : c'est bien « plusieurs millions ».

COMPRENDRE

Un seul chiffre significatif, comme le débit de l'artère. Seul l'ordre de grandeur compte ici : quelques millions.

À LA CALCULATRICE



Métis, un satellite en sursis ?

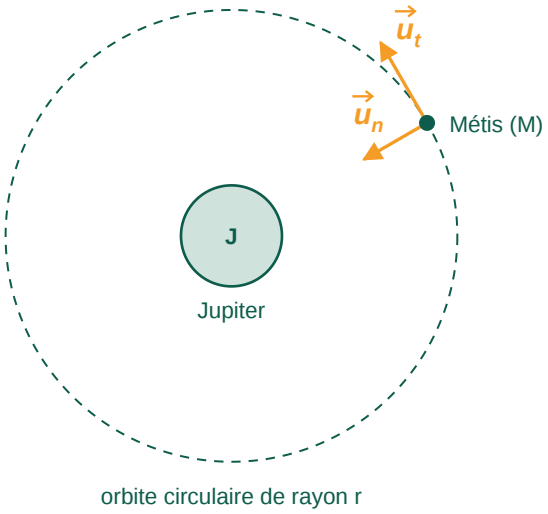
Bac 2025 Nouvelle-Calédonie Jour 1 · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

1 Représenter sur un schéma Jupiter, Métis sur son orbite supposée circulaire et les vecteurs unitaires $\vec{u}_t$ et $\vec{u}_n$ du repère de Frenet.

Voir le schéma : l'orbite est un cercle de centre J (centre de Jupiter) et de rayon r ; le repère de Frenet a pour origine Métis (M).

$\vec{u}_t$ est tangent à la trajectoire, dans le sens du mouvement ; $\vec{u}_n$ est perpendiculaire à $\vec{u}_t$ et dirigé vers le centre de Jupiter.

PIÈGE
Dessiner $\vec{u}_n$ vers l'extérieur de l'orbite, ou placer l'origine des vecteurs au centre de Jupiter : le repère de Frenet est attaché au satellite.



1 · Jupiter, Métis sur son orbite et le repère de Frenet

2 Donner l'expression vectorielle de la force de gravitation $\vec{F}$ exercée par Jupiter sur Métis en fonction de G, M_J, m, r et du ou des vecteurs unitaires adaptés du repère de Frenet.

La force est attractive, dirigée de Métis vers le centre de Jupiter, donc selon $+\vec{u}_n$; la distance entre les deux centres est r.

