EXERCICE 1 Autour du basket-ball (11 points)

Le basket-ball est le deuxième sport collectif pratiqué en France, et le premier dans les catégories féminines (source : *SIMM-Consojunior2011*). Il figure parmi les sports olympiques lors des Jeux Olympiquesde Paris 2024.

Dans cet exercice on étudie trois aspects fondamentaux de ce sport :l'optimisation de la trajectoire d'un tir, le rebond du ballon lors des dribbles ainsi que la problématique des risques auditifs liés aux coupsde sifflet des arbitres.



Wikimedia commons

Données :

- masse du ballon : m = 600 g ;
- rayon du ballon : R_b = 12 cm ;
- valeur du champ de pesanteur supposé uniforme : g = 9,8 m·s^{-2};
- rayon de l'arceau du panier : Ra = 22,5 cm ;
- hauteur de l'arceau du panier, par rapport au sol : H_a = 3,05 m.

1. Étude d'une trajectoire idéale

Il est légitime pour un joueur de basket-ball de se demander comment obtenir la trajectoire la plus efficacepour marquer un panier. Un site internet spécialisé dans le basket-ball donne le conseil suivant :

« privilégier un angle de tir entre 47° et 55° par rapport à l'horizontale. On préconise les tirs en cloche de façon à avoir une exploitation maximale de la surface du panier »
(source : *BasketSession.com*)

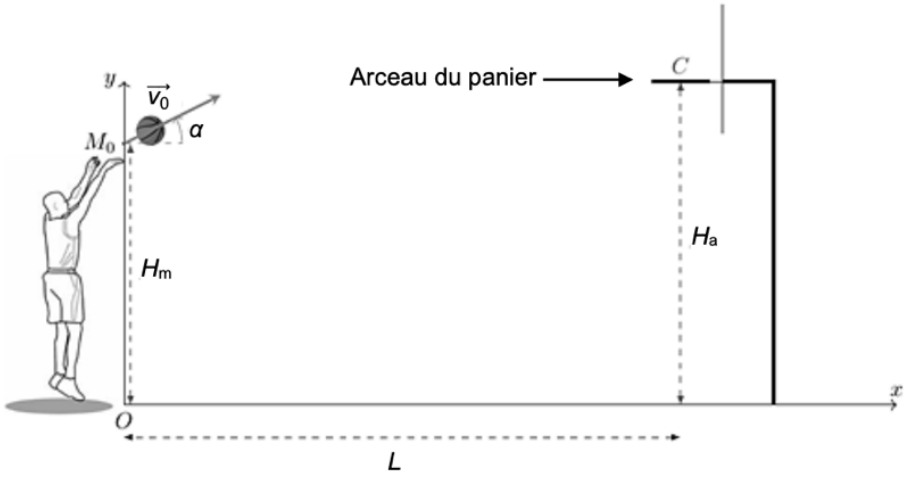


Figure 1. Schéma du lancer-franc considéré juste après que le ballon a quitté la main.

Première modélisation

Dans un premier temps, on s'intéresse au mouvement du centre de masse M d'un ballon lorsqu'un joueur réalise un lancer-franc. On réalise l'étude dans le référentiel terrestre supposé galiléen et on considère qu'une fois lancé, le ballon n'est soumis qu'à son propre poids. On néglige donc toute force de frottement de l'air surle ballon.

Quand le ballon quitte la main du joueur, son centre de masse M est situé à une hauteur H_m = 2,30 m par rapport au sol et à une distance horizontale L = 4,6 m du centre C de l'arceau du panier (figure 1).
On étudie le mouvement dans le repère cartésien indiqué sur la figure 1 : le plan (Oxy) est un plan vertical contenant la main du basketteur au moment où il lâche le ballon et le centre C de l'arceau.

L'instant initial est l'instant où le ballon quitte la main, avec un vecteur vitesse initial $\overrightarrow{v_0}$ qui forme un angle α avec l'axe horizontal. L'angle α est supposé différent de 90°.

Q1. Montrer que dans le plan (O*xy*), les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}(t)$ du centre de masse M du ballon peuvent s'écrire :

$$\vec{a}(t)\begin{pmatrix} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{pmatrix}$$

Q2. Exprimer les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ du point M à chaque instant, notées :

$$\vec{v}(t)\begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{pmatrix}$$

Q3. Exprimer les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$ au cours du temps, notées :

$$\overrightarrow{OM}(t)\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

Q4. Montrer que l'équation de la trajectoire du centre de masse M du ballon peut s'écrire :

$$y(x) = -\frac{g}{2.v_0^2.\cos^2(\alpha)}.x^2 + x.\tan(\alpha) + H_m$$

Un tir est considéré comme parfait lorsque le centre de masse M du ballon passe par le centre C de l'arceaudu panier, le ballon ne touchant pas le bord de l'arceau.

