Corrigé complet — Bac 2024 Métropole Jour 2

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Autour du basket-ball** Deuxième loi de Newton · Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme · Équation de la trajectoire · Énergie mécanique · Niveau d'intensité sonore · Langage Python	11 pts	1 h 55	16 questions	p. 2
Ex 2	**Un champignon parfumé** Familles fonctionnelles · Catégories de réactions en chimie organique · Choix d'un solvant et sécurité · Réaction acide-base · Réactif limitant · Rendement d'une synthèse	4 pts	42 min	8 questions	p. 8
Ex 3	**Batterie Lithium - Soufre** Oxydant et réducteur · Volume molaire d'un gaz · Fonctionnement d'une pile · Demi-équations aux électrodes · Capacité d'une pile · Constante de Faraday	5 pts	53 min	8 questions	p. 12

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Autour du basket-ball

Bac 2024 Métropole Jour 2 · Exercice 1 **11 points** **Durée conseillée 1 h 55**

Q1 Montrer que les coordonnées du vecteur accélération du centre de masse M du ballon sont $a_x(t) = 0$ et $a_y(t) = -g$.

Système {ballon}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen ; seule force : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$ (frottements négligés).

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical et dirigé vers le bas, alors que l'axe (Oy) est orienté vers le haut. En projetant :

$$a_x(t) = 0 \quad \text{et} \quad a_y(t) = -g$$

PIÈGE
Oublier de justifier le signe « $-$ » : il vient de l'axe (Oy) orienté vers le haut, à l'opposé de $\vec{g}$.

MÉTHODE
Toujours les quatre mêmes étapes : système, référentiel galiléen, bilan des forces, deuxième loi de Newton. La projection sur les axes vient ensuite.

Q2 Exprimer les coordonnées $v_x(t)$ et $v_y(t)$ du vecteur vitesse du point M à chaque instant.

Comme $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives des coordonnées de $\vec{a}$:

$v_x(t) = C_1$ et $v_y(t) = -g\,t + C_2$

À $t = 0$, le vecteur vitesse est $\vec{v}_0$, de coordonnées $v_0\cos(\alpha)$ et $v_0\sin(\alpha)$: $C_1 = v_0\cos(\alpha)$ et $C_2 = v_0\sin(\alpha)$.

$$v_x(t) = v_0\cos(\alpha) \quad \text{et} \quad v_y(t) = -g\,t + v_0\sin(\alpha)$$

COMPRENDRE
La vitesse horizontale reste constante : aucune force n'agit selon (Ox). Seule la vitesse verticale change au cours du vol.

Q3 Exprimer les coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ du vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$ au cours du temps.

Comme $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives des coordonnées de $\vec{v}$:

$x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t + C_3$ et $y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin(\alpha)\,t + C_4$

À $t = 0$, le point M est en M_0 : $x(0) = 0$ et $y(0) = H_m$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = H_m$.

$$x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t \quad \text{et} \quad y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin(\alpha)\,t + H_m$$

PIÈGE
Écrire $y(0) = 0$. L'origine O est au sol : au départ, le centre du ballon est à la hauteur H_m.

Q4 Montrer que l'équation de la trajectoire s'écrit $y(x) = -\dfrac{g}{2\,v_0^2\cos^2(\alpha)}\,x^2 + x\tan(\alpha) + H_m$.

On élimine le temps. Comme $\alpha \neq 90^\circ$, $\cos(\alpha) \neq 0$ et l'équation de $x(t)$ donne $t = \dfrac{x}{v_0\cos(\alpha)}$.

On remplace dans $y(t)$:

$$y = -\frac{1}{2}\,g\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)^2 + v_0\sin(\alpha)\,\frac{x}{v_0\cos(\alpha)} + H_m$$

Avec $\dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \tan(\alpha)$:

$$y(x) = -\frac{g}{2\,v_0^2\cos^2(\alpha)}\,x^2 + x\tan(\alpha) + H_m$$

MÉTHODE
Équation de trajectoire : isoler t dans $x(t)$, le reporter dans $y(t)$, puis simplifier. On obtient une parabole.

Q5 Montrer qu'il existe une vitesse initiale v_{0c} pour laquelle la trajectoire du centre de masse passe par le centre C du panier, et retrouver son expression.

Le point C a pour coordonnées $x_C = L$ et $y_C = H_a$. La trajectoire passe par C si $y(L) = H_a$:

$$H_a = -\frac{g\,L^2}{2\,v_{0c}^2\cos^2(\alpha)} + L\tan(\alpha) + H_m$$

$$\frac{g\,L^2}{2\,v_{0c}^2\cos^2(\alpha)} = L\tan(\alpha) + H_m - H_a$$

$$v_{0c}^2 = \frac{g\,L^2}{2\cos^2(\alpha)\left(L\tan(\alpha) + H_m - H_a\right)}$$

Une vitesse est positive, d'où :

$$v_{0c} = \sqrt{\frac{g\,L^2}{2\cos^2(\alpha)\left(L\tan(\alpha) + H_m - H_a\right)}}$$

COMPRENDRE
La racine n'existe que si $L\tan(\alpha) + H_m - H_a > 0$: il faut viser plus haut que la droite qui joint M_0 à C, puisque le ballon retombe.

Q6 Calculer la vitesse initiale v_{0c} pour un lancer-franc tiré avec un angle initial de 49,5°.

Données utiles $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $L = 4{,}6$ m ; $H_m = 2{,}30$ m ; $H_a = 3{,}05$ m ; $\alpha = 49{,}5^\circ$

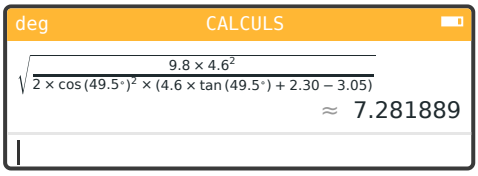
$$v_{0c} = \sqrt{\frac{9{,}8 \times 4{,}6^2}{2 \times \cos^2(49{,}5^\circ) \times \left(4{,}6 \times \tan(49{,}5^\circ) + 2{,}30 - 3{,}05\right)}}$$

$$v_{0c} = 7{,}3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

PIÈGE
Calculatrice restée en radians : le résultat est faux sans que rien ne le signale. Vérifier le mode degrés avant de saisir.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme g et L, les données les moins précises. Environ $26\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$: ordre de grandeur réaliste pour un tir.

