Corrigé complet — Bac 2025 Métropole Septembre Secours

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Savon : parfum, synthèse et utilisation** Estérification et équilibre · Cinétique et catalyse · Rendement d'une synthèse · Mécanisme réactionnel · Titrage et incertitude-type	9 pts	1 h 35	17 questions	p. 2
Ex 2	**Jeu de billes et gravité** Masse volumique · Énergies cinétique, potentielle et mécanique · Conservation de l'énergie mécanique · Programme Python · Modélisation affine · Incertitude-type et écart normalisé	5 pts	53 min	9 questions	p. 10
Ex 3	**Utilisation médicale du technétium** Composition d'un noyau et isotopes · Désintégration β^- et lois de conservation · Temps de demi-vie · Relation de Planck-Einstein · Loi de décroissance radioactive · Activité d'un échantillon	6 pts	1 h 03	11 questions	p. 14

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Savon : parfum, synthèse et utilisation

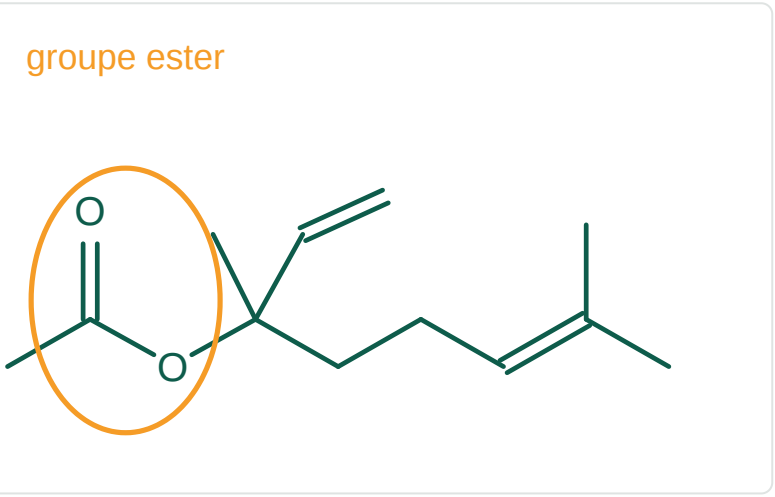
Bac 2025 Métropole Septembre Secours · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 35**

Q1 Représenter la formule topologique de l'éthanoate de linalyle, entourer le groupe caractéristique et nommer la famille fonctionnelle correspondante.

Formule topologique : voir la figure. Chaque sommet ou extrémité de ligne brisée est un atome de carbone ; les atomes d'hydrogène liés aux carbones ne sont pas écrits ; les atomes d'oxygène sont écrits.

Le groupe entouré, $-COO-C$, est le groupe caractéristique ester.

Famille fonctionnelle : **ester**.



Q1 · Formule topologique de l'éthanoate de linalyle ; groupe caractéristique entouré

PIÈGE
Oublier une des deux doubles liaisons $C{=}C$ ou le méthyle porté par le carbone lié à l'oxygène. Vérifier le compte : 12 atomes de carbone, comme dans $C_{12}H_{20}O_2$.

MÉTHODE
Pour entourer un groupe ester : le carbone, l'oxygène doublement lié et l'oxygène simplement lié, rien de plus. Les doubles liaisons $C{=}C$ (famille des alcènes) ne sont pas demandées ici.

Q2 Écrire l'équation de la réaction support du titrage de l'acide éthanoïque par la solution d'hydroxyde de sodium.

L'acide éthanoïque (acide du couple $C_2H_4O_2/C_2H_3O_2^-$) réagit avec l'ion hydroxyde (base du couple H_2O/HO^-) :

$$C_2H_4O_2\,(aq) + HO^-\,(aq) \longrightarrow C_2H_3O_2^-\,(aq) + H_2O\,(l)$$

PIÈGE
Écrire $NaOH$ ou faire figurer Na^+ : l'ion sodium est spectateur. Une réaction support de titrage s'écrit avec une flèche simple (transformation totale).

Q3 Calculer, à l'aide de K_e, la concentration finale $[HO^-]_f$ dans le mélange, puis en déduire que $n_f(HO^-)$ vaut environ $2{,}2 \times 10^{-11}$ mol.

Données utiles $pH = 4{,}6$; $K_e = 1{,}0 \times 10^{-14}$; $c^\circ = 1\ mol \cdot L^{-1}$; $V_A = 50{,}0$ mL ; $V_B = 5{,}0$ mL

$[H_3O^+]_f = c^\circ \times 10^{-pH}$ et $K_e = \dfrac{[H_3O^+]_f \times [HO^-]_f}{(c^\circ)^2}$, donc

$$[HO^-]_f = \frac{K_e \times c^\circ}{10^{-pH}} = \frac{1{,}0 \times 10^{-14} \times 1}{10^{-4{,}6}} = 4{,}0 \times 10^{-10}\ mol \cdot L^{-1}$$

Dans le mélange de volume $V_A + V_B = 55{,}0\ mL = 55{,}0 \times 10^{-3}$ L :

$$n_f(HO^-) = [HO^-]_f \times (V_A + V_B) = 4{,}0 \times 10^{-10} \times 55{,}0 \times 10^{-3}$$

$[HO^-]_f = 4{,}0 \times 10^{-10}\ mol \cdot L^{-1}$ et $n_f(HO^-) = 2{,}2 \times 10^{-11}$ mol, valeur attendue.

PIÈGE
Utiliser V_B seul ou laisser le volume en mL. Le volume du mélange est $V_A + V_B$, converti en litres.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme K_e et V_B. On garde la valeur non arrondie de $[HO^-]_f$ dans la calculatrice pour le second calcul.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{1.0 \times 10^{-14}}{10^{-4.6}} \approx 3.981072 \times 10^{-10}$$

$$\frac{1.0 \times 10^{-14}}{10^{-4.6}} \times 55.0 \times 10^{-3} \approx 2.189589 \times 10^{-11}$$

Q4 Comparer cette valeur à la quantité d'ions hydroxyde introduite initialement, puis commenter.

Données utiles $c_B = 1{,}0 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} ; $V_B = 5{,}0$ mL ; $n_f(\mathrm{HO^-}) = 2{,}2 \times 10^{-11}$ mol (Q3)

Quantité introduite : $n_i(\mathrm{HO^-}) = c_B \times V_B = 1{,}0 \times 10^{-2} \times 5{,}0 \times 10^{-3} = 5{,}0 \times 10^{-5}$ mol.

$$\frac{n_i(\mathrm{HO^-})}{n_f(\mathrm{HO^-})} = \frac{5{,}0 \times 10^{-5}}{2{,}2 \times 10^{-11}} = 2{,}3 \times 10^{6}$$

La quantité restante est environ deux millions de fois plus petite que la quantité introduite : $n_f(\mathrm{HO^-}) \ll n_i(\mathrm{HO^-})$. Le réactif limitant $\mathrm{HO^-}$ est quasiment entièrement consommé.