Q5. Montrer que pour un angle initial α et pour une distance L donnés, il existe une vitesse initiale v_{0c} pourlaquelle la trajectoire du centre de masse du ballon passe par le centre du panier, dont l'expression est :

$$v_{0c} = \sqrt{\frac{g.L^2}{2.\cos^2(\alpha).(L.\tan(\alpha) + H_m - H_a)}}$$

Q6. Lors d'un lancer-franc, on montre (démonstration non demandée) qu'un tir avec un angle initial de 49,5°permet d'obtenir la vitesse initiale v_{0c} la plus faible possible. Calculer cette vitesse.

On souhaite comparer cette vitesse à celle qu'un joueur situé à une distance L = 2 m du panier doit communiquer au ballon. On trace sur les figures 2-a et 2-b la vitesse initiale à donner au ballon pour qu'il passe par le centre C de l'arceau du panier en fonction de l'angle initial α, pour la distance L = 2 m.

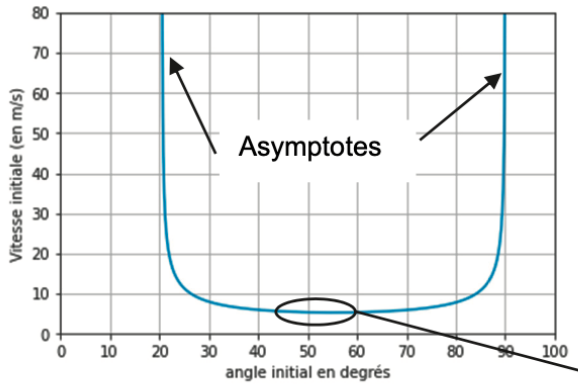


Figure 2-a. Vitesse initiale à donner au ballon à une distance L = 2 m pour qu'il atteigne le centre C de l'arceau en fonction de l'angle initial

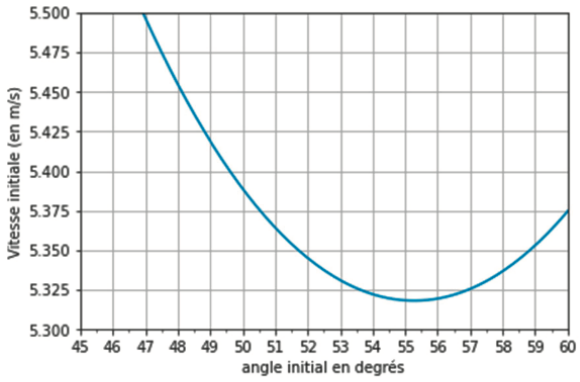


Figure 2-b. Agrandissement de la zone entourée de la figure 2-a

Q7. Déterminer graphiquement l'angle initial à choisir pour communiquer au ballon la vitesse initiale minimale lui permettant de passer par le centre C de l'arceau, si le joueur est placé à la distance L = 2 m. Comparer lesvaleurs de l'angle et de la vitesse ainsi trouvées à celles obtenues pour un lancer-franc. Commenter.

Q8. On distingue sur la figure 2-a deux asymptotes verticales. Expliquer pourquoi lorsque l'angle de tir initial se rapproche de 90°, la courbe de la vitesse en fonction de l'angle initial tend vers une asymptote.

Deuxième modélisation

Jusqu'à présent, la vitesse à communiquer au ballon a été déterminée à partir d'une seule condition : le centrede masse M du ballon doit passer par le centre C de l'arceau. Il apparaît nécessaire de prendre en compte deux conditions supplémentaires :

- condition 1 : un ballon qui ne passe pas par le dessus du panier n'est pas valide ;
- condition 2 : un ballon qui rebondit sur le bord du panier avant d'en atteindre le centre ne donne pas un tir parfait.

On souhaite s'appuyer sur un programme rédigé en langage Python pour déterminer les trajectoires qui vérifient ces deux conditions.