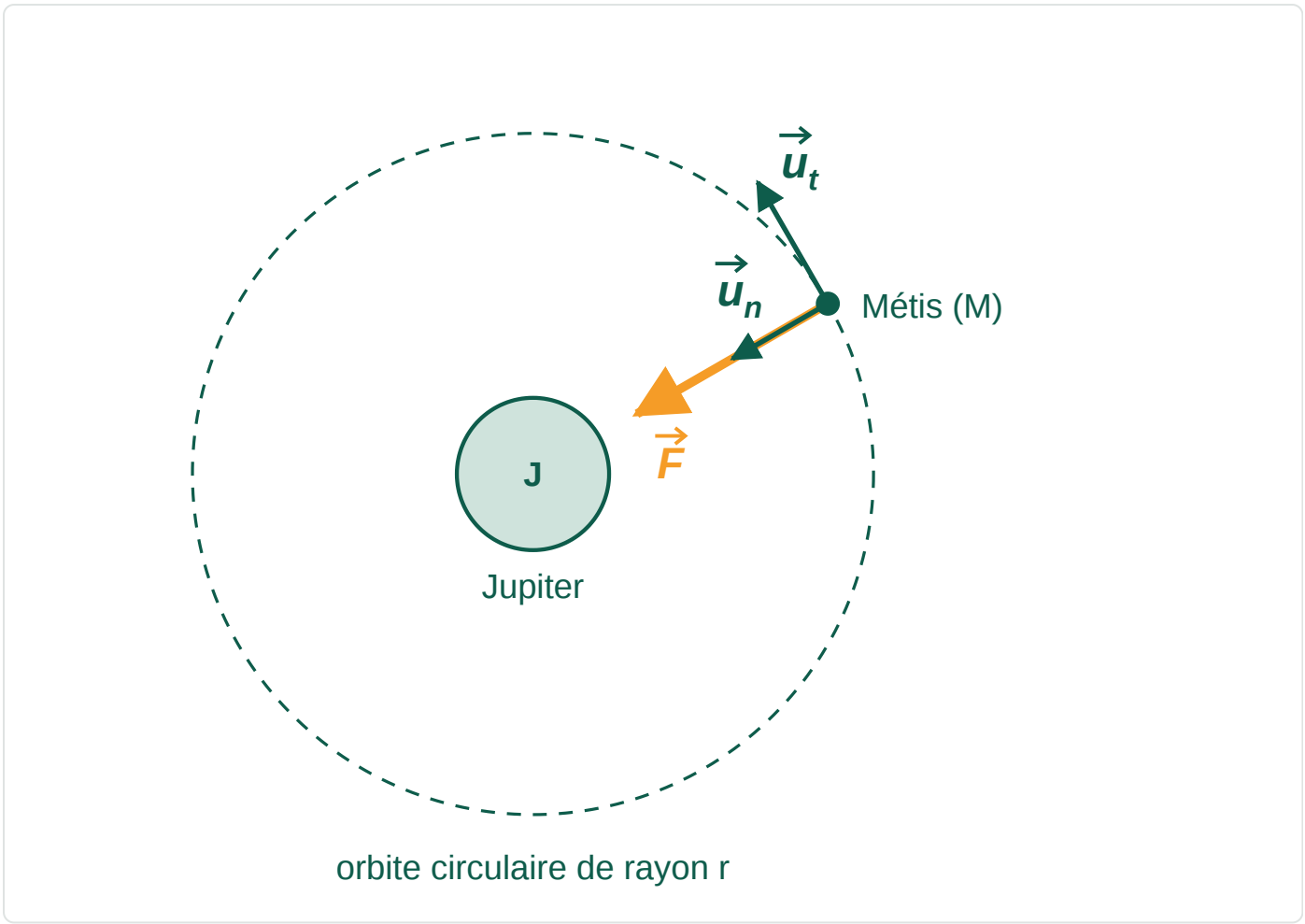
$$\vec{F} = \frac{G\,M_J\,m}{r^2}\,\vec{u}_n$$

PIÈGE
Mettre un signe « $-$ » devant $\vec{u}_n$: ce signe apparaît avec un vecteur unitaire dirigé de Jupiter vers Métis, pas avec $\vec{u}_n$ qui pointe vers le centre.

3 Représenter, sans souci d'échelle, cette force $\vec{F}$ sur le schéma de la question 1.

Voir le schéma : le vecteur $\vec{F}$ a pour origine Métis.

$\vec{F}$ est porté par la droite (MJ) et dirigé vers le centre de Jupiter, comme $\vec{u}_n$.



3 · Schéma de la question 1 complété par la force de gravitation

4 En appliquant la deuxième loi de Newton au satellite Métis en mouvement circulaire autour de Jupiter, montrer que ce mouvement circulaire est uniforme.

Système {Métis}, de masse m constante ; référentiel jovien supposé galiléen ; seule force : $\vec{F}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $\dfrac{G\,M_J\,m}{r^2}\,\vec{u}_n = m\,\vec{a}$, donc

$$\vec{a} = \frac{G\,M_J}{r^2}\,\vec{u}_n + 0\,\vec{u}_t$$

Or, dans le repère de Frenet, pour un mouvement circulaire de rayon r : $\vec{a} = \dfrac{v^2}{r}\,\vec{u}_n + \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{u}_t$.

Par identification selon $\vec{u}_t$:

$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$: la valeur v de la vitesse est constante, le mouvement circulaire est **uniforme**.

PIÈGE

Conclure « $\vec{a}$ est constant donc le mouvement est uniforme ». Le vecteur $\vec{a}$ change de direction : c'est sa composante tangentielle nulle qui prouve l'uniformité.

MÉTHODE

Force centrale et orbite circulaire : 1) deuxième loi de Newton ; 2) $\vec{a}$ dans le repère de Frenet ; 3) identification. Selon $\vec{u}_t$: mouvement uniforme. Selon $\vec{u}_n$: la vitesse (question 5).