À LA CALCULATRICE



Q7 Déterminer graphiquement l'angle initial qui donne la vitesse initiale minimale pour $L = 2$ m. Comparer l'angle et la vitesse à ceux du lancer-franc et commenter.

Données utiles lancer-franc : $\alpha = 49{,}5^\circ$ et $v_{0c} = 7{,}3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (Q6)

Sur la figure 2-b, le point le plus bas de la courbe a pour abscisse $\alpha \approx 55{,}2^\circ$ et pour ordonnée $v_0 \approx 5{,}32\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

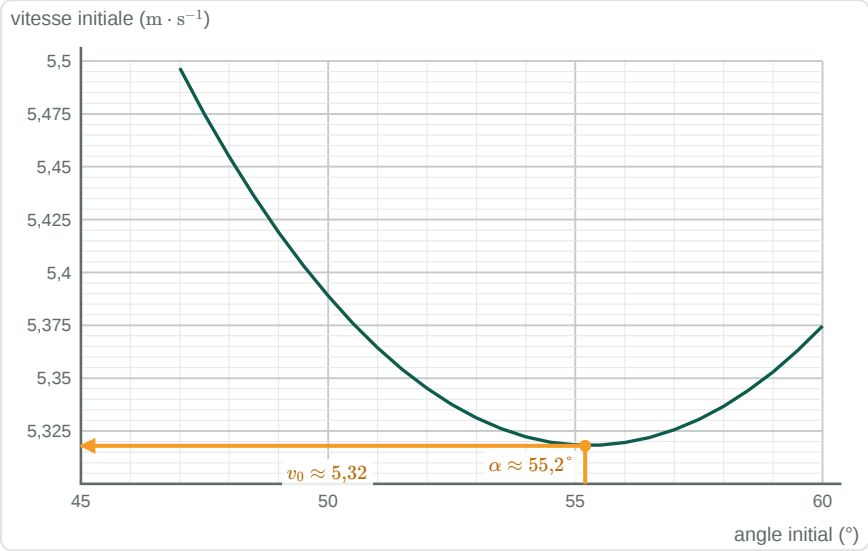
Comparaison avec le lancer-franc : à 2 m du panier, la vitesse minimale est plus faible ($5{,}3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ contre $7{,}3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) et l'angle correspondant est plus grand (55,2° contre 49,5°).

Commentaire : plus le joueur est près du panier, moins il doit lancer fort, mais plus il doit tirer « en cloche ».

Pour $L = 2$ m : $\alpha \approx 55{,}2^\circ$ et $v_0 \approx 5{,}3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; vitesse plus faible et angle plus grand qu'au lancer-franc.

PIÈGE
Lire sur la figure 2-a : son échelle ne permet pas de situer le minimum. Et « comparer » porte sur les deux grandeurs, l'angle et la vitesse.

COMPRENDRE
Près du minimum la courbe est très plate : entre 52° et 58° la vitesse change de moins de $0{,}03\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Une lecture à un demi-degré près suffit.



Q7 · Figure 2-b du sujet ($L = 2$ m), avec la lecture du minimum

Q8 Expliquer pourquoi la courbe de la vitesse en fonction de l'angle initial tend vers une asymptote verticale lorsque l'angle se rapproche de 90°.

Sous la racine de v_{0c} (Q5), le dénominateur vaut $2\,D$ avec $D = \cos^2(\alpha)\left(L\tan(\alpha) + H_m - H_a\right)$.

Comme $\cos(\alpha)\tan(\alpha) = \sin(\alpha)$, on développe :

$$D = L\sin(\alpha)\cos(\alpha) + (H_m - H_a)\cos^2(\alpha)$$

Quand α se rapproche de 90°, $\cos(\alpha)$ tend vers 0 : les deux termes tendent vers 0, alors que le numérateur $g\,L^2$ reste constant.

v_{0c} tend vers l'infini quand α tend vers 90° : la courbe admet une asymptote verticale en $\alpha = 90^\circ$.

PIÈGE
Dire seulement « $\cos(\alpha)$ tend vers 0 » ne suffit pas : $\tan(\alpha)$ tend vers l'infini dans le même produit. Il faut développer pour lever le doute.

COMPRENDRE
Physiquement : la vitesse horizontale $v_0\cos(\alpha)$ devient presque nulle. Pour parcourir quand même la distance L, il faudrait un vol très long, donc une vitesse initiale immense.

Q9 Choisir le code qui complète la ligne 82 pour vérifier la condition « le ballon ne passe pas au-dessus de l'arceau ».

Le tableau y contient les altitudes successives du centre de masse du ballon. Si la plus grande de ces altitudes reste inférieure à la hauteur H_a de l'arceau, le ballon ne passe jamais au-dessus de l'arceau.

Ligne 82 : `if max(y) < Ha:`

COMPRENDRE
Les trois autres propositions comparent une abscisse à une hauteur, ou une altitude à une distance horizontale : elles n'ont pas de sens pour cette condition.

Q10 Justifier que les lignes 89 à 92 permettent de tester la condition 2 (le ballon ne rebondit pas sur le bord du panier).

La fonction d_bord (lignes 86-87) calcule la distance entre le centre du ballon, de coordonnées $(x\,;\,y)$, et le bord de l'arceau le plus proche du joueur, de coordonnées $(L - R_a\,;\,H_a)$.

Ligne 89 : la variable test vaut False au départ.