La figure 3 présente un extrait du code qui permet de vérifier que le ballon rentre bien dans l'arceau, dans le bon sens et sans le toucher. Le début du code (non représenté avant la ligne 80) permet de calculer la trajectoire passant par le centre C de l'arceau pour un angle initial donné, selon l'étude réalisée en première partie. Pour une trajectoire donnée, les coordonnées du centre de masse du ballon sont stockées dans lestableaux (aussi appelés listes) x et y. Les valeurs de x sont comprises entre 0 et *L.*

```
80 ######################## Vérifications ########################
81 # Le ballon passe-t-il au dessus ?
82 if ____________:
83     print("Le ballon ne passe pas au dessus de l'arceau !")
84
85 #Le ballon touche-t-il l'arceau avant de rentrer ?
86 def d_bord(x,y):
87     return np.sqrt((L-Ra-x)**2+(Ha-y)**2) #Distance entre le centre du ballon et le bord de l'arceau
88
89 test=False
90 for i in range(Nx):              #Nx est le nombre de points dans la trajectoire
91     if d_bord(x[i],y[i])<Rb:     #Rb rayon du ballon
92         test=True
93 if test:
94     print("Le ballon touche l'arceau")
95 else:
96     print("Le ballon ne touche pas l'arceau")
```

Figure 3. Partie du code qui permet de vérifier que le ballon passe bien dans l'arceau dans le bon sens et sans le toucher

Q9. Parmi les propositions ci-dessous, choisir et recopier sur la copie le code qu'il convient d'écrire pour compléter la ligne 82, afin qu'elle permette de vérifier la condition « le ballon ne passe pas au-dessus de l'arceau ». Les variables du programme, notées Ha et L, représentent respectivement les paramètres *H*a et *L*.

max(x) > L	max(y) < Ha	min(y) > L	max(x) < Ha

Les fonctions max(x)et min(x)renvoient respectivement la plus grande et la plus petite valeur du tableau x.

Q10. Justifier que les lignes 89 à 92 permettent de tester la condition 2.

Q11. L'application des deux nouvelles conditions permet de déterminer que l'angle initial minimal pour réaliser un tir parfait au lancer-franc est voisin de 45°. Commenter cette valeur au regard des conseils fournis par le site internet cité en début d'exercice.

2. Étude du dribble et du rebond du ballon

Au basket-ball, il est interdit de se déplacer en portant la balle sur plus de trois pas. Il faut donc la faire rebondir sur le sol (c'est le dribble). Il est donc important d'étudier les caractéristiques de ce rebond.

À cette fin, on réalise le protocole suivant :

- un ballon est lâché, sans vitesse initiale, d'une hauteur voisine d'un mètre ;
- il tombe, rebondit sur le sol dur et remonte ;
- le pointage du centre de masse M du ballon est réalisé à l'aide d'une chronophotographie. Ces données permettent d'obtenir les représentations graphiques de l'évolution des énergies cinétique, potentielle de pesanteur et mécanique du ballon au cours du temps (figure 4).