$n_f(\mathrm{HO^-}) \approx \dfrac{n_i(\mathrm{HO^-})}{2{,}3 \times 10^{6}}$: la transformation support du titrage est **totale**.

MÉTHODE
Une transformation est totale si le réactif limitant a pratiquement disparu à l'état final : $x_f \approx x_{max}$. Ici le taux d'avancement final vaut $1 - 4{,}4 \times 10^{-7}$, soit 1.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$1.0 \times 10^{-2} \times 5.0 \times 10^{-3} \approx 5 \times 10^{-5}$$

$$\frac{5.0 \times 10^{-5}}{2.2 \times 10^{-11}} \approx 2272727$$

Q5 Exprimer la vitesse volumique d'apparition v_{ester} de l'éthanoate de linalyle en fonction du volume V du milieu réactionnel et de n_{ester}.

La vitesse volumique d'apparition est la dérivée temporelle de la concentration $[\text{ester}] = \dfrac{n_{\text{ester}}}{V}$; le volume V étant constant :

$$v_{\text{ester}} = \frac{\mathrm{d}[\text{ester}]}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{V} \times \frac{\mathrm{d}n_{\text{ester}}}{\mathrm{d}t}$$

PIÈGE
Mettre un signe « − » : il ne concerne que la vitesse de disparition d'un réactif. L'ester est un produit, sa vitesse d'apparition est positive.

Q6 Décrire, en justifiant, l'évolution de la vitesse volumique d'apparition de l'éthanoate de linalyle au cours du temps. Proposer un facteur cinétique à l'origine de cette évolution.

v_{ester} est proportionnelle à $\dfrac{\mathrm{d}n_{\text{ester}}}{\mathrm{d}t}$, c'est-à-dire au coefficient directeur de la tangente à la courbe $n_{\text{ester}} = f(t)$ à la date considérée.

Sur la figure 1, la pente de la courbe est forte au début, diminue progressivement, puis devient nulle à partir de 70 min environ (palier à $30{,}5 \times 10^{-4}$ mol).

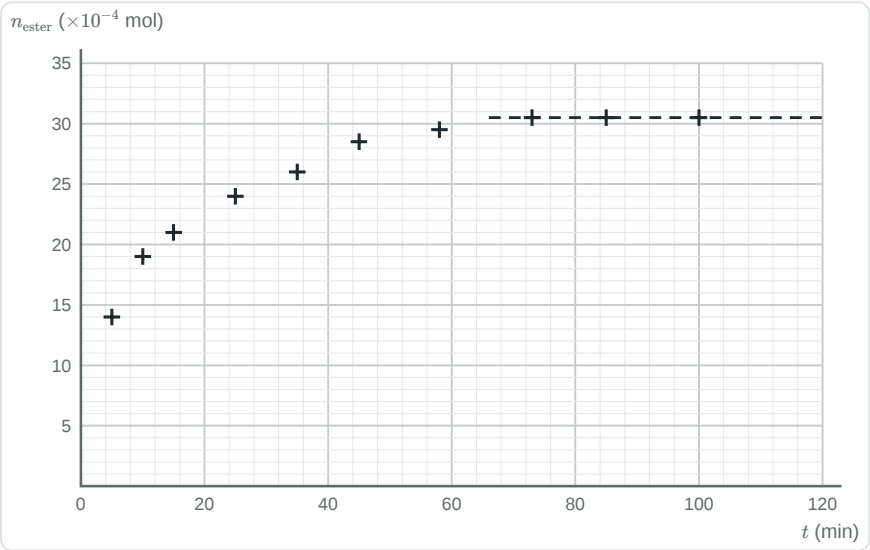
La vitesse volumique d'apparition de l'ester diminue donc au cours du temps, jusqu'à s'annuler lorsque l'état final est atteint.

Facteur cinétique : la concentration des réactifs. Elle diminue au fur et à mesure que l'acide éthanoïque et le linalol sont consommés, ce qui ralentit la transformation.

> v_{ester} **diminue** au cours du temps puis s'annule ; facteur cinétique : la **concentration des réactifs**.

PIÈGE
Citer la température : c'est bien un facteur cinétique, mais elle ne varie pas pendant l'expérience et n'explique donc pas cette évolution.

COMPRENDRE
Au palier, la vitesse d'apparition est nulle alors qu'il reste des réactifs : la transformation n'est pas totale, l'état final est un état d'équilibre.



Q6 · Figure 1 du sujet : les points se resserrent verticalement puis s'alignent sur un palier

Q7 Expliquer en quoi l'élimination de l'eau au cours de la synthèse permet d'améliorer le rendement.

Le quotient de réaction s'écrit $Q_r = \dfrac{n(\mathrm{C_{12}H_{20}O_2}) \times n(\mathrm{H_2O})}{n(\mathrm{C_2H_4O_2}) \times n(\mathrm{C_{10}H_{18}O})}$. À l'équilibre, $Q_r = K$.

Éliminer l'eau fait diminuer $n(\mathrm{H_2O})$, donc Q_r : on a alors $Q_r < K$.

Le système évolue spontanément dans le sens direct, celui de la formation de l'ester, pour tendre à nouveau vers $Q_r = K$. Tant que l'eau est éliminée, l'équilibre n'est pas atteint et la transformation se poursuit dans le sens direct.

> En éliminant l'eau, Q_r reste inférieur à K : la quantité d'ester formée augmente, donc le rendement aussi.

PIÈGE
Écrire que « K augmente ». La constante d'équilibre ne dépend que de la température : c'est Q_r qui est modifié, pas K.

MÉTHODE
Déplacement d'équilibre : 1) écrire Q_r ; 2) dire comment l'opération le modifie ; 3) comparer à K ; 4) conclure sur le sens d'évolution ($Q_r < K$: sens direct).

Q8 Indiquer, en justifiant, la nature et la position de la phase dans laquelle se trouve l'éthanoate de linalyle à la fin de l'étape n°2.

Données utiles solubilité de l'éthanoate de linalyle dans l'eau : très faible ; masses volumiques : ester $0{,}89\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$, linalol $0{,}87\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$, eau $1{,}00\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$, acide éthanoïque $1{,}05\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$

Nature : l'éthanoate de linalyle est très peu soluble dans l'eau, il se trouve donc dans la phase organique. La phase aqueuse contient l'eau et l'acide éthanoïque, très soluble dans l'eau.

Position : la masse volumique de l'ester ($0{,}89\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$) est inférieure à celle de la phase aqueuse (au moins $1{,}00\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$, celle de l'eau). La phase la moins dense surnage.