Lignes 90 à 92 : la boucle parcourt les N_x points de la trajectoire. Si, pour l'un d'eux, cette distance est inférieure au rayon R_b du ballon, le ballon touche l'arceau et test prend la valeur True.

À la fin de la boucle, test vaut True si le ballon a touché le bord de l'arceau en un point au moins de sa trajectoire : la condition 2 est bien testée.

COMPRENDRE
Le ballon est une sphère de rayon R_b : il touche un obstacle dès que son centre s'en approche à moins de R_b.

Q11 L'angle initial minimal pour un tir parfait au lancer-franc est voisin de 45°. Commenter cette valeur au regard des conseils du site internet.

Le site conseille un angle de tir compris entre 47° et 55°. Tous ces angles sont supérieurs à l'angle minimal de 45° : ils permettent un tir parfait.

La borne basse conseillée (47°) laisse en plus une marge de 2° au-dessus du minimum.

Les conseils du site sont en accord avec la deuxième modélisation.

COMPRENDRE
L'angle de 49,5° qui demande la vitesse la plus faible (Q6) est lui aussi dans l'intervalle conseillé.

Q12 Identifier, parmi les courbes 1, 2 et 3 de la figure 4, l'énergie cinétique, l'énergie potentielle de pesanteur et l'énergie mécanique, en justifiant.

- Courbe 3 : énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2} m v^2$. Le ballon est lâché sans vitesse initiale : E_c est nulle à $t = 0$, puis augmente pendant la chute.
- Courbe 2 : énergie potentielle de pesanteur $E_{pp} = m\,g\,y$. Elle est maximale au départ, diminue quand le ballon descend et s'annule au sol, vers $t = 0{,}47$ s.
- Courbe 1 : énergie mécanique $E_m = E_c + E_{pp}$. À chaque instant, ses valeurs sont la somme de celles des deux autres courbes.

Courbe 1 : E_m ; courbe 2 : E_{pp} ; courbe 3 : E_c.

MÉTHODE
Regarder l'instant initial : « sans vitesse initiale » donne $E_c = 0$, « lâché d'une hauteur » donne E_{pp} maximale. L'énergie mécanique est la courbe située au-dessus des deux autres.

Q13 Montrer que l'énergie perdue par le ballon lors du rebond est voisine de 2,5 J.

On lit l'énergie mécanique (courbe 1) de part et d'autre du rebond, qui a lieu vers $t = 0{,}47$ s :

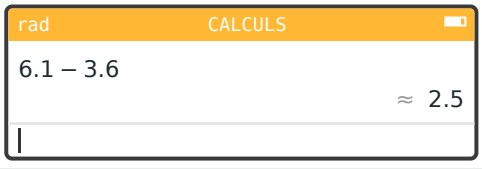
- avant le rebond : $E_{m,\text{avant}} \approx 6{,}1$ J ;
- après le rebond : $E_{m,\text{après}} \approx 3{,}6$ J.

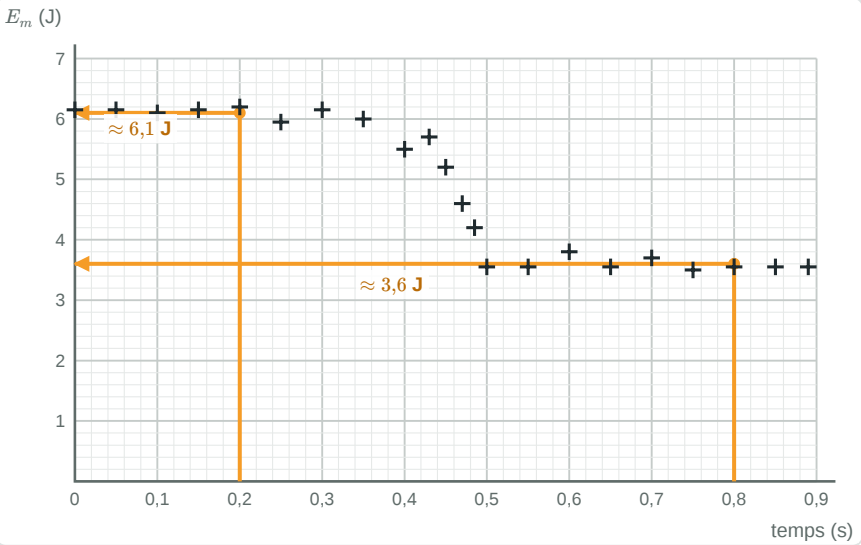
$E_{\text{perdue}} = E_{m,\text{avant}} - E_{m,\text{après}} = 6{,}1 - 3{,}6$

$E_{\text{perdue}} \approx 2{,}5$ J : c'est la valeur attendue.

PIÈGE
Lire les valeurs juste au moment du choc, où les points sont dispersés. On lit les paliers, loin du rebond.

À LA CALCULATRICE





Q13 · Allure de la courbe 1 (figure 4) : paliers lus avant et après le rebond

Q14 Indiquer, en justifiant, s'il est raisonnable de négliger les frottements en dehors du moment où le ballon rebondit.

Des frottements feraient diminuer l'énergie mécanique tout au long du mouvement.

Or, sur la courbe 1, l'énergie mécanique reste pratiquement constante pendant la chute (environ 6,1 J) puis pendant la remontée (environ 3,6 J). Les petits écarts, de l'ordre de 0,2 J, vont dans les deux sens : ils viennent du pointage.

Oui : en dehors du rebond l'énergie mécanique se conserve, les frottements sont négligeables.

COMPRENDRE
Énergie mécanique constante : seules des forces conservatives (ici le poids) travaillent. La perte est entièrement localisée dans le choc avec le sol.

Q15 Déterminer la vitesse initiale minimale à communiquer à un ballon lancé d'une hauteur d'un mètre pour qu'il remonte au moins à cette même hauteur.