5 Montrer que l'expression de la valeur de la vitesse du satellite Métis vaut $v = \sqrt{\dfrac{G \times M_J}{r}}$.

Par identification des deux expressions de $\vec{a}$ (question 4) selon $\vec{u}_n$:

$$\frac{v^2}{r} = \frac{G\,M_J}{r^2} \quad \text{donc} \quad v^2 = \frac{G\,M_J}{r}$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{G\,M_J}{r}}}$$

COMPRENDRE
La masse m de Métis s'est simplifiée : la vitesse sur une orbite circulaire ne dépend que de l'astre attracteur et du rayon de l'orbite. Plus l'orbite est basse, plus le satellite est rapide.

6 En déduire l'expression de la période de révolution T_M de Métis autour de Jupiter.

Le mouvement est uniforme : pendant une période T_M, Métis parcourt la circonférence $2\pi r$ de l'orbite à la vitesse v, donc $T_M = \dfrac{2\pi r}{v}$.

$$T_M = 2\pi r \times \sqrt{\frac{r}{G\,M_J}}$$

$$\boxed{T_M = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G\,M_J}}}$$

PIÈGE
Laisser $T_M = \dfrac{2\pi r}{v}$: « en déduire » demande de remplacer v par son expression de la question 5 pour obtenir T_M en fonction de r, G et M_J.

7 Retrouver la troisième loi de Kepler dans le cas d'un mouvement circulaire.

On élève au carré l'expression de la question 6 : $T_M^2 = \dfrac{4\pi^2\,r^3}{G\,M_J}$.

$\dfrac{T_M^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_J}$: ce rapport est constant, il ne dépend que de la masse de Jupiter. Le carré de la période de révolution est proportionnel au cube du rayon de l'orbite : c'est la troisième loi de Kepler.

COMPRENDRE
La constante est la même pour tous les satellites de Jupiter, mais elle change avec l'astre attracteur. Pour une orbite elliptique, le rayon est remplacé par le demi-grand axe.

8 Montrer que le rayon r de l'orbite de Métis autour de Jupiter vaut $1{,}28 \times 10^8$ m.

Données utiles $T_M = 7\text{ h }4\text{ min }30\text{ s}$; $M_J = 1{,}899 \times 10^{27}$ kg ; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m$^3 \cdot$ kg$^{-1} \cdot$ s^{-2}

$T_M = 7 \times 3600 + 4 \times 60 + 30 = 25\,470$ s

D'après la question 7 : $r^3 = \dfrac{G\,M_J\,T_M^2}{4\pi^2}$, soit $r = \sqrt[3]{\dfrac{G\,M_J\,T_M^2}{4\pi^2}}$.

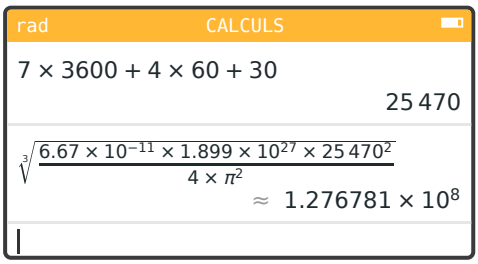
$$r = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 1{,}899 \times 10^{27} \times 25\,470^2}{4\pi^2}} = 1{,}277 \times 10^8 \text{ m}$$

$r = 1{,}28 \times 10^8$ m : c'est bien la valeur attendue.

PIÈGE
Laisser la période en heures, ou oublier le carré sur T_M ou sur π. La racine cubique se saisit avec la puissance $1/3$, entre parenthèses.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme G, la donnée la moins précise. Contrôle : $v = 2\pi r / T_M$ et $v = \sqrt{G\,M_J / r}$ donnent toutes deux $3{,}15 \times 10^4$ m $\cdot$ s^{-1}.

À LA CALCULATRICE



9 Vérifier que la masse volumique de Jupiter est $\rho_J = 1\,327\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Données utiles $M_J = 1{,}899 \times 10^{27}$ kg ; $R_J = 69\,911$ km

Jupiter est assimilée à une sphère de rayon $R_J = 6{,}9911 \times 10^7$ m, de volume $V_J = \dfrac{4}{3}\pi R_J^3$.

$$\rho_J = \frac{M_J}{V_J} = \frac{3\,M_J}{4\pi R_J^3} = \frac{3 \times 1{,}899 \times 10^{27}}{4\pi \times (6{,}9911 \times 10^7)^3}$$

$\rho_J = 1{,}327 \times 10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3} = 1\,327\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$: c'est bien la valeur annoncée.