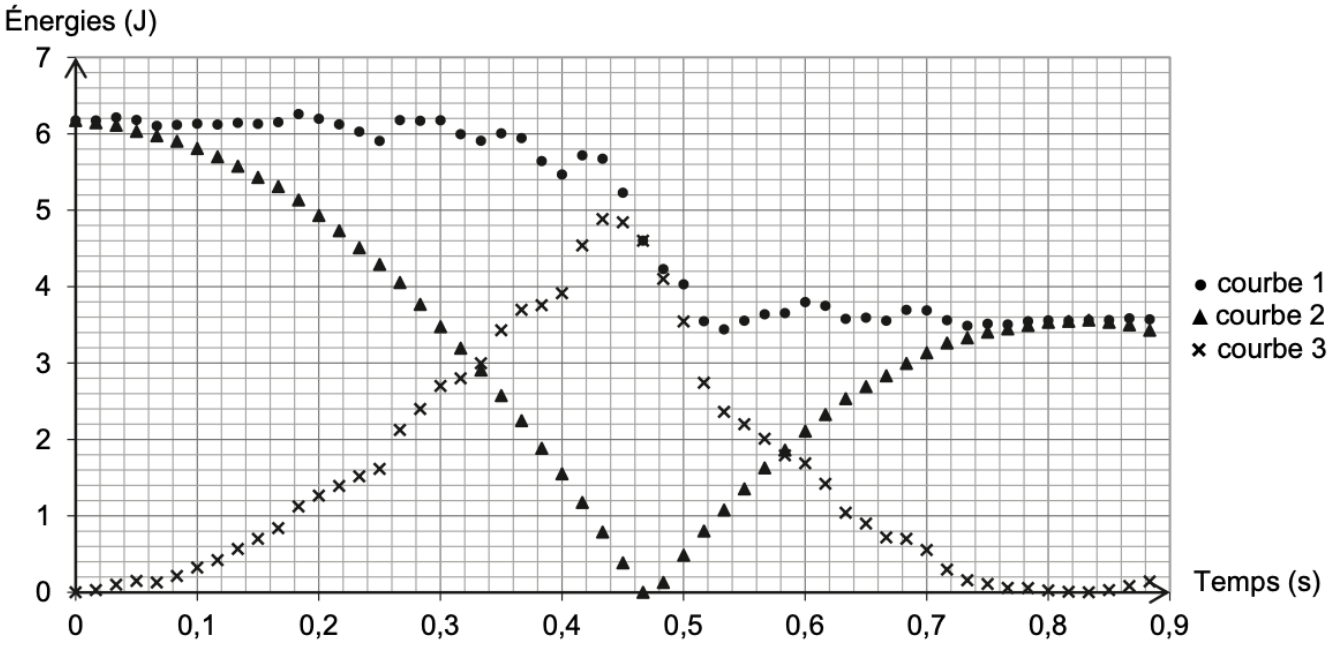


Figure 4. Évolution des énergies au cours du temps

Q12. Parmi les courbes 1, 2 et 3 de la figure 4, identifier celles qui représentent l'évolution de l'énergie cinétique, de l'énergie potentielle de pesanteur et de l'énergie mécanique. Justifier chacune de ces identifications.

Q13. Montrer que l'énergie perdue par le ballon lors du rebond est voisine de 2,5 J.

Q14. Indiquer, en justifiant, s'il est raisonnable dans cette étude de négliger les frottements en dehors du moment où le ballon rebondit.

Q15. Lorsqu'on dribble, on ne lâche pas le ballon mais on le pousse vers le bas assez fort pour qu'il remonte suffisamment haut pour continuer à dribbler. Déterminer la vitesse initiale minimale à communiquer à un ballon lancé d'une hauteur d'un mètre pour qu'il remonte au moins à cette même hauteur.
On admet que la perte énergétique lors du rebond est la même qu'à la question **Q13**.

3. Entendre l'arbitre lors d'un match

Le basket-ball est un sport dans lequel le public peut se manifester bruyamment à n'importe quel moment. Pour autant, l'arbitre, qui signale les fautes grâce à un sifflet, doit pouvoir être entendu par tous les joueurs.
On admet que l'on peut distinguer un son très bref et aigu du bruit ambiant si son niveau sonore est supérieur d'au moins 3 dB à celui du bruit ambiant.

On rappelle que :

- le niveau d'intensité sonore noté L_{son} s'exprime en dB et est lié à l'intensité sonore I au point considéré par :

$$L_{son}=10.log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

où $I_0 = 1 \times 10^{-12}\ W{\cdot}m^{-2}$ est conventionnellement la plus faible intensité sonore détectable par l'oreille humaine et où log désigne le logarithme décimal ;

- si une source sonore ponctuelle de puissance sonore P est placée dans un milieu sans obstacle et nonabsorbant, alors l'intensité sonore à une distance d de la source s'exprime par :

$$I = \frac{P}{4.\pi.d^2}$$

- les sons trop forts constituent un danger pour l'appareil auditif. Lorsque le niveau d'intensité sonore est trop important, il faut porter des protections auditives, comme des bouchons d'oreilles. La figure 5 donne quelques ordres de grandeur de niveaux d'intensité sonore et indique, notamment, le seuil de danger au- delà duquel le son peut entraîner des lésions dans l'oreille.

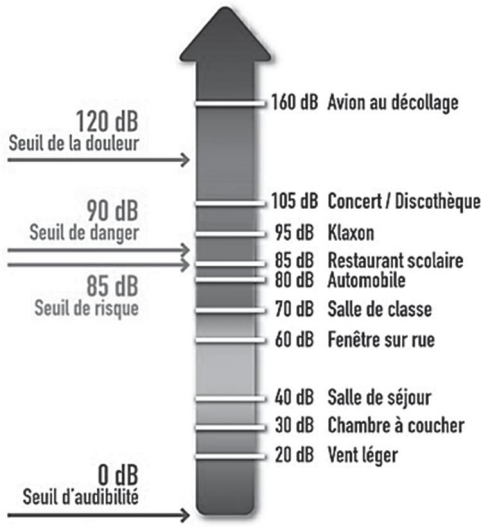


Figure 5. Échelle des niveaux d'intensité sonore perçus par l'oreille (source *mur-silenzo.com*)

Q16. On suppose que l'arbitre siffle au moment où est commise une faute. À cet instant, il est à une distance d_1 = 20 m du joueur le plus éloigné sur le terrain et à une distance d_2 = 1,0 m d'un joueur remplaçant assis sur un banc au bord du terrain. À l'aide d'un calcul, déterminer si le joueur remplaçant doit porter des protectionsauditives, sachant que le bruit ambiant est de l'ordre de 80 dB.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti.La démarche est évaluée et doit être correctement présentée.