Jeu de billes et gravité

Bac 2025 Métropole Septembre Secours · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Déterminer la masse volumique ρ de la bille. En déduire la nature probable du matériau qui la constitue.

Données utiles $m = 8{,}51$ g ; $V = 1{,}07\ \text{cm}^3$; $\rho_{\text{acier}} = 7{,}9 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\rho_{\text{cuivre}} = 9{,}0 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\rho_{\text{aluminium}} = 2{,}7 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$

$\rho = \dfrac{m}{V}$ avec $m = 8{,}51 \times 10^{-3}$ kg et $V = 1{,}07\ \text{cm}^3 = 1{,}07 \times 10^{-6}\ \text{m}^3$.

$$\rho = \frac{8{,}51 \times 10^{-3}}{1{,}07 \times 10^{-6}} = 7{,}95 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Cette valeur est très proche de $\rho_{\text{acier}} = 7{,}9 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et éloignée de celles du cuivre et de l'aluminium.

$\rho = 7{,}95 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$: la bille est probablement en **acier**.

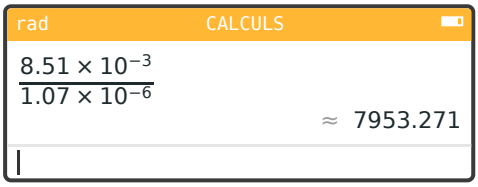
PIÈGE

Conversion du volume : $1\ \text{cm}^3 = 10^{-6}\ \text{m}^3$, et non 10^{-2} ou $10^{-3}\ \text{m}^3$. La masse doit être en kilogramme pour comparer avec le tableau.

COMPRENDRE

Trois chiffres significatifs, comme m et V. On peut aussi calculer $8{,}51 \div 1{,}07 = 7{,}95\ \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$, puis utiliser $1\ \text{g} \cdot \text{cm}^{-3} = 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

À LA CALCULATRICE



Q2 Identifier, en justifiant, la courbe représentant l'énergie cinétique et celle représentant l'énergie potentielle de pesanteur sur la figure 2.

La bille est lâchée sans vitesse initiale : son énergie cinétique est nulle à $t = 0$, puis elle augmente car la vitesse augmente pendant la descente. Seule la courbe 1 part de zéro et croît.

L'altitude de la bille diminue au cours de la descente, donc son énergie potentielle de pesanteur diminue. Seule la courbe 2 décroît.

Courbe 1 : énergie cinétique E_c. Courbe 2 : énergie potentielle de pesanteur E_p. (La courbe 3 est donc l'énergie mécanique E_m.)

COMPRENDRE

Vérification : à chaque date, la courbe 3 est la somme des deux autres. À $t = 0{,}30$ s, on lit environ $0{,}0076 + 0{,}0066 = 0{,}0142$ J.

MÉTHODE

Pour identifier des courbes d'énergie, chercher deux indices : la valeur à $t = 0$ (vitesse nulle, donc $E_c = 0$) et le sens de variation (altitude qui diminue, donc E_p diminue).

Q3 Décrire l'évolution temporelle de l'énergie mécanique de la bille à partir des données expérimentales. Commenter.

L'énergie mécanique est représentée par la courbe 3. Elle reste pratiquement constante au cours du temps, voisine de $0{,}014$ J, avec de légères fluctuations dues aux incertitudes du pointage.

L'énergie mécanique de la bille se conserve donc : les frottements sont négligeables sur ce trajet. L'énergie potentielle de pesanteur perdue par la bille est intégralement convertie en énergie cinétique.

E_m est constante ($\approx 0{,}014$ J) : l'énergie mécanique se conserve, les frottements sont négligeables.

PIÈGE

Décrire sans commenter ne rapporte qu'une partie des points. « Commenter » demande l'interprétation physique : conservation de l'énergie mécanique, donc frottements négligeables.

COMPRENDRE

Des frottements feraient diminuer E_m. Ici les derniers points sont même légèrement plus hauts : cet écart, sans sens physique, vient de l'imprécision du calcul des vitesses.

Q4 Expliquer pourquoi le programme de la figure 4 ne permet pas de calculer l'énergie cinétique aux points A et B.

L'énergie cinétique se calcule à partir des coordonnées de la vitesse. Lignes 76 et 77, la vitesse à la position d'indice i est calculée à partir de la position précédente (indice $i-1$) et de la position suivante (indice $i+1$).