L'éthanoate de linalyle est dans la **phase organique**, qui est la **phase supérieure** dans l'ampoule à décanter.

PIÈGE
Donner la position sans comparer les masses volumiques, ou la nature sans citer la solubilité : chaque réponse demande sa justification, tirée du tableau.

Q9 Identifier, en justifiant, les espèces présentes dans la phase organique à partir du chromatogramme de la figure 2. Commenter.

Le dépôt C (phase organique) donne deux taches : le mélange contient deux espèces révélées.

- La tache la plus haute est à la même hauteur que celle du dépôt B : c'est l'éthanoate de linalyle.
- La tache la plus basse est à la même hauteur que celle du dépôt A : c'est le linalol.

Commentaire : l'ester a bien été synthétisé, mais il reste du linalol. Or la transformation est totale et le linalol est le réactif limitant : il aurait dû disparaître. La transformation, lente, n'est donc pas terminée au bout de 30 min, et le produit obtenu n'est pas pur.

La phase organique contient de l'**éthanoate de linalyle** et du **linalol** qui n'a pas réagi : la transformation n'est pas terminée.

COMPRENDRE
Le caractère limitant du linalol est démontré à la question Q11. Sans lui, on conclut simplement que le produit n'est pas pur.

MÉTHODE
Lecture d'une CCM : une tache par espèce révélée ; deux taches à la même hauteur (même rapport frontal), dans le même éluant et sur la même plaque, correspondent à la même espèce.

Q10 Déterminer l'intérêt de l'ajout d'APTS dans le milieu réactionnel.

Sur la figure 3, le dépôt C ne donne plus qu'une seule tache, à la hauteur de celle de l'éthanoate de linalyle (dépôt B) : il n'y a plus de linalol dans la phase organique.

Avec la même température, la même durée et les mêmes quantités initiales, la transformation est cette fois terminée au bout de 30 min : elle est plus rapide en présence d'APTS.

L'APTS, introduit en très faible quantité et absent de l'équation de la réaction, est un catalyseur.

L'APTS **catalyse** la réaction : il l'accélère, l'état final est atteint en 30 min et l'ester obtenu ne contient plus de linalol.

PIÈGE
Écrire que le catalyseur « augmente le rendement » d'une transformation totale. Il ne modifie pas l'état final : il permet de l'atteindre plus vite.

Q11 Montrer que le linalol est le réactif limitant, puis calculer le rendement de la synthèse avec ajout d'APTS.

Données utiles linalol : $V = 10$ mL, $\rho = 0{,}87\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$, $M = 154\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; anhydride éthanoïque : $V = 10$ mL, $\rho = 1{,}08\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$, $M = 102\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; ester : $V_{\text{org}} = 9{,}4$ mL, $\rho = 0{,}89\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$, $M = 196\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$

Réactif limitant. Pour un liquide, $n = \dfrac{m}{M} = \dfrac{\rho \times V}{M}$.

$$n_i(\text{linalol}) = \frac{0{,}87 \times 10}{154} = 5{,}6 \times 10^{-2}\ \text{mol}$$

$$n_i(\text{anhydride}) = \frac{1{,}08 \times 10}{102} = 1{,}1 \times 10^{-1}\ \text{mol}$$

Les nombres stœchiométriques des deux réactifs valent 1 et $n_i(\text{linalol}) < n_i(\text{anhydride})$: le linalol est le réactif limitant.

Quantité maximale d'ester. La transformation est totale et il se forme une mole d'ester par mole de linalol consommée : $n_{max} = n_i(\text{linalol}) = 5{,}6 \times 10^{-2}$ mol.

Quantité d'ester obtenue. D'après la figure 3, la phase organique ne contient que l'éthanoate de linalyle :

$$n_{exp} = \frac{\rho_{\text{ester}} \times V_{\text{org}}}{M_{\text{ester}}} = \frac{0{,}89 \times 9{,}4}{196} = 4{,}3 \times 10^{-2}\ \text{mol}$$

Rendement.

$$\eta = \frac{n_{exp}}{n_{max}} = \frac{4{,}27 \times 10^{-2}}{5{,}65 \times 10^{-2}} = 0{,}76$$

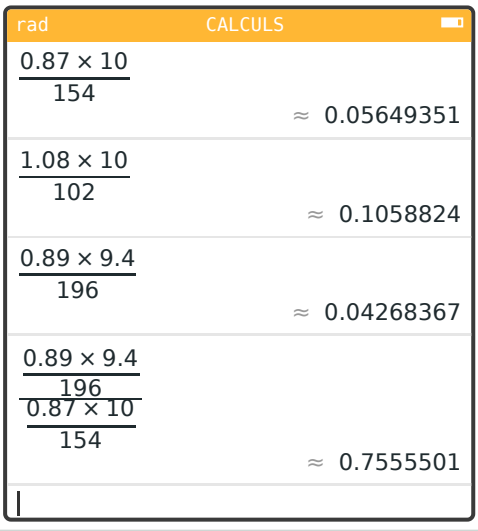
Le linalol est limitant ($5{,}6 \times 10^{-2}\ \text{mol} < 1{,}1 \times 10^{-1}\ \text{mol}$) et le rendement vaut $\eta = 0{,}76$, soit **76 %**.

PIÈGE
Comparer les volumes (10 mL chacun) ou les masses pour trouver le réactif limitant : seules les quantités de matière, rapportées aux nombres stœchiométriques, se comparent.

COMPRENDRE
Le rendement est calculé avec les valeurs non arrondies. Le calcul n'a de sens que parce que la CCM de la figure 3 montre un ester sans linalol : sans APTS, les 9,4 mL seraient un mélange.

MÉTHODE
Rendement : 1) quantités initiales ; 2) réactif limitant ; 3) quantité maximale de produit ; 4) quantité obtenue ; 5) rapport des deux, inférieur à 1.

À LA CALCULATRICE



Q12 Identifier, en justifiant à l'aide des électronégativités, le site accepteur d'électrons (site électrophile) de la molécule d'ester.

Données utiles électronégativités : $\chi(\mathrm{C}) = 2{,}6$; $\chi(\mathrm{O}) = 3{,}4$; $\chi(\mathrm{H}) = 2{,}2$

L'oxygène est plus électronégatif que le carbone ($3{,}4 > 2{,}6$) : les liaisons $\mathrm{C{=}O}$ et $\mathrm{C{-}O}$ sont polarisées, les électrons de liaison sont attirés vers les atomes d'oxygène.

L'atome de carbone du groupe ester, lié à deux atomes d'oxygène, porte donc une charge partielle positive δ^+ : il est pauvre en électrons.