PIÈGE
Laisser R_J en kilomètres : le résultat serait 10^9 fois trop grand. Le volume d'une sphère est $\frac{4}{3}\pi R^3$, et non $4\pi R^2$ qui est son aire.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{3 \times 1.899 \times 10^{27}}{4 \times \pi \times (6.9911 \times 10^7)^3} \approx 1326.783$$

10 Calculer la limite de Roche « fluide » et la limite de Roche « rigide » pour Métis.

Données utiles $R_J = 6{,}9911 \times 10^7$ m ; $\rho_J = 1\,327\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ (Q9) ; $\rho_M = 860\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$

$D_{\text{fluide}} = 2{,}42 \times R_J \times \sqrt[3]{\dfrac{\rho_J}{\rho_M}}$ et $D_{\text{rigide}} = 1{,}26 \times R_J \times \sqrt[3]{\dfrac{\rho_J}{\rho_M}}$, avec R_J en mètres.

$$D_{\text{fluide}} = 2{,}42 \times 6{,}9911 \times 10^7 \times \left(\frac{1\,327}{860}\right)^{1/3} = 1{,}96 \times 10^8\ \text{m}$$

$$D_{\text{rigide}} = 1{,}26 \times 6{,}9911 \times 10^7 \times \left(\frac{1\,327}{860}\right)^{1/3} = 1{,}02 \times 10^8\ \text{m}$$

$D_{\text{fluide}} = 1{,}96 \times 10^8$ m et $D_{\text{rigide}} = 1{,}02 \times 10^8$ m

COMPRENDRE
Le rapport ρ_J/ρ_M est sans unité : la limite s'exprime dans l'unité de R_J. En mètres, elle se compare directement au rayon r de la question 8.

MÉTHODE
Les deux formules ne diffèrent que par le coefficient. Calculer une fois $R_J \times \sqrt[3]{\rho_J/\rho_M} = 8{,}08 \times 10^7$ m, puis multiplier par $2{,}42$ et par $1{,}26$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$2.42 \times 6.9911 \times 10^7 \times \sqrt[3]{\frac{1327}{860}} \approx 1.955022 \times 10^8$$

$$1.26 \times 6.9911 \times 10^7 \times \sqrt[3]{\frac{1327}{860}} \approx 1.017904 \times 10^8$$

11 En se référant aux calculs de la partie A, prévoir, en justifiant, le destin de Métis.

Données utiles $r = 1{,}28 \times 10^8$ m (Q8) ; $D_{\text{fluide}} = 1{,}96 \times 10^8$ m et $D_{\text{rigide}} = 1{,}02 \times 10^8$ m (Q10)

On compare le rayon de l'orbite de Métis aux deux limites : $1{,}02 \times 10^8\ \text{m} < 1{,}28 \times 10^8\ \text{m} < 1{,}96 \times 10^8\ \text{m}$.

- $r < D_{\text{fluide}}$: Métis orbite en dessous de la limite de Roche « fluide ». Il se déforme et perd de la matière en surface, ce qui peut alimenter l'anneau principal ; il ralentit et perd peu à peu de l'altitude.
- $r > D_{\text{rigide}}$: Métis est encore au-dessus de la limite de Roche « rigide », il n'est donc pas détruit pour l'instant.

$D_{\text{rigide}} < r < D_{\text{fluide}}$: Métis est bien un satellite en sursis. Il perd de la matière et de l'altitude, et sera détruit lorsque le rayon de son orbite deviendra inférieur à D_{rigide}.

PIÈGE
Comparer r à une seule des deux limites, ou confondre le rayon de l'orbite avec l'altitude. Les limites de Roche sont des rayons d'orbite, comptés depuis le centre de Jupiter.

MÉTHODE
Pour « prévoir en justifiant » : une comparaison chiffrée, une phrase du texte pour chaque limite, puis une conclusion qui répond aux deux questions de l'introduction (matière arrachée, existence menacée).