Utilisation médicale du technétium

Bac 2025 Métropole Septembre Secours · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

Q1 Donner la composition du noyau de molybdène 99.

Données utiles diagramme (N,Z) : $^{99}_{42}\text{Mo}$

Le noyau $^{99}_{42}\text{Mo}$ a pour numéro atomique $Z = 42$ et pour nombre de masse $A = 99$.

Nombre de neutrons : $N = A - Z = 99 - 42 = 57$.

Le noyau de molybdène 99 contient **42 protons** et **57 neutrons**.

PIÈGE
Annoncer 99 neutrons : $A = 99$ compte tous les nucléons, protons et neutrons réunis. Les électrons, eux, n'appartiennent pas au noyau.

Q2 Rappeler la définition des termes « noyaux isotopes ». En déduire, à l'aide du diagramme (N,Z), deux isotopes stables du molybdène 99.

Des noyaux isotopes ont le même nombre de protons Z (même élément chimique) mais des nombres de neutrons différents, donc des nombres de masse A différents.

Les isotopes du molybdène 99 sont dans la colonne $Z = 42$ du diagramme. Les cases grisées de cette colonne correspondent aux noyaux stables.

$^{97}_{42}\text{Mo}$ et $^{98}_{42}\text{Mo}$ sont deux isotopes stables du molybdène 99.

PIÈGE
Citer un noyau de la colonne voisine, comme $^{99}_{43}\text{Tc}$: même nombre de masse, mais Z différent. Ce n'est pas un isotope du molybdène.

COMPRENDRE
Quatre réponses sont possibles : ^{95}Mo, ^{96}Mo, ^{97}Mo et ^{98}Mo. Deux suffisent. Le molybdène 99, en case blanche, est radioactif.

Q3 Écrire l'équation de la désintégration des noyaux de molybdène 99 en noyaux de technétium 99. Donner le nom de la particule émise.

On note $^{A}_{Z}\text{X}$ la particule émise : $^{99}_{42}\text{Mo} \rightarrow {}^{99}_{43}\text{Tc} + {}^{A}_{Z}\text{X}$.

Conservation du nombre de masse : $99 = 99 + A$, donc $A = 0$.

Conservation du nombre de charge : $42 = 43 + Z$, donc $Z = -1$.

$^{99}_{42}\text{Mo} \rightarrow {}^{99}_{43}\text{Tc} + {}^{0}_{-1}\text{e}$: la particule émise est un **électron** (radioactivité β^-).

COMPRENDRE
Le noyau de technétium est formé dans un état excité, noté $^{99}\text{Tc}^*$: c'est en se désexcitant qu'il émet ensuite le rayonnement γ utilisé en imagerie.

Q4 Après avoir rappelé la définition du temps de demi-vie, justifier que les services de médecine nucléaire bénéficient d'une source de technétium 99 pour quelques jours seulement.

Données utiles $t_{1/2}(^{99}\text{Mo}) = 66$ h ; $t_{1/2}(^{99}\text{Tc}^*) = 6$ h

Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans un échantillon s'est désintégrée.

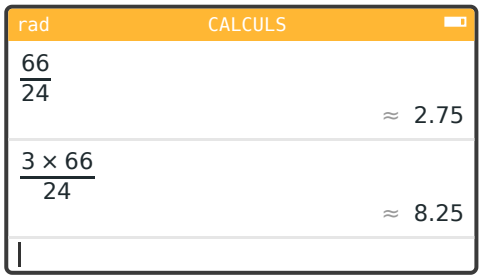
Le technétium 99 a une demi-vie de 6 h seulement : il disparaît en un peu plus d'une journée et ne peut pas être stocké. Dans le mélange reçu, il est renouvelé par la désintégration du molybdène 99.

Or le nombre de noyaux de molybdène 99 est divisé par deux toutes les 66 h, soit environ 2,75 jours. Au bout de trois demi-vies (198 h, un peu plus de 8 jours), il n'en reste que $\frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$.

La production de technétium 99 devient trop faible après quelques demi-vies du molybdène 99, donc après **quelques jours**.