Le site électrophile est l'**atome de carbone du groupe ester** (celui lié aux deux atomes d'oxygène), porteur d'une charge partielle δ^+.

PIÈGE
Désigner un atome d'oxygène : avec ses doublets non liants et sa charge partielle δ^-, c'est un site donneur d'électrons, pas un accepteur.

Q13 Recopier la première étape du mécanisme, puis la compléter à l'aide de flèches courbes.

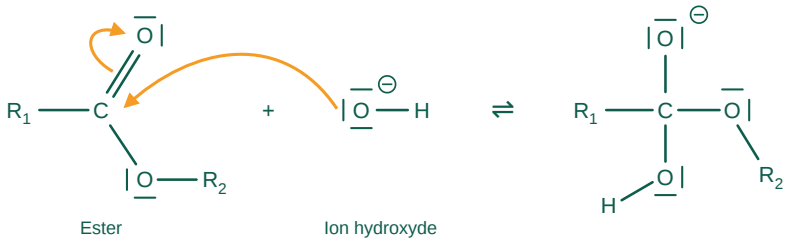
Deux flèches courbes, chacune partant d'un doublet d'électrons et pointant vers l'atome qui le reçoit (voir la figure) :

- une flèche part d'un doublet non liant de l'atome d'oxygène de l'ion hydroxyde (site donneur) et pointe vers l'atome de carbone du groupe ester (site accepteur) : la liaison $\mathrm{C{-}O}$ se forme ;
- une flèche part de la double liaison $\mathrm{C{=}O}$ et pointe vers l'atome d'oxygène de cette liaison : un doublet liant devient un doublet non liant, l'oxygène porte alors la charge négative.

Première étape complétée par **deux flèches courbes** : doublet non liant de $\mathrm{HO^-}$ vers C ; doublet de $\mathrm{C{=}O}$ vers O.

PIÈGE
Tracer la flèche du carbone vers l'ion hydroxyde. Une flèche courbe représente le déplacement d'un doublet d'électrons : elle part toujours du site donneur.

MÉTHODE
Vérifier avec le produit : chaque liaison formée ou rompue et chaque charge apparue doit correspondre à une flèche. Le carbone garde quatre liaisons, d'où la seconde flèche.



Q13 · Première étape complétée : les flèches courbes sont en orange

Q14 Indiquer, pour chacune des trois étapes, le type de réaction mise en jeu.

- Première étape : deux réactifs s'assemblent en une seule espèce, une double liaison devient simple : c'est une addition.
- Deuxième étape : une espèce se scinde en deux, une double liaison $\mathrm{C{=}O}$ se reforme : c'est une élimination.
- Troisième étape : un ion $\mathrm{H^+}$ est transféré de l'acide carboxylique à l'ion $\mathrm{R_2{-}O^-}$: c'est une réaction acide-base.

Étape 1 : **addition** ; étape 2 : **élimination** ; étape 3 : **réaction acide-base**.

COMPRENDRE
Le bilan des étapes 1 et 2 est une substitution (HO remplace $\mathrm{OR_2}$). La troisième étape, écrite avec une flèche simple, est totale : c'est elle qui rend l'hydrolyse basique totale.

Q15 Établir que la relation $[X^{2+}] = \dfrac{c \times V_E}{V_{eau}}$ est vérifiée à l'équivalence du titrage.

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction support du titrage $X^{2+}(aq) + H_2Y^{2-}(aq) \longrightarrow XY^{2-}(aq) + 2\,H^+(aq)$:

$$\frac{n_i(X^{2+})}{1} = \frac{n_E(H_2Y^{2-})}{1}$$

avec $n_i(X^{2+}) = [X^{2+}] \times V_{eau}$ (quantité initialement présente dans la prise d'essai) et $n_E(H_2Y^{2-}) = c \times V_E$ (quantité versée à l'équivalence).

Donc $[X^{2+}] \times V_{eau} = c \times V_E$.

$$\boxed{[X^{2+}] = \frac{c \times V_E}{V_{eau}}}$$

PIÈGE
Faire intervenir les 20 mL de solution tampon. Ils diluent le mélange mais ne changent pas la quantité d'ions X^{2+} apportée par les 50,00 mL d'eau.

Q16 Calculer la valeur du titre hydrotimétrique TH de l'eau étudiée, puis déterminer l'incertitude-type $u(TH)$ associée à cette mesure.

Données utiles $c = 5{,}00 \times 10^{-3}$ mol · L^{-1}, $u(c) = 0{,}06 \times 10^{-3}$ mol · L^{-1} ; $V_E = 17{,}6$ mL, $u(V_E) = 0{,}1$ mL ; $V_{eau} = 50{,}00$ mL, $u(V_{eau}) = 0{,}03$ mL ; $TH = 10^4 \times [X^{2+}]$

$$[X^{2+}] = \frac{c \times V_E}{V_{eau}} = \frac{5{,}00 \times 10^{-3} \times 17{,}6}{50{,}00} = 1{,}76 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$TH = 10^4 \times [X^{2+}] = 10^4 \times 1{,}76 \times 10^{-3} = 17{,}6\ ^\circ\text{f}$$

Incertitude-type :

$$u(TH) = TH \times \sqrt{\left(\frac{u(V_E)}{V_E}\right)^2 + \left(\frac{u(c)}{c}\right)^2 + \left(\frac{u(V_{eau})}{V_{eau}}\right)^2}$$

$$u(TH) = 17{,}6 \times \sqrt{\left(\frac{0{,}1}{17{,}6}\right)^2 + \left(\frac{0{,}06}{5{,}00}\right)^2 + \left(\frac{0{,}03}{50{,}00}\right)^2} = 0{,}23\ ^\circ\text{f}$$

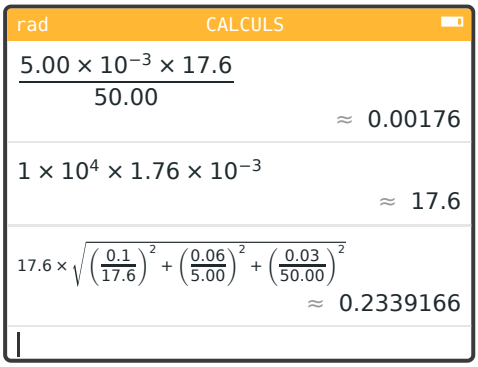
On arrondit l'incertitude-type par excès à un chiffre significatif : $u(TH) = 0{,}3\ ^\circ$f.

$$\boxed{TH = 17{,}6\ ^\circ\text{f} \text{ avec } u(TH) = 0{,}3\ ^\circ\text{f}}$$

PIÈGE
Convertir un seul des deux volumes en litres. Dans le rapport V_E/V_{eau}, les deux volumes restent en mL ; de même $u(c)$ et c partagent le facteur 10^{-3}.

