Physique et raccordement routier

Bac 2025 Amérique du Nord Jour 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q.1 Déterminer la valeur de l'accélération du véhicule sur la portion OP à partir de la figure 2 et caractériser le mouvement du véhicule.

La portion OP est une ligne droite. Sur la figure 2, pendant la phase « ligne droite », l'accélération est nulle : $a = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Comme $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \vec{0}$, le vecteur vitesse est constant : la valeur de la vitesse ne change pas.

$a = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ sur OP : le mouvement du véhicule est **rectiligne uniforme**.

PIÈGE
Écrire seulement « uniforme ». Caractériser un mouvement, c'est donner la trajectoire (rectiligne) et l'évolution de la valeur de la vitesse (uniforme).

Q.2 Écrire les lignes de programme permettant de calculer les coordonnées a_x et a_y du vecteur accélération.

Chaque coordonnée de l'accélération est la dérivée de la coordonnée de la vitesse : $a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$ et $a_y = \dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}$.

Le programme l'approche par la variation de la vitesse entre deux dates successives, divisée par la durée `dt`, comme il le fait aux lignes 11 et 12 pour la vitesse à partir des positions.

Ligne 18 : `ax.append((vx[i+1]-vx[i])/dt)` Ligne 19 : `ay.append((vy[i+1]-vy[i])/dt)`

PIÈGE
Recopier les lignes 11 et 12 en gardant `x` et `y` : on recalculerait la vitesse. Il faut partir des listes `vx` et `vy`, et diviser par `dt`, pas par `t[i]`.

MÉTHODE
Dérivée numérique d'une grandeur g rangée dans une liste : `(g[i+1]-g[i])/dt`. Position → vitesse → accélération : la même ligne sert deux fois.

Q.3 À l'aide des valeurs du tableau, vérifier que la clothoïde permet « une augmentation linéaire dans le temps de l'accélération », en justifiant la méthode utilisée.

Données utiles tableau des valeurs de a de $t = 1{,}50$ s à $t = 9{,}00$ s ; accélération initiale nulle

L'accélération est nulle au départ : si elle augmente linéairement, elle est proportionnelle au temps, $a = k \times t$. Méthode : calculer le quotient $\dfrac{a}{t}$ pour chaque date et vérifier qu'il reste constant.

t (s)	1,50	3,00	4,50	6,00	7,50	9,00
a ($\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$)	0,1587	0,3218	0,4824	0,6411	0,8070	0,9506
a/t ($\text{m}\cdot\text{s}^{-3}$)	0,106	0,107	0,107	0,107	0,108	0,106

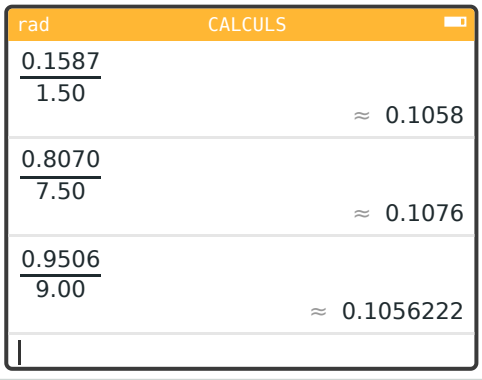
Le quotient varie de moins de 2 % d'une date à l'autre : il est constant aux incertitudes près.

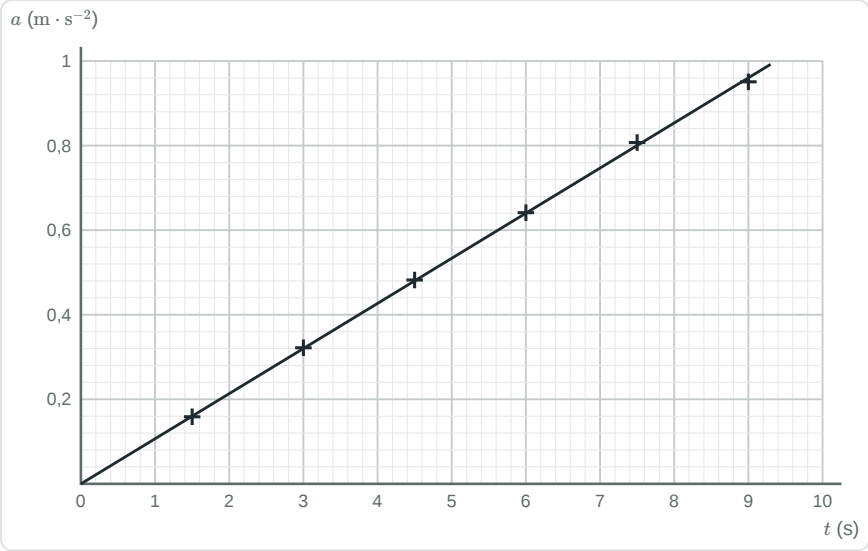
$\dfrac{a}{t} \approx 0{,}107\ \text{m}\cdot\text{s}^{-3}$ à chaque date : a est proportionnelle à t, l'augmentation est bien linéaire.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : t en a trois, a quatre ; le quotient s'écrit avec trois chiffres, comme la donnée la moins précise.