PIÈGE
Raisonner avec la demi-vie du technétium (6 h) : on trouverait une source épuisée en un jour. C'est le molybdène 99, le noyau père, qui fixe la durée d'utilisation.

À LA CALCULATRICE



Q5 Vérifier que l'énergie des photons émis par le $^{99}\mathrm{Tc}^*$ est compatible avec l'utilisation d'une gamma-caméra.

Données utiles $E_{\mathrm{Tc}} = 141$ keV ; $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J · s ; $1\ \mathrm{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ J ; rayons γ : $\nu > 3 \times 10^{19}$ Hz

Relation de Planck-Einstein : $E_{\mathrm{Tc}} = h\,\nu$, donc $\nu = \dfrac{E_{\mathrm{Tc}}}{h}$, avec E_{Tc} en joules.

$$\nu = \frac{141 \times 10^{3} \times 1{,}60 \times 10^{-19}}{6{,}63 \times 10^{-34}} = 3{,}40 \times 10^{19}\ \mathrm{Hz}$$

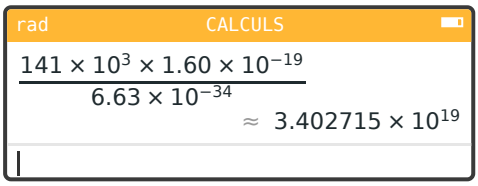
Cette fréquence est supérieure à 3×10^{19} Hz : les photons appartiennent au domaine des rayons γ.

$\nu = 3{,}40 \times 10^{19}\ \mathrm{Hz} > 3 \times 10^{19}\ \mathrm{Hz}$: rayonnement γ, détectable par une gamma-caméra.

PIÈGE
Deux conversions à ne pas manquer : keV en eV ($\times 10^3$), puis eV en joules ($\times 1{,}60 \times 10^{-19}$). Sans elles, la fréquence obtenue est fausse de plusieurs ordres de grandeur.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme les données. La valeur est proche de la limite du domaine : écrire la comparaison.

À LA CALCULATRICE



Q6 Justifier l'utilisation d'un protège-seringue possédant un blindage à base de verre au plomb pour l'injection de la solution au patient.

La solution contenue dans la seringue émet des rayons γ. Ces photons très énergétiques (141 keV) sont des rayonnements ionisants, très pénétrants, capables d'endommager les cellules et leur ADN.

Le plomb, matériau très dense, absorbe une grande partie de ce rayonnement ; le verre laisse voir le contenu de la seringue.

Le blindage au plomb **protège le personnel soignant**, exposé de façon répétée, en absorbant les rayons γ émis par la solution.

COMPRENDRE
Le patient reçoit une dose unique, justifiée par l'examen. Le manipulateur, lui, réalise de nombreuses injections : c'est l'accumulation des expositions qu'il faut limiter.

Q7 Résoudre l'équation différentielle afin d'exprimer $N(t)$ en fonction du nombre initial de noyaux N_0 et de la constante radioactive λ.

Données utiles $\dfrac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} + \lambda\,N(t) = 0$

L'équation s'écrit $\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda\,N$: elle est de la forme $y' = a\,y$ avec $a = -\lambda$.

Ses solutions sont $N(t) = K\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$, où K est une constante.

Condition initiale : $N(0) = N_0$, soit $K\,\mathrm{e}^{0} = N_0$, donc $K = N_0$.

$N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$

MÉTHODE
Équation $y' = a\,y$: 1) isoler la dérivée et repérer a ; 2) écrire $y = K\,\mathrm{e}^{at}$; 3) trouver K avec la condition initiale. Toujours les mêmes trois étapes.

Q8 Montrer que l'activité s'écrit $A(t) = A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$, avec A_0 l'activité initiale injectée au patient.

Données utiles $A(t) = \lambda\,N(t)$; $N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$ (Q7)

$A(t) = \lambda\,N(t) = \lambda\,N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$.

À $t = 0$: $A_0 = A(0) = \lambda\,N_0$.

$$\boxed{A(t) = \lambda\,N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t} = A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}}$$

Q9 Montrer que la constante radioactive et le temps de demi-vie sont reliés par $\lambda = \dfrac{\ln(2)}{t_{1/2}}$.