Au point A (première image, $i=0$), il n'existe pas de position précédente. Au point B (dernière image, $i=N-1$), il n'existe pas de position suivante.

La vitesse, donc l'énergie cinétique, ne peut pas être calculée en A et en B : il manque le point précédent en A et le point suivant en B.

COMPRENDRE
La vitesse en un point est approchée par la vitesse moyenne entre les deux points qui l'encadrent : $v_x(t_i) \approx \dfrac{x_{i+1}-x_{i-1}}{t_{i+1}-t_{i-1}}$. C'est pourquoi la boucle de la ligne 75 commence à $i=1$.

Q5 Recopier et compléter les lignes 81 et 84 du programme afin qu'il calcule les énergies potentielle E_p et mécanique E_m.

L'origine de l'énergie potentielle est en $z=0$, donc $E_p = m\,g\,z$.
L'énergie mécanique est $E_m = E_c + E_p$.

Ligne 81 : `Ep[i] = m*g*z[i]`

Ligne 84 : `Em[i] = Ec[i] + Ep[i]`

`Ep[i] = m*g*z[i]` et `Em[i] = Ec[i] + Ep[i]`

PIÈGE
Écrire `z` au lieu de `z[i]`, ou oublier le symbole `*`. Il faut reprendre les noms exacts du programme : `m` et `g` sont définis lignes 36 et 37.

Q6 En appliquant la conservation de l'énergie mécanique entre l'instant initial $t=0$ et l'instant t, montrer que $v(t) = \sqrt{\dfrac{10}{7}\,g\,h(t)}$.

Données utiles $E_c = \dfrac{7}{10}\,m\,v^2$; $h(t) = z(0) - z(t)$

À $t=0$, la bille est lâchée sans vitesse initiale : $E_c(0)=0$, donc $E_m(0) = m\,g\,z(0)$.

À l'instant t : $E_m(t) = \dfrac{7}{10}\,m\,v^2(t) + m\,g\,z(t)$.

Conservation de l'énergie mécanique : $E_m(t) = E_m(0)$, soit

$$\frac{7}{10}\,m\,v^2(t) + m\,g\,z(t) = m\,g\,z(0)$$

$$\frac{7}{10}\,m\,v^2(t) = m\,g\,\big(z(0) - z(t)\big) = m\,g\,h(t)$$

En simplifiant par m : $v^2(t) = \dfrac{10}{7}\,g\,h(t)$. La vitesse étant positive :

$v(t) = \sqrt{\dfrac{10}{7}\,g\,h(t)}$, expression attendue.

PIÈGE
Utiliser $E_c = \dfrac{1}{2}\,m\,v^2$: on trouverait $\sqrt{2\,g\,h}$. La bille roule, il faut prendre l'expression de l'énoncé, qui tient compte de la rotation.

MÉTHODE
Conservation de l'énergie : 1) écrire E_m à l'état initial ; 2) écrire E_m à l'instant étudié ; 3) égaler et isoler la grandeur cherchée. La masse se simplifie.

Q7 Justifier que l'équation de la modélisation de la figure 5, $v^2(t) = k\,h(t)$, est cohérente avec l'expression donnée en Q6.

En élevant au carré l'expression de Q6 : $v^2(t) = \dfrac{10}{7}\,g\,h(t)$.

Comme $\dfrac{10}{7}\,g$ est une constante, v^2 est proportionnel à h : la représentation de v^2 en fonction de h est une droite passant par l'origine.

C'est bien ce que montre la figure 5 : les points expérimentaux sont alignés sur une droite passant par l'origine, d'équation $v^2 = k\,h$.

$v^2 = k\,h$ avec $k = \dfrac{10}{7}\,g$ constante : la modélisation est cohérente avec Q6.

PIÈGE
Dire seulement « c'est une droite » ne suffit pas. Une relation de proportionnalité se reconnaît à une droite qui passe par l'origine.

Q8 Déterminer la relation entre l'intensité de la pesanteur g et la constante k. Calculer la valeur de g dans cette expérience.