COMPRENDRE
L'incertitude s'écrit avec un chiffre significatif, arrondie par excès, et la valeur mesurée s'arrête au même rang : 17,6 et 0,3, au dixième. Le terme dominant est celui de la concentration c.

À LA CALCULATRICE



Q17 Comparer, en justifiant, le pouvoir moussant d'un savon dans l'eau titrée avec celui dans une eau dont la dureté serait de 30 °f.

Données utiles $\mathrm{TH} = 17{,}6\ ^\circ\mathrm{f}$, $u(\mathrm{TH}) = 0{,}3\ ^\circ\mathrm{f}$ (Q16) ; eau moyennement dure : 15 à 30 °f

L'eau titrée a un titre hydrotimétrique de $17{,}6\ ^\circ\mathrm{f}$: elle est moyennement dure. Compte tenu de l'incertitude-type ($0{,}3\ ^\circ\mathrm{f}$), ce titre est nettement inférieur à $30\ ^\circ\mathrm{f}$.

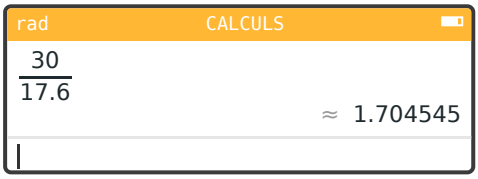
Comme $\mathrm{TH} = 10^4 \times [\mathrm{X}^{2+}]$, l'eau titrée contient moins d'ions calcium et magnésium que l'eau à $30\ ^\circ\mathrm{f}$ (environ 1,7 fois moins). Ces ions forment un précipité avec les ions carboxylate du savon, ce qui diminue son pouvoir moussant : moins il y en a, moins il se forme de précipité.

Le savon **mousse mieux dans l'eau titrée** ($17{,}6\ ^\circ\mathrm{f}$) que dans l'eau à $30\ ^\circ\mathrm{f}$, plus dure.

COMPRENDRE

Les ions carboxylate engagés dans le précipité ne sont plus disponibles pour faire mousser et laver : dans une eau dure, il faut davantage de savon pour le même effet.

À LA CALCULATRICE



Jeu de billes et gravité

Bac 2025 Métropole Septembre Secours · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Déterminer la masse volumique ρ de la bille. En déduire la nature probable du matériau qui la constitue.

Données utiles $m = 8{,}51$ g ; $V = 1{,}07\ \text{cm}^3$; $\rho_{\text{acier}} = 7{,}9 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\rho_{\text{cuivre}} = 9{,}0 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\rho_{\text{aluminium}} = 2{,}7 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$

$\rho = \dfrac{m}{V}$ avec $m = 8{,}51 \times 10^{-3}$ kg et $V = 1{,}07\ \text{cm}^3 = 1{,}07 \times 10^{-6}\ \text{m}^3$.

$$\rho = \frac{8{,}51 \times 10^{-3}}{1{,}07 \times 10^{-6}} = 7{,}95 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

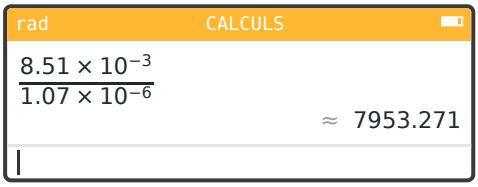
Cette valeur est très proche de $\rho_{\text{acier}} = 7{,}9 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et éloignée de celles du cuivre et de l'aluminium.

$\rho = 7{,}95 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$: la bille est probablement en **acier**.

PIÈGE
Conversion du volume : $1\ \text{cm}^3 = 10^{-6}\ \text{m}^3$, et non 10^{-2} ou $10^{-3}\ \text{m}^3$. La masse doit être en kilogramme pour comparer avec le tableau.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme m et V. On peut aussi calculer $8{,}51 \div 1{,}07 = 7{,}95\ \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$, puis utiliser $1\ \text{g} \cdot \text{cm}^{-3} = 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

À LA CALCULATRICE



Q2 Identifier, en justifiant, la courbe représentant l'énergie cinétique et celle représentant l'énergie potentielle de pesanteur sur la figure 2.

La bille est lâchée sans vitesse initiale : son énergie cinétique est nulle à $t = 0$, puis elle augmente car la vitesse augmente pendant la descente. Seule la courbe 1 part de zéro et croît.

L'altitude de la bille diminue au cours de la descente, donc son énergie potentielle de pesanteur diminue. Seule la courbe 2 décroît.

Courbe 1 : énergie cinétique E_c. Courbe 2 : énergie potentielle de pesanteur E_p. (La courbe 3 est donc l'énergie mécanique E_m.)

COMPRENDRE
Vérification : à chaque date, la courbe 3 est la somme des deux autres. À $t = 0{,}30$ s, on lit environ $0{,}0076 + 0{,}0066 = 0{,}0142$ J.

MÉTHODE
Pour identifier des courbes d'énergie, chercher deux indices : la valeur à $t = 0$ (vitesse nulle, donc $E_c = 0$) et le sens de variation (altitude qui diminue, donc E_p diminue).

Q3 Décrire l'évolution temporelle de l'énergie mécanique de la bille à partir des données expérimentales. Commenter.

L'énergie mécanique est représentée par la courbe 3. Elle reste pratiquement constante au cours du temps, voisine de $0{,}014$ J, avec de légères fluctuations dues aux incertitudes du pointage.

L'énergie mécanique de la bille se conserve donc : les frottements sont négligeables sur ce trajet. L'énergie potentielle de pesanteur perdue par la bille est intégralement convertie en énergie cinétique.

E_m est constante ($\approx 0{,}014$ J) : l'énergie mécanique se conserve, les frottements sont négligeables.

PIÈGE
Décrire sans commenter ne rapporte qu'une partie des points. « Commenter » demande l'interprétation physique : conservation de l'énergie mécanique, donc frottements négligeables.

COMPRENDRE
Des frottements feraient diminuer E_m. Ici les derniers points sont même légèrement plus hauts : cet écart, sans sens physique, vient de l'imprécision du calcul des vitesses.

Q4 Expliquer pourquoi le programme de la figure 4 ne permet pas de calculer l'énergie cinétique aux points A et B.

L'énergie cinétique se calcule à partir des coordonnées de la vitesse. Lignes 76 et 77, la vitesse à la position d'indice i est calculée à partir de la position précédente (indice $i-1$) et de la position suivante (indice $i+1$).

Au point A (première image, $i=0$), il n'existe pas de position précédente. Au point B (dernière image, $i=N-1$), il n'existe pas de position suivante.

La vitesse, donc l'énergie cinétique, ne peut pas être calculée en A et en B : il manque le point précédent en A et le point suivant en B.