Données utiles $m = 600\ \text{g} = 0{,}600\ \text{kg}$; $E_{\text{perdue}} = 2{,}5\ \text{J}$ (Q13) ; hauteur h identique au départ et à l'arrivée

État initial : ballon à la hauteur h, vitesse v_i : $E_{m,i} = \dfrac{1}{2} m v_i^2 + m g h$.

État final, dans le cas limite : le ballon remonte juste à la hauteur h, où sa vitesse s'annule : $E_{m,f} = m g h$.

L'énergie mécanique se conserve en dehors du rebond (Q14) et le rebond fait perdre E_{perdue} :

$$E_{m,f} = E_{m,i} - E_{\text{perdue}} \quad \text{soit} \quad m g h = \frac{1}{2} m v_i^2 + m g h - E_{\text{perdue}}$$

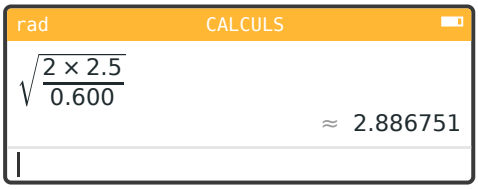
$$\frac{1}{2} m v_i^2 = E_{\text{perdue}} \quad \text{donc} \quad v_i = \sqrt{\frac{2 E_{\text{perdue}}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 2{,}5}{0{,}600}}$$

$v_i = 2{,}9\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

PIÈGE
Laisser la masse en grammes : avec 600 au lieu de 0,600 kg, on trouve $0{,}09\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, valeur absurde.

COMPRENDRE
Les termes $m g h$ se simplifient : la hauteur n'intervient pas. L'énergie cinétique donnée par la main compense exactement la perte du rebond.

À LA CALCULATRICE



Q16 À l'aide d'un calcul, déterminer si le joueur remplaçant, situé à 1,0 m de l'arbitre qui siffle, doit porter des protections auditives.

Données utiles $d_1 = 20$ m ; $d_2 = 1{,}0$ m ; bruit ambiant : 80 dB ; écart nécessaire : 3 dB ; $I_0 = 1 \times 10^{-12}\ \mathrm{W \cdot m^{-2}}$; seuil de danger : 90 dB (figure 5)

Niveau nécessaire à 20 m. Pour être entendu du joueur le plus éloigné, le sifflet doit y produire au moins $L_1 = 80 + 3 = 83$ dB.

Intensité sonore à 20 m. $L_1 = 10 \log\left(\dfrac{I_1}{I_0}\right)$ donne $I_1 = I_0 \times 10^{L_1/10}$:

$$I_1 = 1 \times 10^{-12} \times 10^{8{,}3} = 2{,}0 \times 10^{-4}\ \mathrm{W \cdot m^{-2}}$$

Intensité sonore à 1,0 m. La puissance P du sifflet est la même aux deux distances : $P = 4\pi\, d_1^2\, I_1 = 4\pi\, d_2^2\, I_2$, donc

$$I_2 = I_1 \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 2{,}0 \times 10^{-4} \times \left(\frac{20}{1{,}0}\right)^2 = 8{,}0 \times 10^{-2}\ \mathrm{W \cdot m^{-2}}$$

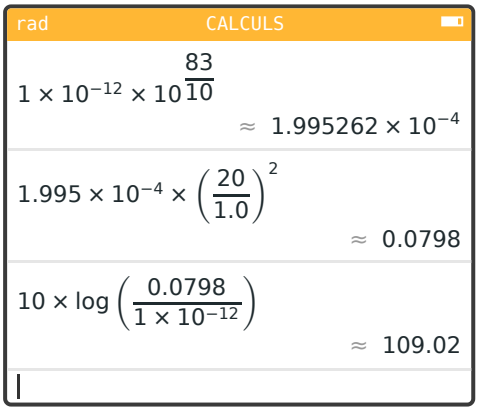
Niveau sonore à 1,0 m.

$$L_2 = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{8{,}0 \times 10^{-2}}{1 \times 10^{-12}}\right) = 109\ \mathrm{dB}$$

Ce niveau dépasse le seuil de danger de 90 dB.

$L_2 \approx 109\ \mathrm{dB} > 90\ \mathrm{dB}$: le joueur remplaçant devrait porter des protections auditives.

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Raisonner sur les niveaux comme sur des intensités : les décibels ne sont pas proportionnels à $1/d^2$. On passe par I, puis on revient au niveau.

COMPRENDRE
83 dB à 20 m est le minimum pour être entendu : un coup de sifflet plus fort aggrave le risque. Distance divisée par 20, intensité multipliée par 400, soit $+26$ dB.

MÉTHODE
Question ouverte : annoncer la démarche en étapes (niveau voulu, intensité, changement de distance, niveau obtenu, comparaison au seuil). Une démarche claire rapporte des points même inachevée.

Un champignon parfumé

Bac 2024 Métropole Jour 2 · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 42 min**

Q1 Nommer la famille fonctionnelle à laquelle appartient l'acide cinnamique. Justifier.

Données utiles nom systématique : acide 3-phénylprop-2-énoïque

Le nom systématique est de la forme « acide …oïque » : cette terminaison désigne une molécule qui porte le groupe carboxyle $-\mathrm{COOH}$.

L'acide cinnamique appartient à la famille des **acides carboxyliques**.

MÉTHODE
Lire la famille dans le nom : « acide …oïque » pour un acide carboxylique, « …oate de …yle » pour un ester, « …one » pour une cétone, « …ol » pour un alcool.

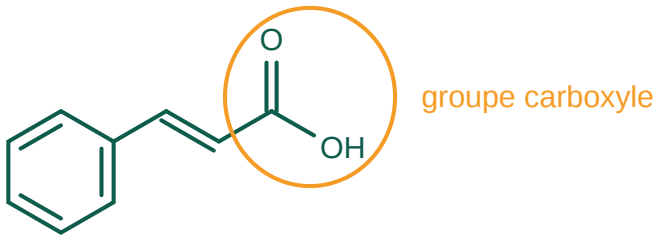
Q2 En déduire, parmi les composés A, B et C, celui qui correspond à l'acide cinnamique. Justifier.