MÉTHODE
Deux façons de prouver une proportionnalité : un quotient constant, ou des points alignés sur une droite passant par l'origine (graphique ci-dessous). Une seule suffit, mais il faut la nommer.

À LA CALCULATRICE





Q.3 · Autre méthode : les points du tableau sont alignés avec l'origine

Q.4 Sur le schéma de l'annexe, tracer les vecteurs unitaires $\vec{u}_N$ et $\vec{u}_T$ du repère de Frenet au point M de la trajectoire en arc de cercle.

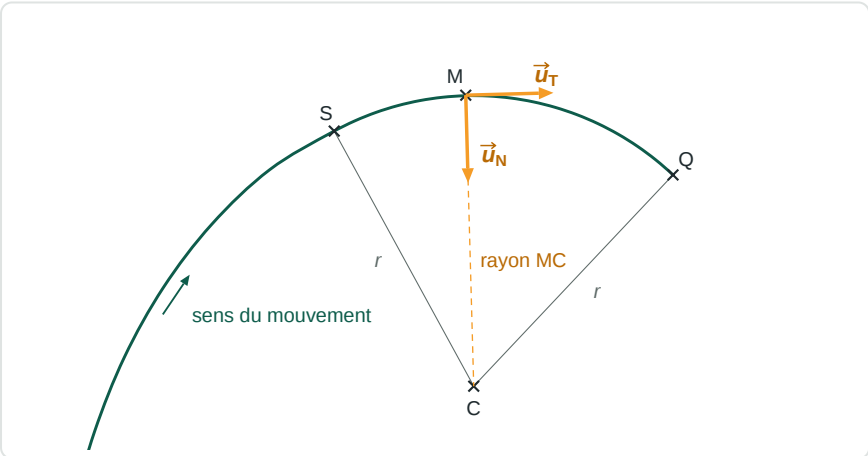
Les deux vecteurs partent de M et ont la même longueur (norme égale à 1).

- $\vec{u}_T$ est tangent à la trajectoire en M, dans le sens du mouvement (de S vers Q).
- $\vec{u}_N$ est perpendiculaire à $\vec{u}_T$ et dirigé vers le centre C du cercle : il est porté par le rayon MC.

Voir l'annexe : $\vec{u}_T$ tangent en M et orienté vers Q, $\vec{u}_N$ orienté de M vers C.

PIÈGE
Orienter $\vec{u}_N$ vers l'extérieur du virage, ou $\vec{u}_T$ vers S. Le véhicule vient de O : il parcourt l'arc de S vers Q.

MÉTHODE
Tracer d'abord le rayon MC à la règle : $\vec{u}_N$ est dessus, $\vec{u}_T$ lui est perpendiculaire (équerre).



Q.4 · Annexe (zoom sur l'arc de cercle) : repère de Frenet au point M

Q.5 Justifier que le vecteur accélération du véhicule entre les points S et Q s'exprime ainsi : $\vec{a} = \dfrac{v^2}{r}\,\vec{u}_N$.

Pour un mouvement circulaire de rayon r, le vecteur accélération s'écrit dans le repère de Frenet :

$$\vec{a} = \frac{v^2}{r}\,\vec{u}_N + \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{u}_T$$

Entre S et Q, la valeur de la vitesse est constante ($v = 15{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$), donc $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$: le mouvement est circulaire uniforme.

$\vec{a} = \dfrac{v^2}{r}\,\vec{u}_N$

COMPRENDRE
Une vitesse de valeur constante ne donne pas une accélération nulle : la direction de $\vec{v}$ change à chaque instant. L'accélération est alors centripète, dirigée vers C.

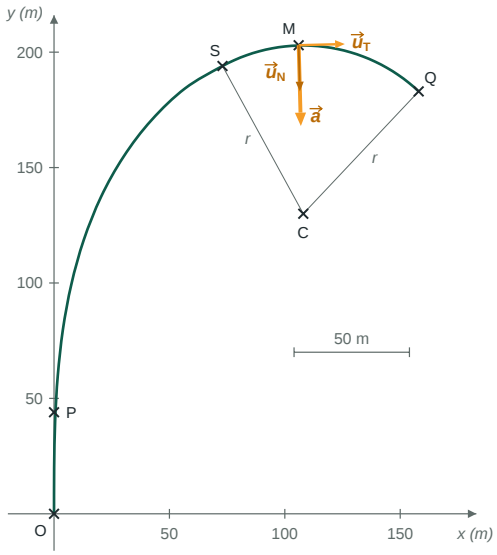
Q.6 Sur le schéma de l'annexe, représenter le vecteur accélération $\vec{a}$ au point M, à l'échelle 1,0 cm pour $1{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Données utiles $v = 15{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$; $r = 75{,}0\ \mathrm{m}$

Valeur de l'accélération : $a = \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{15{,}0^2}{75{,}0} = 3{,}00\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

À l'échelle 1,0 cm pour $1{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$, la flèche mesure 3,0 cm. Elle part de M, a la direction et le sens de $\vec{u}_N$: elle pointe vers C.