COMPRENDRE
La vitesse en un point est approchée par la vitesse moyenne entre les deux points qui l'encadrent : $v_x(t_i) \approx \dfrac{x_{i+1}-x_{i-1}}{t_{i+1}-t_{i-1}}$. C'est pourquoi la boucle de la ligne 75 commence à $i=1$.

Q5 Recopier et compléter les lignes 81 et 84 du programme afin qu'il calcule les énergies potentielle E_p et mécanique E_m.

L'origine de l'énergie potentielle est en $z=0$, donc $E_p = m\,g\,z$.
L'énergie mécanique est $E_m = E_c + E_p$.

Ligne 81 : `Ep[i] = m*g*z[i]`

Ligne 84 : `Em[i] = Ec[i] + Ep[i]`

`Ep[i] = m*g*z[i]` et `Em[i] = Ec[i] + Ep[i]`

PIÈGE
Écrire `z` au lieu de `z[i]`, ou oublier le symbole `*`. Il faut reprendre les noms exacts du programme : `m` et `g` sont définis lignes 36 et 37.

Q6 En appliquant la conservation de l'énergie mécanique entre l'instant initial $t=0$ et l'instant t, montrer que $v(t) = \sqrt{\dfrac{10}{7}\,g\,h(t)}$.

Données utiles $E_c = \dfrac{7}{10}\,m\,v^2$; $h(t) = z(0) - z(t)$

À $t=0$, la bille est lâchée sans vitesse initiale : $E_c(0)=0$, donc $E_m(0) = m\,g\,z(0)$.

À l'instant t : $E_m(t) = \dfrac{7}{10}\,m\,v^2(t) + m\,g\,z(t)$.

Conservation de l'énergie mécanique : $E_m(t) = E_m(0)$, soit

$$\frac{7}{10}\,m\,v^2(t) + m\,g\,z(t) = m\,g\,z(0)$$

$$\frac{7}{10}\,m\,v^2(t) = m\,g\,\big(z(0) - z(t)\big) = m\,g\,h(t)$$

En simplifiant par m : $v^2(t) = \dfrac{10}{7}\,g\,h(t)$. La vitesse étant positive :

$v(t) = \sqrt{\dfrac{10}{7}\,g\,h(t)}$, expression attendue.

PIÈGE
Utiliser $E_c = \dfrac{1}{2}\,m\,v^2$: on trouverait $\sqrt{2\,g\,h}$. La bille roule, il faut prendre l'expression de l'énoncé, qui tient compte de la rotation.

MÉTHODE
Conservation de l'énergie : 1) écrire E_m à l'état initial ; 2) écrire E_m à l'instant étudié ; 3) égaler et isoler la grandeur cherchée. La masse se simplifie.

Q7 Justifier que l'équation de la modélisation de la figure 5, $v^2(t) = k\,h(t)$, est cohérente avec l'expression donnée en Q6.

En élevant au carré l'expression de Q6 : $v^2(t) = \dfrac{10}{7}\,g\,h(t)$.

Comme $\dfrac{10}{7}\,g$ est une constante, v^2 est proportionnel à h : la représentation de v^2 en fonction de h est une droite passant par l'origine.

C'est bien ce que montre la figure 5 : les points expérimentaux sont alignés sur une droite passant par l'origine, d'équation $v^2 = k\,h$.

$v^2 = k\,h$ avec $k = \dfrac{10}{7}\,g$ constante : la modélisation est cohérente avec Q6.

PIÈGE
Dire seulement « c'est une droite » ne suffit pas. Une relation de proportionnalité se reconnaît à une droite qui passe par l'origine.

Q8 Déterminer la relation entre l'intensité de la pesanteur g et la constante k. Calculer la valeur de g dans cette expérience.

Données utiles $k = 14{,}53\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $v^2 = \dfrac{10}{7}\,g\,h$ (Q6)

Par identification de $v^2 = k\,h$ et de $v^2 = \dfrac{10}{7}\,g\,h$: $k = \dfrac{10}{7}\,g$, donc $g = \dfrac{7}{10}\,k$.

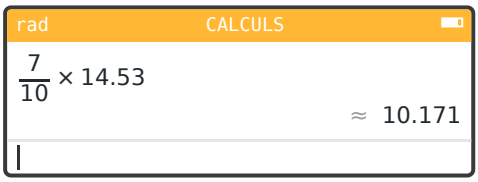
$$g = \frac{7}{10} \times 14{,}53 = 10{,}17\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$g = \dfrac{7\,k}{10} = 10{,}17\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

PIÈGE
Inverser le rapport : $g = \dfrac{10}{7}\,k$ donnerait $20{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, valeur impossible à la surface de la Terre. Contrôler l'ordre de grandeur.

COMPRENDRE
Quatre chiffres significatifs, comme k : les nombres 7 et 10 sont exacts. Cette valeur est celle de l'expérience 1 du tableau qui suit.

À LA CALCULATRICE



Q9 Discuter de l'accord du résultat de la mesure de l'intensité moyenne de la pesanteur issu des huit expériences avec sa valeur de référence. Conclure sur l'utilisation de cette méthode avec ce jeu.

Données utiles valeurs de g en $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$: 10,17 ; 9,70 ; 9,81 ; 10,19 ; 10,32 ; 10,32 ; 9,42 ; 9,89 ; $u(g_{\text{moy}}) = 0{,}11\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $g_{\text{ref}} = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

Moyenne des huit valeurs :

Somme : $10{,}17 + 9{,}70 + 9{,}81 + 10{,}19 + 10{,}32 + 10{,}32 + 9{,}42 + 9{,}89 = 79{,}82\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

$$g_{\text{moy}} = \frac{79{,}82}{8} = 9{,}98\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

Quotient proposé par l'énoncé :

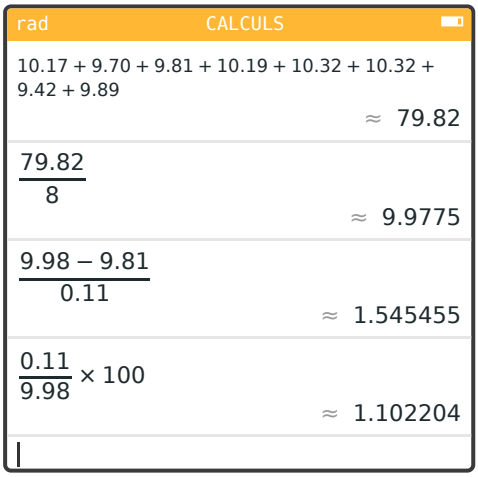
$$\frac{|g_{\text{moy}} - g_{\text{ref}}|}{u(g_{\text{moy}})} = \frac{|9{,}98 - 9{,}81|}{0{,}11} = 1{,}5$$

Ce quotient est inférieur à 2 : l'écart entre la valeur mesurée et la valeur de référence est inférieur à deux incertitudes-types. Le résultat de la mesure est compatible avec la valeur de référence.

