Des écoulements sanguins

Bac 2025 Nouvelle-Calédonie Jour 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 À l'aide de la relation de Bernoulli appliquée à la statique des fluides, montrer que 1,00 mmHg correspond à une différence de pression de 133 Pa.

Données utiles $\rho(\text{Hg}) = 13{,}6 \times 10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $g = 9{,}81\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$; écart d'altitude : $1{,}00\ \text{mm} = 1{,}00 \times 10^{-3}\ \text{m}$

Le mercure est immobile : $v_A = v_B = 0$. La relation de Bernoulli se réduit à

$$P_A + \rho\, g\, z_A = P_B + \rho\, g\, z_B \quad \text{soit} \quad P_A - P_B = \rho(\text{Hg})\, g\, (z_B - z_A)$$

Pour deux points de la colonne de mercure tels que $z_B - z_A = 1{,}00\ \text{mm}$:

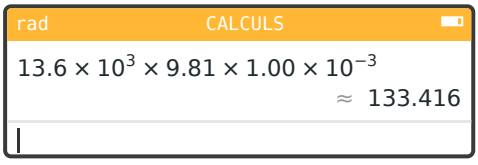
$$P_A - P_B = 13{,}6 \times 10^3 \times 9{,}81 \times 1{,}00 \times 10^{-3} = 133\ \text{Pa}$$

$1{,}00\ \text{mmHg}$ correspond à $P_A - P_B = 133\ \text{Pa}$, la valeur attendue.

PIÈGE
Prendre la masse volumique du sang au lieu de celle du mercure, ou laisser le millimètre sans le convertir en mètre.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme $\rho(\text{Hg})$ et g. Le point le plus bas a la pression la plus forte : on retrouve la loi fondamentale de la statique des fluides.

À LA CALCULATRICE



2 Déterminer la différence de pression $P_A - P_B$ en pascals, puis en mmHg.

Données utiles $v_A = 1{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_B = 4{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\rho(\text{sang}) = 1{,}05 \times 10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $1{,}00\ \text{mmHg} = 133\ \text{Pa}$ (Q1)

L'écoulement est horizontal : $z_A = z_B$. La relation de Bernoulli entre A et B, sur la même ligne de courant, devient

$$P_A + \frac{1}{2}\rho\, v_A^2 = P_B + \frac{1}{2}\rho\, v_B^2 \quad \text{donc} \quad P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho(\text{sang})\ \left(v_B^2 - v_A^2\right)$$

$$P_A - P_B = \frac{1}{2} \times 1{,}05 \times 10^3 \times \left(4{,}2^2 - 1{,}0^2\right) = 8{,}7 \times 10^3\ \text{Pa}$$

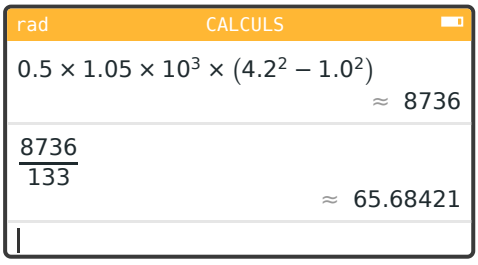
En mmHg : $\dfrac{8{,}736 \times 10^3}{133} = 66\ \text{mmHg}$

$P_A - P_B = 8{,}7 \times 10^3\ \text{Pa} \approx 66\ \text{mmHg}$

PIÈGE
Écrire $(v_B - v_A)^2$ au lieu de $v_B^2 - v_A^2$. Pour la conversion, repartir de la valeur non arrondie, sinon on trouve 65 mmHg.

COMPRENDRE
Les vitesses n'ont que deux chiffres significatifs : le résultat aussi. Dans le rétrécissement, le sang accélère et la pression baisse (effet Venturi) : $P_A > P_B$.

À LA CALCULATRICE



3 Justifier, à l'aide des résultats et des données précédentes, que le patient analysé a un rétrécissement aortique serré.

Données utiles $d_A = 20{,}2\ \text{mm} = 2{,}02\ \text{cm}$; $v_A = 1{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_B = 4{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $P_A - P_B \approx 66\ \text{mmHg}$ (Q2)

Trois critères doivent être réunis.

Vitesse : $v_B = 4{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} > 4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Critère vérifié.

Différence de pression : $P_A - P_B \approx 66\ \text{mmHg} > 50\ \text{mmHg}$. Critère vérifié.