Un acide carboxylique possède le groupe carboxyle : un carbone doublement lié à un oxygène et lié à un groupe $-\mathrm{OH}$.

- A porte ce groupe $-\mathrm{COOH}$ en bout de chaîne.
- B porte un groupe carbonyle $\mathrm{C{=}O}$ entre deux carbones : c'est une cétone.
- C porte le groupe $-\mathrm{COO-C}$: c'est un ester.

L'acide cinnamique est le composé **A**.

PIÈGE
Citer A sans écarter B et C. La question demande de justifier : il faut nommer le groupe caractéristique de chaque composé.



Q2 · Composé A : le groupe carboxyle est entouré

Q3 Parmi les catégories oxydoréduction, acide-base, addition, élimination, substitution, identifier celle à laquelle appartient la transformation.

Dans le chlorure de cinnamoyle, l'atome de chlore $-\mathrm{Cl}$ lié au carbone du groupe $\mathrm{C{=}O}$ est remplacé par le groupe $-\mathrm{O-CH_3}$; le reste de la molécule est inchangé. Il y a deux réactifs et deux produits.

La transformation est une **substitution**.

MÉTHODE
Addition : deux réactifs, un seul produit, une liaison multiple disparaît. Élimination : un réactif, deux produits, une liaison multiple apparaît. Substitution : un atome ou un groupe en remplace un autre.

Q4 Indiquer, en les justifiant, les consignes de sécurité à prendre lors de la mise en œuvre du protocole.

Données utiles pictogrammes du dichlorométhane : nocif ou irritant ; danger pour la santé

Le dichlorométhane est nocif ou irritant et dangereux pour la santé. De plus, la synthèse libère du chlorure d'hydrogène, et le mélange est chauffé.

- Blouse fermée, lunettes et gants : pas de contact avec la peau ni avec les yeux.
- Travail sous hotte : ne pas respirer les vapeurs de solvant ni le gaz dégagé.

Blouse, lunettes, gants et manipulation sous hotte.

PIÈGE
Donner une liste d'équipements sans justification. Chaque consigne doit être reliée à un danger lu dans le tableau ou dans le protocole.

Q5 Justifier l'utilisation du dichlorométhane comme solvant lors de l'étape 1 de la synthèse.

Données utiles tableau des solubilités du chlorure de cinnamoyle et du méthanol dans les trois solvants

Pour réagir, les deux réactifs doivent se rencontrer : il faut qu'ils soient dissous dans le même solvant.

- Eau : le chlorure de cinnamoyle y est peu soluble.
- Éther de pétrole : le méthanol y est insoluble.
- Dichlorométhane : le chlorure de cinnamoyle et le méthanol y sont tous deux solubles.

Le dichlorométhane est le seul des trois solvants qui dissout **les deux réactifs**.

COMPRENDRE
Le choix ne peut pas se faire sur la sécurité : l'éther de pétrole porte les mêmes pictogrammes que le dichlorométhane. C'est la solubilité qui départage.

Q6 Écrire l'équation de la réaction entre les ions H_3O^+ et les ions hydrogénocarbonate HCO_3^-. Justifier l'observation d'une effervescence.

Données utiles couples $CO_2\,(aq)$ / $HCO_3^-\,(aq)$ et $H_3O^+\,(aq)$ / $H_2O\,(l)$

L'acide H_3O^+ cède un ion H^+ à la base HCO_3^- :

$$H_3O^+ = H_2O + H^+$$

$$HCO_3^- + H^+ = CO_2 + H_2O$$

La réaction forme du dioxyde de carbone, peu soluble dans l'eau : il s'échappe de la solution sous forme de bulles de gaz, d'où l'effervescence.

$$H_3O^+\,(aq) + HCO_3^-\,(aq) \longrightarrow CO_2\,(aq) + 2\,H_2O\,(l)$$

PIÈGE
Prendre HCO_3^- pour un acide et former CO_3^{2-}. Le couple donné est CO_2 / HCO_3^- : l'ion hydrogénocarbonate y est la base.

Q7 Déterminer le volume minimal de solution d'hydrogénocarbonate de sodium nécessaire à la disparition complète des ions H_3O^+ produits par le chlorure d'hydrogène, la synthèse étant supposée totale.

Données utiles $m_1 = 8{,}3$ g de chlorure de cinnamoyle, $M_1 = 166{,}6\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $V_2 = 4{,}0$ mL de méthanol, $M_2 = 32{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$, $\rho = 0{,}792\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$; $C = 0{,}50\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

Réactif limitant de la synthèse.

Chlorure de cinnamoyle : $n_1 = \dfrac{m_1}{M_1} = \dfrac{8{,}3}{166{,}6} = 5{,}0 \times 10^{-2}\ \text{mol}$

Méthanol : $n_2 = \dfrac{\rho\, V_2}{M_2} = \dfrac{0{,}792 \times 4{,}0}{32{,}0} = 9{,}9 \times 10^{-2}\ \text{mol}$

Les nombres stœchiométriques valent tous 1 et $n_1 < n_2$: le chlorure de cinnamoyle est le réactif limitant.

Quantité d'ions H_3O^+ à éliminer.

La synthèse est totale : $n(\text{HCl})_{\text{formé}} = n_1$. Chaque molécule de HCl donne un ion H_3O^+ en réagissant avec l'eau : $n(H_3O^+) = n_1$.

Volume minimal.