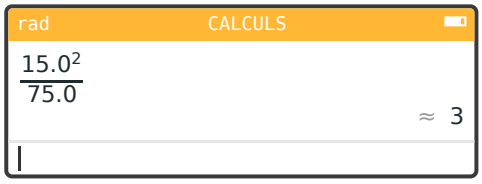
$a = 3{,}00\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$: flèche de 3,0 cm, tracée de M vers C.



Q.6 · Annexe complétée, reproduite en réduction : sur l'annexe du sujet, la flèche de $\vec{a}$ mesure 3,0 cm

PIÈGE
Confondre l'échelle des accélérations avec le segment « 50 m » de l'annexe. La flèche se mesure à la règle (3,0 cm) et ne s'arrête pas au point C.

À LA CALCULATRICE



Q.7 Indiquer, en justifiant, le numéro du schéma qui représente correctement les trois forces, en s'appuyant sur les caractéristiques du vecteur accélération.

Système : le véhicule, de masse m ; référentiel terrestre supposé galiléen. Deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\,\vec{a}$.

D'après Q.5, $\vec{a}$ est horizontal et dirigé vers C.

- Verticalement, l'accélération est nulle : $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$. Les flèches de $\vec{P}$ et $\vec{R}$ sont opposées et de même longueur, ce qui élimine les schémas 1 et 4 ($\vec{R}$ plus courte que $\vec{P}$).
- Il reste $\vec{f} = m\,\vec{a}$: $\vec{f}$ est horizontale et dirigée vers C, ce qui élimine le schéma 2 ($\vec{f}$ verticale) et le schéma 3 ($\vec{f}$ à l'opposé de C).

Le schéma **5** convient : $\vec{P}$ et $\vec{R}$ se compensent, $\vec{f}$ pointe vers C comme $\vec{a}$.

COMPRENDRE
C'est le frottement latéral de la chaussée sur les pneus qui fait tourner le véhicule. Sans lui (verglas), la somme des forces serait nulle et le véhicule continuerait tout droit.

MÉTHODE
La somme des forces a toujours la direction et le sens de $\vec{a}$. Trouver $\vec{a}$ d'abord, puis éliminer les schémas un critère à la fois.

Q.8 Dans le cas du virage étudié, choisir parmi les panneaux de limitation de vitesse (50, 70, 90 ou 110) celui qui devrait être placé avant le point O. Expliquer le raisonnement.

Données utiles $m = 1\,200$ kg ; $r = 75{,}0$ m ; force de frottement maximale : $10\,400$ N sur chaussée sèche, $7\,200$ N sur chaussée humide ; $\vec{f} = m\,\vec{a}$ (Q.7)

D'après Q.7 et Q.5, la force de frottement nécessaire pour suivre le virage vaut $f = m\,a = \dfrac{m\,v^2}{r}$.

Le véhicule ne dérape pas tant que $f < f_{\max}$, soit $\dfrac{m\,v^2}{r} < f_{\max}$, donc $v < \sqrt{\dfrac{r\,f_{\max}}{m}}$.

Chaussée sèche : $v < \sqrt{\dfrac{75{,}0 \times 10\,400}{1\,200}} = 25{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, soit $25{,}5 \times 3{,}6 = 91{,}8\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

Chaussée humide : $v < \sqrt{\dfrac{75{,}0 \times 7\,200}{1\,200}} = 21{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, soit $21{,}2 \times 3{,}6 = 76{,}4\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

Le panneau doit protéger l'usager quel que soit l'état de la route : la vitesse doit rester inférieure à $76\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$. Le panneau 90 ne convient que sur route sèche ; le panneau 50 est inutilement restrictif.

Panneau **70** : à $70\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$, le véhicule ne dérape ni sur chaussée sèche ni sur chaussée humide.

PIÈGE

Ne traiter que la chaussée sèche et choisir 90 : c'est le cas le plus défavorable (route humide) qui fixe la limitation. Penser aussi à convertir : $\times 3{,}6$ pour passer en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

COMPRENDRE

Vérification : à $70\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$, $f = \dfrac{m\,v^2}{r} \approx 6{,}05 \times 10^3$ N, inférieure à $7\,200$ N. La force nécessaire croît comme v^2 : à vitesse double, il faut quatre fois plus d'adhérence.

À LA CALCULATRICE