Cette méthode permet donc d'obtenir, avec ce jeu, une estimation correcte de l'intensité de la pesanteur, à condition de répéter l'expérience : l'incertitude-type relative est d'environ 1 %, alors que les valeurs individuelles sont dispersées (de 9,42 à $10{,}32\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$).

$g_{\text{moy}} = 9{,}98\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; quotient $= 1{,}5 < 2$: mesure compatible avec g_{ref}, la méthode convient pour estimer g.

À LA CALCULATRICE



PIÈGE

Comparer une seule valeur du tableau à g_{ref}, ou conclure sans calculer le quotient. C'est la moyenne qui est associée à l'incertitude-type $u(g_{\text{moy}})$.

COMPRENDRE

L'énoncé annonce « sept » reproductions, mais le tableau contient huit valeurs et la question parle de huit expériences : c'est une coquille, on fait la moyenne des huit valeurs.

MÉTHODE

Comparer à une référence : calculer $\frac{|x - x_{\text{ref}}|}{u(x)}$.

En dessous de 2, la mesure est compatible avec la référence ; au-dessus, elle ne l'est pas et il faut chercher une erreur systématique.

Utilisation médicale du technétium

Bac 2025 Métropole Septembre Secours · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

Q1 Donner la composition du noyau de molybdène 99.

Données utiles diagramme (N,Z) : $^{99}_{42}\text{Mo}$

Le noyau $^{99}_{42}\text{Mo}$ a pour numéro atomique $Z = 42$ et pour nombre de masse $A = 99$.

Nombre de neutrons : $N = A - Z = 99 - 42 = 57$.

Le noyau de molybdène 99 contient **42 protons** et **57 neutrons**.

PIÈGE
Annoncer 99 neutrons : $A = 99$ compte tous les nucléons, protons et neutrons réunis. Les électrons, eux, n'appartiennent pas au noyau.

Q2 Rappeler la définition des termes « noyaux isotopes ». En déduire, à l'aide du diagramme (N,Z), deux isotopes stables du molybdène 99.

Des noyaux isotopes ont le même nombre de protons Z (même élément chimique) mais des nombres de neutrons différents, donc des nombres de masse A différents.

Les isotopes du molybdène 99 sont dans la colonne $Z = 42$ du diagramme. Les cases grisées de cette colonne correspondent aux noyaux stables.

$^{97}_{42}\text{Mo}$ et $^{98}_{42}\text{Mo}$ sont deux isotopes stables du molybdène 99.

PIÈGE
Citer un noyau de la colonne voisine, comme $^{99}_{43}\text{Tc}$: même nombre de masse, mais Z différent. Ce n'est pas un isotope du molybdène.

COMPRENDRE
Quatre réponses sont possibles : ^{95}Mo, ^{96}Mo, ^{97}Mo et ^{98}Mo. Deux suffisent. Le molybdène 99, en case blanche, est radioactif.

Q3 Écrire l'équation de la désintégration des noyaux de molybdène 99 en noyaux de technétium 99. Donner le nom de la particule émise.

On note $^{A}_{Z}\text{X}$ la particule émise : $^{99}_{42}\text{Mo} \rightarrow {}^{99}_{43}\text{Tc} + {}^{A}_{Z}\text{X}$.

Conservation du nombre de masse : $99 = 99 + A$, donc $A = 0$.

Conservation du nombre de charge : $42 = 43 + Z$, donc $Z = -1$.

$^{99}_{42}\text{Mo} \rightarrow {}^{99}_{43}\text{Tc} + {}^{0}_{-1}\text{e}$: la particule émise est un **électron** (radioactivité β^-).

COMPRENDRE
Le noyau de technétium est formé dans un état excité, noté $^{99}\text{Tc}^*$: c'est en se désexcitant qu'il émet ensuite le rayonnement γ utilisé en imagerie.

Q4 Après avoir rappelé la définition du temps de demi-vie, justifier que les services de médecine nucléaire bénéficient d'une source de technétium 99 pour quelques jours seulement.

Données utiles $t_{1/2}(^{99}\text{Mo}) = 66$ h ; $t_{1/2}(^{99}\text{Tc}^*) = 6$ h

Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans un échantillon s'est désintégrée.

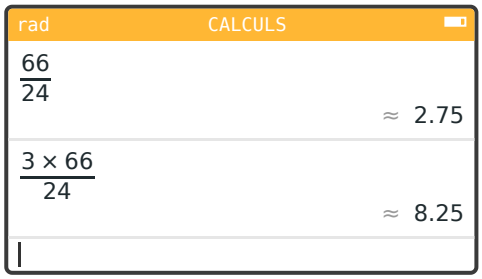
Le technétium 99 a une demi-vie de 6 h seulement : il disparaît en un peu plus d'une journée et ne peut pas être stocké. Dans le mélange reçu, il est renouvelé par la désintégration du molybdène 99.

Or le nombre de noyaux de molybdène 99 est divisé par deux toutes les 66 h, soit environ 2,75 jours. Au bout de trois demi-vies (198 h, un peu plus de 8 jours), il n'en reste que $\frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$.

La production de technétium 99 devient trop faible après quelques demi-vies du molybdène 99, donc après **quelques jours**.

PIÈGE
Raisonner avec la demi-vie du technétium (6 h) : on trouverait une source épuisée en un jour. C'est le molybdène 99, le noyau père, qui fixe la durée d'utilisation.

À LA CALCULATRICE



Q5 Vérifier que l'énergie des photons émis par le $^{99}\mathrm{Tc}^{*}$ est compatible avec l'utilisation d'une gamma-caméra.

Données utiles $E_{\mathrm{Tc}} = 141$ keV ; $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J · s ; $1\ \mathrm{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ J ; rayons γ : $\nu > 3 \times 10^{19}$ Hz

Relation de Planck-Einstein : $E_{\mathrm{Tc}} = h\,\nu$, donc $\nu = \dfrac{E_{\mathrm{Tc}}}{h}$, avec E_{Tc} en joules.

$$\nu = \frac{141 \times 10^{3} \times 1{,}60 \times 10^{-19}}{6{,}63 \times 10^{-34}} = 3{,}40 \times 10^{19}\ \mathrm{Hz}$$

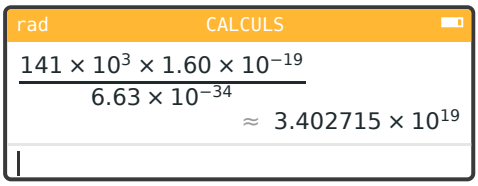
Cette fréquence est supérieure à 3×10^{19} Hz : les photons appartiennent au domaine des rayons γ.