D'après l'équation de Q6, un ion HCO_3^- consomme un ion H_3O^+. Il faut donc au minimum $n(HCO_3^-) = C\,V_{\text{min}} = n_1$, soit

$$V_{\text{min}} = \frac{n_1}{C} = \frac{m_1}{M_1\,C} = \frac{8{,}3}{166{,}6 \times 0{,}50} = 0{,}10\ \text{L}$$

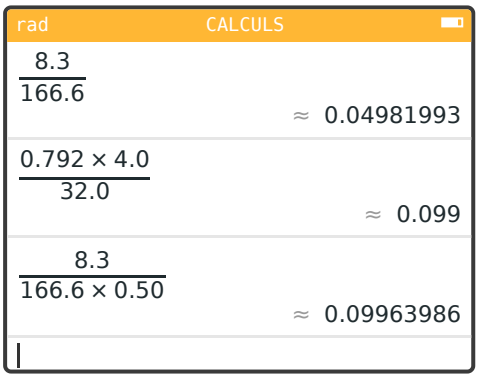
$V_{\text{min}} = 0{,}10$ L, soit $1{,}0 \times 10^2$ mL

PIÈGE
Calculer la quantité de HCl à partir du méthanol, qui est en excès : on trouverait un volume deux fois trop grand.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme m_1, V_2 et C, les données les moins précises. La masse volumique en $\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$ s'accorde avec le volume en mL : aucune conversion.

MÉTHODE
Question ouverte : annoncer le plan avant de calculer. Ici : réactif limitant, quantité de HCl formé, quantité de H_3O^+, puis volume à l'aide de l'équation de Q6.

À LA CALCULATRICE



Q8 La masse de produit solide obtenu vaut $m = 6{,}2$ g. Estimer le rendement de la synthèse en supposant le produit pur. Commenter.

Données utiles $M_3 = 162{,}2\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ (cinnamate de méthyle) ; $n_1 = \dfrac{m_1}{M_1}$, réactif limitant (Q7)

Le rendement est le rapport de la quantité de produit obtenue à la quantité maximale attendue : $\eta = \dfrac{n_{\text{exp}}}{n_{\text{max}}}$.

Le chlorure de cinnamoyle est limitant et une mole en donne une de cinnamate de méthyle : $n_{\text{max}} = n_1 = \dfrac{m_1}{M_1}$.

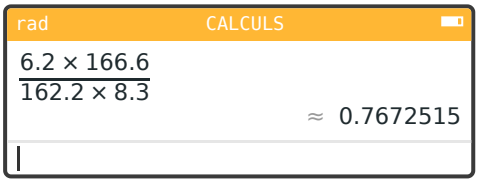
Quantité obtenue : $n_{\text{exp}} = \dfrac{m}{M_3}$.

$$\eta = \frac{m\,M_1}{M_3\,m_1} = \frac{6{,}2 \times 166{,}6}{162{,}2 \times 8{,}3} = 0{,}77$$

Ce rendement est nettement supérieur aux 40 % obtenus à partir de l'acide cinnamique : le passage par le chlorure de cinnamoyle est justifié. Il reste inférieur à 100 % alors que la transformation est totale : du produit est perdu lors du lavage, du séchage et de la filtration.

$\eta = 0{,}77$, soit environ 77 %

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Utiliser n_1 arrondi à $5{,}0 \times 10^{-2}$ mol donne 76 %. Garder la valeur non arrondie en mémoire, ou calculer en une seule fois depuis les données.

COMPRENDRE
« Commenter » attend une comparaison chiffrée avec une valeur du sujet, ici les 40 % de l'autre synthèse, et une cause possible de l'écart avec 100 %.

Batterie Lithium - Soufre

Bac 2024 Métropole Jour 2 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Justifier que le lithium se comporte comme un réducteur dans la transformation entre le lithium et l'eau.

Un réducteur est une espèce capable de céder un ou plusieurs électrons.

Au cours de la transformation, l'atome de lithium devient l'ion $\mathrm{Li^+}$: il perd un électron.

$$\mathrm{Li\,(s) = Li^+\,(aq) + e^-}$$

Le lithium cède un électron (il est oxydé) : il se comporte comme un **réducteur**.

COMPRENDRE
Avec $Z = 3$, la configuration du lithium est $1s^2\,2s^1$: il perd facilement son unique électron de valence, ce qui en fait un réducteur puissant.

Q2 Déterminer le volume de dihydrogène formé, à 20 °C et à pression atmosphérique, si $0{,}5$ g de lithium réagit totalement avec l'eau. Justifier l'utilisation d'un électrolyte organique anhydre.

Données utiles $m = 0{,}5$ g ; $M(\mathrm{Li}) = 6{,}9\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}}$; $V_m = 24{,}4\ \mathrm{L\cdot mol^{-1}}$

La transformation est totale et l'eau est en excès : le lithium est le réactif limitant. D'après l'équation, 2 mol de lithium donnent 1 mol de dihydrogène :

$$n(\mathrm{H_2}) = \frac{n(\mathrm{Li})}{2} = \frac{m}{2\,M(\mathrm{Li})}$$

$$V(\mathrm{H_2}) = n(\mathrm{H_2}) \times V_m = \frac{m \times V_m}{2\,M(\mathrm{Li})} = \frac{0{,}5 \times 24{,}4}{2 \times 6{,}9} = 0{,}9\ \mathrm{L}$$

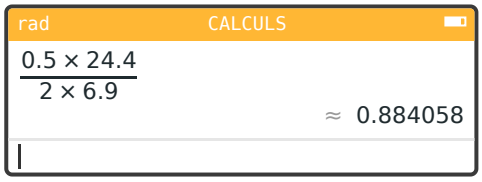
Au contact de l'eau, le lithium de la batterie serait consommé en dégageant de la chaleur et près d'un litre de gaz inflammable : la batterie gonflerait et pourrait prendre feu ou exploser. L'électrolyte doit donc être sans eau (anhydre).

$V(\mathrm{H_2}) = 0{,}9$ L ; l'électrolyte anhydre évite la réaction dangereuse du lithium avec l'eau.

PIÈGE
Oublier le coefficient 2 devant Li dans l'équation : on trouverait $1{,}8$ L, le double de la bonne valeur.