Section en B : le sang est incompressible et l'écoulement permanent, donc le débit volumique se conserve entre A et B :

$$S_A\, v_A = S_B\, v_B \quad \text{avec} \quad S_A = \pi\left(\frac{d_A}{2}\right)^2 \quad \text{donc} \quad S_B = \pi\left(\frac{d_A}{2}\right)^2 \times \frac{v_A}{v_B}$$

$$S_B = \pi \times \left(\frac{2{,}02}{2}\right)^2 \times \frac{1{,}0}{4{,}2} = 0{,}76\ \text{cm}^2 < 1\ \text{cm}^2$$

Critère vérifié.

$S_B = 0{,}76\ \text{cm}^2$: les trois critères sont réunis, le patient présente un rétrécissement aortique serré.

PIÈGE
Utiliser le diamètre à la place du rayon dans l'aire du disque. Avec d_A en cm, S_B sort directement en cm^2 : le rapport des vitesses est sans unité.

MÉTHODE
Question à critères multiples : les lister, traiter d'abord ceux qui sont immédiats, puis chercher la relation qui donne la grandeur manquante. Ici, $D_V = S \times v$ relie section et vitesse.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{\pi \times \left(\frac{2.02}{2}\right)^2 \times 1.0}{4.2} \approx 0.763033$$

4 Expliquer pourquoi la résistance à l'écoulement du sang dans un capillaire est très supérieure à celle dans une artère ou dans une veine.

D'après $R = \dfrac{64\, L\, \eta}{\pi\, d^4}$, la résistance à l'écoulement est inversement proportionnelle à d^4, la viscosité η du sang étant la même partout.

La figure 3 montre qu'un capillaire a un diamètre bien plus petit que celui de l'artère ou de la veine. Élevé à la puissance 4, cet écart devient considérable.

R varie comme $\dfrac{1}{d^4}$: le très petit diamètre d'un capillaire lui donne une résistance très supérieure.

COMPRENDRE
La puissance 4 amplifie tout : un diamètre 10 fois plus petit donne, à longueur égale, une résistance 10^4 fois plus grande.

5 Calculer le débit volumique du sang dans un capillaire.

Données utiles $P_1 = 16{,}0 \times 10^3\ \text{Pa}$; $P_2 = 1{,}3 \times 10^3\ \text{Pa}$; $R = 1{,}0 \times 10^{16}\ \text{S.I.}$

Chaque capillaire relie l'artère (pression P_1) à la veine (pression P_2) : $|\Delta P| = P_1 - P_2$.

Comme $|\Delta P| = R \times D_V$:

$$D_V = \frac{P_1 - P_2}{R} = \frac{16{,}0 \times 10^3 - 1{,}3 \times 10^3}{1{,}0 \times 10^{16}} = 1{,}5 \times 10^{-12}\ \text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$$

$D_V = 1{,}5 \times 10^{-12}\ \text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$

PIÈGE
Diviser P_1 seule par R : c'est la différence de pression qui provoque l'écoulement, pas la pression de l'artère.

COMPRENDRE
Les capillaires sont en parallèle entre l'artère et la veine : tous sont soumis à la même différence de pression $P_1 - P_2$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{16.0 \times 10^3 - 1.3 \times 10^3}{1.0 \times 10^{16}} \approx 1.47 \times 10^{-12}$$

6 Montrer que le nombre N_C de capillaires parcourus par le sang est en accord avec « un réseau de plusieurs millions de capillaires ».

Données utiles débit dans l'artère : $D_{V,\text{artère}} = 5 \times 10^{-6}\ \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$; débit dans un capillaire : $D_V = 1{,}47 \times 10^{-12}\ \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ (Q5)

Le débit de l'artère se répartit également entre les N_C capillaires identiques : $D_{V,\text{artère}} = N_C \times D_V$.

$$N_C = \frac{D_{V,\text{artère}}}{D_V} = \frac{5 \times 10^{-6}}{1{,}47 \times 10^{-12}} = 3 \times 10^6$$

$N_C \approx 3 \times 10^6$, soit environ 3 millions de capillaires : c'est bien « plusieurs millions ».

COMPRENDRE

Un seul chiffre significatif, comme le débit de l'artère. Seul l'ordre de grandeur compte ici : quelques millions.

À LA CALCULATRICE

