La face cachée de la Lune

Bac 2025 Centres étrangers 1 Jour 1 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

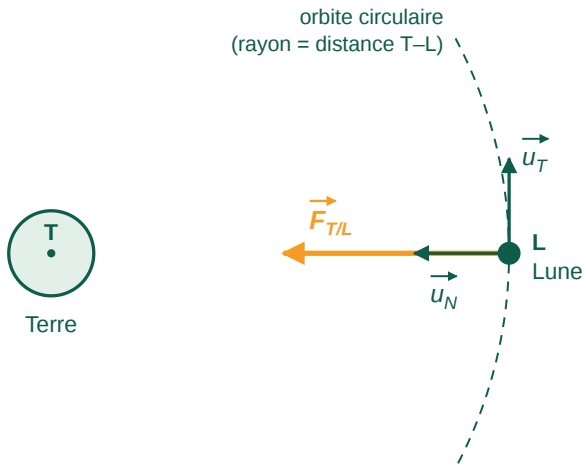
Q.1 Schématiser, sans souci d'échelle, la Terre et la Lune. Placer le repère de Frenet $(\vec{u}_N, \vec{u}_T)$ centré sur la Lune et représenter la force à laquelle la Lune est soumise.

Voir le schéma. Le vecteur $\vec{u}_N$ est porté par la droite (LT) et dirigé vers T ; le vecteur $\vec{u}_T$ est tangent à l'orbite, dans le sens du mouvement.

La Lune subit uniquement la force gravitationnelle $\overrightarrow{F}_{T/L}$ exercée par la Terre.

$\overrightarrow{F}_{T/L}$: appliquée en L, portée par (LT), dirigée vers T, donc de même sens que $\vec{u}_N$.

PIÈGE
Dessiner la force qui part de la Terre, ou la force exercée par la Lune sur la Terre. Le système étudié est la Lune : la flèche part du point L.



Q.1 · La Terre, la Lune, le repère de Frenet centré sur L et la force exercée par la Terre (en orange)

Q.2 Donner, dans le repère de Frenet, l'expression vectorielle de la force à laquelle la Lune est soumise.

$$\overrightarrow{F}_{T/L} = G\,\frac{M_T\,M_L}{d_{T\text{-}L}^2}\,\vec{u}_N$$

COMPRENDRE
La Lune est modélisée par un point : la distance utile est $d_{T\text{-}L}$, de centre à centre, et le rayon R_L n'intervient pas. La force est attractive, donc selon $+\vec{u}_N$.

Q.3 Déduire de la seconde loi de Newton appliquée à la Lune l'expression de la période de révolution : $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{d_{T\text{-}L}^3}{G\,M_T}}$.

Système {Lune}, de masse M_L constante ; référentiel géocentrique supposé galiléen ; seule force : $\vec{F}_{T/L}$.

Deuxième loi de Newton : $\vec{F}_{T/L} = M_L\,\vec{a}$, soit $G\,\dfrac{M_T\,M_L}{d_{T\text{-}L}^2}\,\vec{u}_N = M_L\,\vec{a}$,

donc

$$\vec{a} = \frac{G\,M_T}{d_{T\text{-}L}^2}\,\vec{u}_N + 0\,\vec{u}_T$$

Or, pour un mouvement circulaire de rayon $d_{T\text{-}L}$: $\vec{a} = \dfrac{v^2}{d_{T\text{-}L}}\,\vec{u}_N + \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{u}_T$.

Par identification :

- selon $\vec{u}_T$: $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$, la vitesse v est constante, le mouvement est uniforme ;
- selon $\vec{u}_N$: $\dfrac{v^2}{d_{T\text{-}L}} = \dfrac{G\,M_T}{d_{T\text{-}L}^2}$, d'où $v = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{d_{T\text{-}L}}}$.

Pendant une période T, la Lune parcourt à vitesse constante la circonférence $2\pi\,d_{T\text{-}L}$:

$$T = \frac{2\pi\,d_{T\text{-}L}}{v} = 2\pi\,d_{T\text{-}L}\sqrt{\frac{d_{T\text{-}L}}{G\,M_T}}$$

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{d_{T\text{-}L}^3}{G\,M_T}}$, ce qui est l'expression attendue.