$\nu = 3{,}40 \times 10^{19}\ \mathrm{Hz} > 3 \times 10^{19}\ \mathrm{Hz}$: rayonnement γ, détectable par une gamma-caméra.

PIÈGE
Deux conversions à ne pas manquer : keV en eV ($\times 10^{3}$), puis eV en joules ($\times 1{,}60 \times 10^{-19}$). Sans elles, la fréquence obtenue est fausse de plusieurs ordres de grandeur.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme les données. La valeur est proche de la limite du domaine : écrire la comparaison.

À LA CALCULATRICE



Q6 Justifier l'utilisation d'un protège-seringue possédant un blindage à base de verre au plomb pour l'injection de la solution au patient.

La solution contenue dans la seringue émet des rayons γ. Ces photons très énergétiques (141 keV) sont des rayonnements ionisants, très pénétrants, capables d'endommager les cellules et leur ADN.

Le plomb, matériau très dense, absorbe une grande partie de ce rayonnement ; le verre laisse voir le contenu de la seringue.

Le blindage au plomb **protège le personnel soignant**, exposé de façon répétée, en absorbant les rayons γ émis par la solution.

COMPRENDRE
Le patient reçoit une dose unique, justifiée par l'examen. Le manipulateur, lui, réalise de nombreuses injections : c'est l'accumulation des expositions qu'il faut limiter.

Q7 Résoudre l'équation différentielle afin d'exprimer $N(t)$ en fonction du nombre initial de noyaux N_0 et de la constante radioactive λ.

Données utiles $\dfrac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} + \lambda\, N(t) = 0$

L'équation s'écrit $\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda\, N$: elle est de la forme $y' = a\,y$ avec $a = -\lambda$.

Ses solutions sont $N(t) = K\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$, où K est une constante.

Condition initiale : $N(0) = N_0$, soit $K\,\mathrm{e}^{0} = N_0$, donc $K = N_0$.

$N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$

MÉTHODE
Équation $y' = a\,y$: 1) isoler la dérivée et repérer a ; 2) écrire $y = K\,\mathrm{e}^{at}$; 3) trouver K avec la condition initiale. Toujours les mêmes trois étapes.

Q8 Montrer que l'activité s'écrit $A(t) = A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$, avec A_0 l'activité initiale injectée au patient.

Données utiles $A(t) = \lambda\,N(t)$; $N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$ (Q7)

$A(t) = \lambda\,N(t) = \lambda\,N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$.

À $t = 0$: $A_0 = A(0) = \lambda\,N_0$.

$$\boxed{A(t) = \lambda\,N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t} = A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}}$$

Q9 Montrer que la constante radioactive et le temps de demi-vie sont reliés par $\lambda = \dfrac{\ln(2)}{t_{1/2}}$.

Données utiles $N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$ (Q7)

Par définition de la demi-vie : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

Avec la loi de décroissance : $N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{N_0}{2}$, soit $\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$.

On prend le logarithme : $-\lambda\,t_{1/2} = \ln\left(\dfrac{1}{2}\right) = -\ln(2)$.

$$\boxed{\lambda\,t_{1/2} = \ln(2),\ \text{donc}\ \lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}}$$

PIÈGE

Partir de la formule à démontrer. Le point de départ est la définition de la demi-vie, appliquée à la loi de décroissance, et l'égalité $\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2)$ doit apparaître.

Q10 Déterminer la durée pendant laquelle le patient doit respecter les précautions, la baisse de l'activité n'étant due qu'à la décroissance radioactive.

Données utiles précautions tant que $A(t) > 3\,\%$ de A_0 ; $t_{1/2} = 6$ h ; $A(t) = A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$ (Q8) ; $\lambda = \dfrac{\ln(2)}{t_{1/2}}$ (Q9)

Les précautions cessent à la date t telle que $A(t) = 0{,}03\,A_0$:

$A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t} = 0{,}03\,A_0$, soit $\mathrm{e}^{-\lambda t} = 0{,}03$, donc $-\lambda\,t = \ln(0{,}03)$.

$$t = -\frac{\ln(0{,}03)}{\lambda} = -\frac{t_{1/2}\,\ln(0{,}03)}{\ln(2)}$$

$$t = -\frac{6 \times \ln(0{,}03)}{\ln(2)} = 30\ \text{h}$$

$t \approx 30$ h : le patient respecte les précautions pendant un peu plus d'une journée.

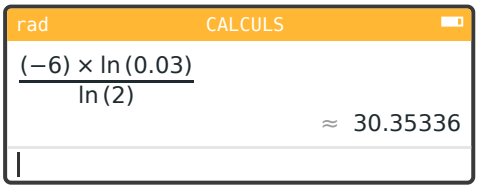
COMPRENDRE

Inutile de convertir en secondes : avec $t_{1/2}$ en heures, t sort en heures. La valeur de A_0 (700 MBq) ne sert pas, elle se simplifie.

MÉTHODE

Vérification rapide : au bout de 5 demi-vies, l'activité est divisée par $2^5 = 32$, soit environ 3 % de A_0. Et $5 \times 6 = 30$ h.

À LA CALCULATRICE



Q11 Identifier, en justifiant, un avantage et un inconvénient au remplacement du technétium 99 par du thallium 201.

Données utiles thallium 201 : $t_{1/2} = 3{,}04$ jours, $0{,}8267$ €/MBq, 1 injection ; technétium 99 : $t_{1/2} = 6$ h, $0{,}0378$ €/MBq, 2 injections

Avantage. L'examen au thallium 201 ne demande qu'une seule injection au lieu de deux. De plus, sa demi-vie (3,04 jours, soit 73 h) est douze fois plus longue : il se transporte et se conserve plus facilement, et il ne dépend pas du molybdène 99 en pénurie.

Inconvénient. Le coût par mégabecquerel est bien plus élevé : $\dfrac{0{,}8267}{0{,}0378} \approx 22$. La longue demi-vie fait aussi que l'activité décroît lentement dans le corps : avec le critère de Q10, les précautions dureraient environ 15 jours au lieu de 30 h.

Avantage : **une seule injection** (et pas de dépendance au molybdène 99). Inconvénient : **coût environ 22 fois plus élevé par MBq** (et patient radioactif plus longtemps).

PIÈGE
Citer une ligne du tableau sans la relier à une conséquence concrète. « En justifiant » demande un chiffre du tableau et ce qu'il implique pour le patient ou l'hôpital.

COMPRENDRE
Une longue demi-vie joue dans les deux sens : approvisionnement plus simple pour l'hôpital, mais exposition plus longue pour le patient et son entourage.

À LA CALCULATRICE