COMPRENDRE
Un seul chiffre significatif, comme la donnée la moins précise ($m = 0{,}5$ g). Écrire $0{,}88$ L afficherait une précision que la masse ne permet pas.

À LA CALCULATRICE



Q3 Écrire les demi-équations modélisant les réactions électrochimiques à chaque électrode, en tenant compte de la polarité de la pile.

Données utiles couples $\mathrm{Li^+}$ / Li et S / $\mathrm{S^{2-}}$; pôle $-$: électrode de lithium ; pôle $+$: électrode de soufre

Au pôle $-$, les électrons quittent l'électrode vers le circuit : le lithium est oxydé.

$$\mathrm{Li\,(s) \longrightarrow Li^+ + e^-}$$

Au pôle $+$, les électrons arrivent du circuit : le soufre est réduit.

$$\mathrm{S\,(s) + 2\,e^- \longrightarrow S^{2-}}$$

Électrode de lithium (pôle $-$) : $\mathrm{Li\,(s) \longrightarrow Li^+ + e^-}$; électrode de soufre (pôle $+$) : $\mathrm{S\,(s) + 2\,e^- \longrightarrow S^{2-}}$

MÉTHODE
Dans une pile, le pôle $-$ fournit les électrons : il est le siège de l'oxydation (anode). Le pôle $+$ les reçoit : réduction (cathode). La polarité donnée suffit pour orienter chaque demi-équation.

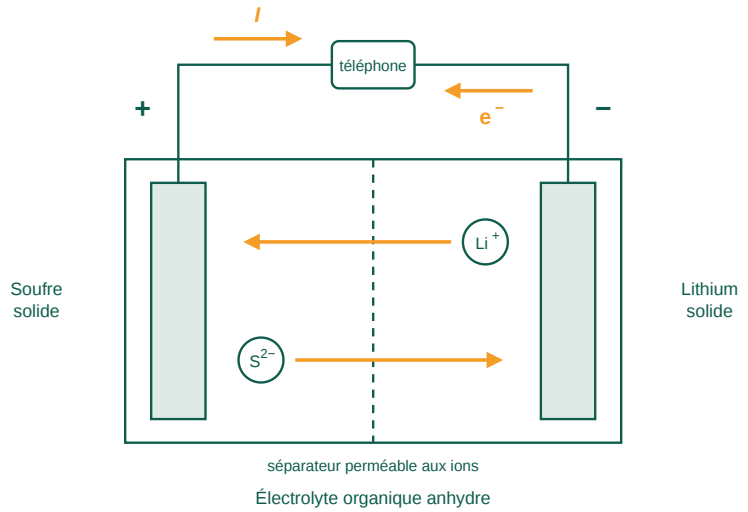
Q4 Sur le schéma de l'annexe, indiquer le sens du courant électrique, le sens de déplacement des électrons dans les fils et le sens de déplacement des ions formés dans l'électrolyte.

- À l'extérieur de la pile, le courant I circule du pôle $+$ (soufre) vers le pôle $-$ (lithium), en traversant le téléphone.
- Les électrons circulent en sens inverse dans les fils : de l'électrode de lithium vers l'électrode de soufre.
- Les ions $\mathrm{Li^+}$, formés à l'électrode de lithium, migrent vers l'électrode de soufre ; les ions $\mathrm{S^{2-}}$, formés à l'électrode de soufre, migrent vers l'électrode de lithium.

Voir l'annexe complétée : I du $+$ vers le $-$ dans les fils, électrons du $-$ vers le $+$, $\mathrm{Li^+}$ vers le soufre, $\mathrm{S^{2-}}$ vers le lithium.

PIÈGE
Faire circuler des électrons dans l'électrolyte. Les électrons ne se déplacent que dans les fils et les électrodes ; dans l'électrolyte, le courant est assuré par les ions.

COMPRENDRE
Les cations se déplacent dans le sens du courant, les anions en sens inverse. Dans la pile, le courant va du lithium vers le soufre : la boucle est ainsi fermée.



Q4 · Figure 1 de l'annexe complétée (en orange : ce que l'élève trace)

Q5 Écrire l'équation de fonctionnement de la pile en tenant compte de la formation d'un précipité dans la pile.

Il faut autant d'électrons cédés que d'électrons captés : la demi-équation du lithium est multipliée par 2.

$$2\,\mathrm{Li\,(s)} + \mathrm{S\,(s)} \longrightarrow 2\,\mathrm{Li^+} + \mathrm{S^{2-}}$$

Les ions $\mathrm{Li^+}$ et $\mathrm{S^{2-}}$ s'associent ensuite en un solide, le sulfure de lithium $\mathrm{Li_2S}$, électriquement neutre (deux charges $+$ pour deux charges $-$).

$$2\,\mathrm{Li\,(s)} + \mathrm{S\,(s)} \longrightarrow \mathrm{Li_2S\,(s)}$$

PIÈGE
Écrire LiS pour le précipité. L'ion sulfure porte deux charges négatives : il faut deux ions $\mathrm{Li^+}$ pour assurer la neutralité.

Q6 Déterminer la durée d'utilisation de la batterie lithium-ion lorsqu'elle alimente la lampe torche.

Données utiles $Q = 3\,500$ mAh ; $I = 0{,}55$ A

$Q = I \times \Delta t$ donc $\Delta t = \dfrac{Q}{I}$, avec $Q = 3\,500\ \mathrm{mAh} = 3{,}500\ \mathrm{A \cdot h}$.

$$\Delta t = \frac{3{,}500}{0{,}55} = 6{,}4\ \mathrm{h}$$

$\Delta t = 6{,}4$ h, soit environ 6 h 20 min.