Données utiles $k = 14{,}53\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $v^2 = \dfrac{10}{7}\,g\,h$ (Q6)

Par identification de $v^2 = k\,h$ et de $v^2 = \dfrac{10}{7}\,g\,h$: $k = \dfrac{10}{7}\,g$, donc $g = \dfrac{7}{10}\,k$.

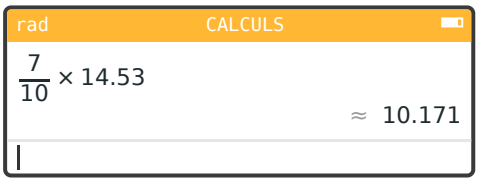
$$g = \frac{7}{10} \times 14{,}53 = 10{,}17\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$g = \dfrac{7\,k}{10} = 10{,}17\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

PIÈGE
Inverser le rapport : $g = \dfrac{10}{7}\,k$ donnerait $20{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, valeur impossible à la surface de la Terre. Contrôler l'ordre de grandeur.

COMPRENDRE
Quatre chiffres significatifs, comme k : les nombres 7 et 10 sont exacts. Cette valeur est celle de l'expérience 1 du tableau qui suit.

À LA CALCULATRICE



Q9 Discuter de l'accord du résultat de la mesure de l'intensité moyenne de la pesanteur issu des huit expériences avec sa valeur de référence. Conclure sur l'utilisation de cette méthode avec ce jeu.

Données utiles valeurs de g en $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$: 10,17 ; 9,70 ; 9,81 ; 10,19 ; 10,32 ; 10,32 ; 9,42 ; 9,89 ; $u(g_{\text{moy}}) = 0{,}11\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $g_{\text{ref}} = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

Moyenne des huit valeurs :

Somme : $10{,}17 + 9{,}70 + 9{,}81 + 10{,}19 + 10{,}32 + 10{,}32 + 9{,}42 + 9{,}89 = 79{,}82\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

$$g_{\text{moy}} = \frac{79{,}82}{8} = 9{,}98\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

Quotient proposé par l'énoncé :

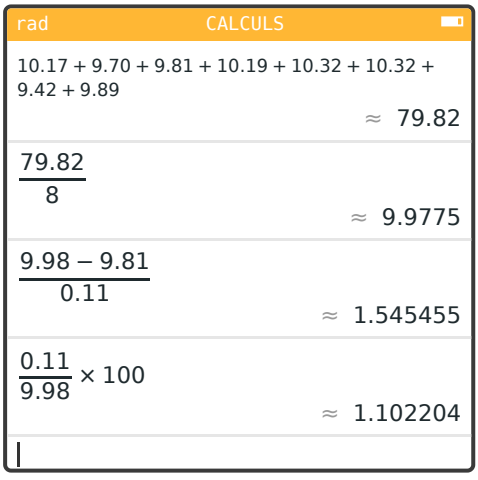
$$\frac{|g_{\text{moy}} - g_{\text{ref}}|}{u(g_{\text{moy}})} = \frac{|9{,}98 - 9{,}81|}{0{,}11} = 1{,}5$$

Ce quotient est inférieur à 2 : l'écart entre la valeur mesurée et la valeur de référence est inférieur à deux incertitudes-types. Le résultat de la mesure est compatible avec la valeur de référence.

Cette méthode permet donc d'obtenir, avec ce jeu, une estimation correcte de l'intensité de la pesanteur, à condition de répéter l'expérience : l'incertitude-type relative est d'environ 1 %, alors que les valeurs individuelles sont dispersées (de 9,42 à $10{,}32\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$).

$g_{\text{moy}} = 9{,}98\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; quotient $= 1{,}5 < 2$: mesure compatible avec g_{ref}, la méthode convient pour estimer g.

À LA CALCULATRICE



PIÈGE

Comparer une seule valeur du tableau à g_{ref}, ou conclure sans calculer le quotient. C'est la moyenne qui est associée à l'incertitude-type $u(g_{\text{moy}})$.

COMPRENDRE

L'énoncé annonce « sept » reproductions, mais le tableau contient huit valeurs et la question parle de huit expériences : c'est une coquille, on fait la moyenne des huit valeurs.

MÉTHODE

Comparer à une référence : calculer $\frac{|x - x_{\text{ref}}|}{u(x)}$.

En dessous de 2, la mesure est compatible avec la référence ; au-dessus, elle ne l'est pas et il faut chercher une erreur systématique.