Données utiles $N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$ (Q7)

Par définition de la demi-vie : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

Avec la loi de décroissance : $N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{N_0}{2}$, soit $\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$.

On prend le logarithme : $-\lambda\,t_{1/2} = \ln\left(\dfrac{1}{2}\right) = -\ln(2)$.

$$\boxed{\lambda\,t_{1/2} = \ln(2),\ \text{donc}\ \lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}}$$

PIÈGE

Partir de la formule à démontrer. Le point de départ est la définition de la demi-vie, appliquée à la loi de décroissance, et l'égalité $\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2)$ doit apparaître.

Q10 Déterminer la durée pendant laquelle le patient doit respecter les précautions, la baisse de l'activité n'étant due qu'à la décroissance radioactive.

Données utiles précautions tant que $A(t) > 3\,\%$ de A_0 ; $t_{1/2} = 6$ h ; $A(t) = A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$ (Q8) ; $\lambda = \dfrac{\ln(2)}{t_{1/2}}$ (Q9)

Les précautions cessent à la date t telle que $A(t) = 0{,}03\,A_0$:

$A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t} = 0{,}03\,A_0$, soit $\mathrm{e}^{-\lambda t} = 0{,}03$, donc $-\lambda\,t = \ln(0{,}03)$.

$$t = -\frac{\ln(0{,}03)}{\lambda} = -\frac{t_{1/2}\,\ln(0{,}03)}{\ln(2)}$$

$$t = -\frac{6 \times \ln(0{,}03)}{\ln(2)} = 30\ \text{h}$$

$t \approx 30$ h : le patient respecte les précautions pendant un peu plus d'une journée.

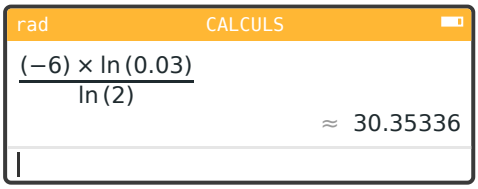
COMPRENDRE

Inutile de convertir en secondes : avec $t_{1/2}$ en heures, t sort en heures. La valeur de A_0 (700 MBq) ne sert pas, elle se simplifie.

MÉTHODE

Vérification rapide : au bout de 5 demi-vies, l'activité est divisée par $2^5 = 32$, soit environ 3 % de A_0. Et $5 \times 6 = 30$ h.

À LA CALCULATRICE



Q11 Identifier, en justifiant, un avantage et un inconvénient au remplacement du technétium 99 par du thallium 201.

Données utiles thallium 201 : $t_{1/2} = 3{,}04$ jours, $0{,}8267$ €/MBq, 1 injection ; technétium 99 : $t_{1/2} = 6$ h, $0{,}0378$ €/MBq, 2 injections

Avantage. L'examen au thallium 201 ne demande qu'une seule injection au lieu de deux. De plus, sa demi-vie (3,04 jours, soit 73 h) est douze fois plus longue : il se transporte et se conserve plus facilement, et il ne dépend pas du molybdène 99 en pénurie.

Inconvénient. Le coût par mégabecquerel est bien plus élevé : $\dfrac{0{,}8267}{0{,}0378} \approx 22$. La longue demi-vie fait aussi que l'activité décroît lentement dans le corps : avec le critère de Q10, les précautions dureraient environ 15 jours au lieu de 30 h.

Avantage : **une seule injection** (et pas de dépendance au molybdène 99). Inconvénient : **coût environ 22 fois plus élevé par MBq** (et patient radioactif plus longtemps).

PIÈGE
Citer une ligne du tableau sans la relier à une conséquence concrète. « En justifiant » demande un chiffre du tableau et ce qu'il implique pour le patient ou l'hôpital.

COMPRENDRE
Une longue demi-vie joue dans les deux sens : approvisionnement plus simple pour l'hôpital, mais exposition plus longue pour le patient et son entourage.

À LA CALCULATRICE