PIÈGE
Diviser 3 500 par 0,55 sans convertir les mAh en A·h : on obtiendrait une durée mille fois trop grande.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{3.500}{0.55} \approx 6.363636$

MÉTHODE

Avec Q en ampères-heures et I en ampères, la durée sort directement en heures. En unités SI : $Q = 3\,500 \times 3{,}6 = 1{,}26 \times 10^4$ C et $\Delta t = 2{,}3 \times 10^4$ s.

Q7 Vérifier qu'une batterie lithium-ion neuve contient environ 12 g de matière active. En déduire la durée d'utilisation ramenée à un gramme de matière active.

Données utiles $Q = 3\,500$ mAh ; $Q_{\text{massique}} = 300\ \text{mAh} \cdot \text{g}^{-1}$; $\Delta t = 6{,}364$ h (Q6, valeur non arrondie)

La capacité massique est la capacité par gramme de matière active :

$Q_{\text{massique}} = \dfrac{Q}{m_{\text{active}}}$, donc

$$m_{\text{active}} = \frac{Q}{Q_{\text{massique}}} = \frac{3\,500}{300} = 11{,}7\ \text{g} \approx 12\ \text{g}$$

Durée d'utilisation par gramme de matière active :

$$\frac{\Delta t}{m_{\text{active}}} = \frac{6{,}364}{11{,}67} = 0{,}55\ \text{h} \cdot \text{g}^{-1}$$

$m_{\text{active}} = 11{,}7\ \text{g} \approx 12\ \text{g}$; durée par gramme : $0{,}55$ h, soit environ 33 min.

COMPRENDRE

Vérification directe : un gramme de matière active stocke 300 mAh, soit $0{,}300\ \text{A} \cdot \text{h}$, d'où $0{,}300 \div 0{,}55 = 0{,}55$ h. On garde les valeurs non arrondies dans les calculs intermédiaires.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{3500}{300} \approx 11.66667$

$\frac{6.364}{11.67} \approx 0.5453299$

$\frac{0.300}{0.55} \approx 0.5454545$

Q8 Déterminer la capacité massique par gramme de soufre actif de la batterie lithium-soufre, en $\text{mAh} \cdot \text{g}^{-1}$. En déduire sa durée d'utilisation par gramme de soufre actif pour $I = 0{,}55$ A. Commenter.

Données utiles $M(\text{S}) = 32{,}1\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $F = 96\,500\ \text{C} \cdot \text{mol}^{-1}$; $1\ \text{mAh} = 3{,}6\ \text{C}$; $I = 0{,}55$ A ; $0{,}55$ h par gramme pour le lithium-ion (Q7)

On raisonne sur une masse $m = 1{,}00$ g de soufre, le lithium étant en excès.

D'après $\text{S}\,(\text{s}) + 2\,\text{e}^- \longrightarrow \text{S}^{2-}$, chaque mole de soufre consommée fait circuler 2 moles d'électrons : $n(\text{e}^-) = 2\,n(\text{S}) = \dfrac{2\,m}{M(\text{S})}$.

Capacité correspondante : $Q = n(\text{e}^-) \times F$

$$Q = \frac{2\,m}{M(\text{S})} \times F = \frac{2 \times 1{,}00}{32{,}1} \times 96\,500 = 6{,}01 \times 10^3\ \text{C}$$

En milliampères-heures : $Q = \dfrac{6{,}01 \times 10^3}{3{,}6} = 1{,}67 \times 10^3$ mAh pour un gramme, soit $Q_{\text{massique}}(\text{S}) = 1{,}67 \times 10^3\ \text{mAh} \cdot \text{g}^{-1}$.

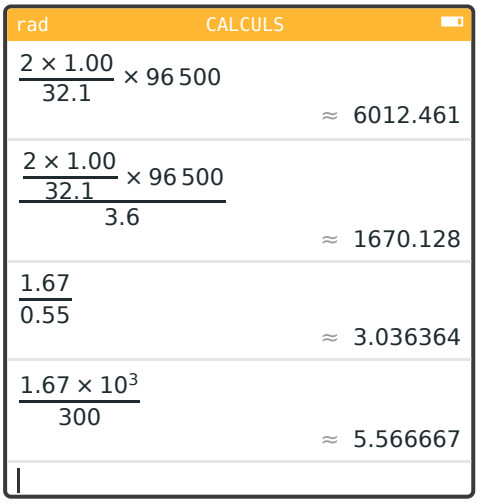
Durée d'utilisation par gramme de soufre, avec $Q = 1{,}67\ \text{A} \cdot \text{h}$:

$$\Delta t = \frac{Q}{I} = \frac{1{,}67}{0{,}55} = 3{,}0\ \text{h}$$

Commentaire : le rapport des capacités massiques vaut $\dfrac{1{,}67 \times 10^3}{300} \approx 5{,}6$. À masse de matière active égale, la batterie lithium-soufre fonctionnerait environ 5 à 6 fois plus longtemps que la batterie lithium-ion : elle est plus légère pour une même autonomie. Ce résultat est théorique : il ne compte que la masse de soufre, pas celle du lithium, et la durée de vie de ces batteries reste trop faible.

$Q_{\text{massique}}(\text{S}) = 1{,}67 \times 10^3\ \text{mAh} \cdot \text{g}^{-1}$; $\Delta t = 3{,}0$ h par gramme de soufre, soit 5 à 6 fois plus que le lithium-ion.

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Oublier le facteur 2 : un atome de soufre capte deux électrons. Sans lui, la capacité massique serait divisée par deux ($835\ \text{mAh} \cdot \text{g}^{-1}$).

COMPRENDRE
En comptant aussi le lithium consommé ($0{,}43$ g par gramme de soufre), la capacité massique tombe à environ $1{,}2 \times 10^3\ \text{mAh} \cdot \text{g}^{-1}$: encore 4 fois celle du lithium-ion.

MÉTHODE
Capacité d'une pile : 1) quantité de réactif limitant ; 2) quantité d'électrons échangés grâce à la demi-équation ; 3) $Q = n(\text{e}^-) \times F$; 4) conversion des coulombs en mAh.