PIÈGE
Écrire $T = 2\pi d_{T\text{-}L}/v$ sans avoir établi que v est constante : cette relation n'est valable que pour un mouvement uniforme.

MÉTHODE
Orbite circulaire : 1) deuxième loi de Newton ; 2) accélération dans le repère de Frenet ; 3) identification, qui donne l'uniformité puis v ; 4) T = circonférence divisée par v.

Q.4 Calculer la période de révolution T de la Lune autour de la Terre. Sachant que la Lune tourne sur elle-même en environ 28 jours, expliquer pourquoi on ne voit qu'une seule face de la Lune.

Données utiles $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}}$; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ; $d_{T\text{-}L} = 384\,400\ \mathrm{km} = 3{,}844 \times 10^8$ m

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(3{,}844 \times 10^8)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}} = 2{,}37 \times 10^6\ \mathrm{s}$$

En jours : $T = \dfrac{2{,}37 \times 10^6}{86\,400} = 27{,}5$ j, soit environ 28 jours.

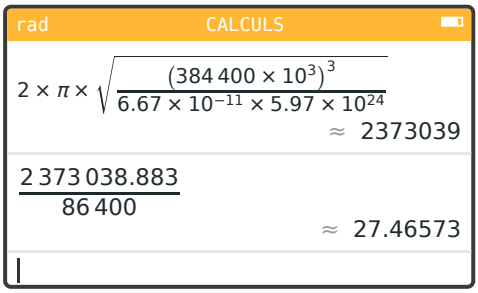
La Lune fait donc un tour sur elle-même pendant qu'elle fait un tour autour de la Terre : les deux périodes sont égales. Elle présente ainsi toujours la même face à la Terre, l'autre face n'est jamais visible depuis la Terre.

$T = 2{,}37 \times 10^6$ s $\approx 27{,}5$ jours : période de révolution égale à la période de rotation propre.

PIÈGE
Laisser $d_{T\text{-}L}$ en kilomètres : avec G en unités SI, la distance doit être en mètres. L'oubli donne une période d'environ 75 s, résultat absurde à repérer.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme G et M_T, données les moins précises. Un jour vaut $24 \times 3600 = 86\,400$ s.

À LA CALCULATRICE



Q.5 Déterminer les longueurs d'onde associées aux signaux de la bande UHF. En déduire le domaine spectral auquel ils appartiennent.

Données utiles fréquences de 300 MHz à 3000 MHz ; $c = 3{,}00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; figure 3

Longueur d'onde dans le vide : $\lambda = \dfrac{c}{f}$.

Pour $f = 300 \text{ MHz} = 300 \times 10^6$ Hz : $\lambda = \dfrac{3{,}00 \times 10^8}{300 \times 10^6} = 1{,}00$ m.

Pour $f = 3000 \text{ MHz} = 3000 \times 10^6$ Hz : $\lambda = \dfrac{3{,}00 \times 10^8}{3000 \times 10^6} = 0{,}100$ m.

D'après la figure 3, les longueurs d'onde comprises entre 1 mm et 1 m sont celles des micro-ondes.

$0{,}100 \text{ m} \leqslant \lambda \leqslant 1{,}00 \text{ m}$: ces signaux appartiennent au domaine des micro-ondes.

PIÈGE
Oublier de convertir les mégahertz en hertz ($1 \text{ MHz} = 10^6$ Hz). La plus grande fréquence correspond à la plus petite longueur d'onde.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{3.00 \times 10^8}{300 \times 10^6} \approx 1$

$\dfrac{3.00 \times 10^8}{3000 \times 10^6} \approx 0.1$

Q.6 Estimer la durée nécessaire pour que l'information émise depuis la station terrienne parvienne à Chang'e 6. Commenter.

Données utiles $d_{T\text{-}Q} = 449\,600$ km ; $d_{Q\text{-}C} = 65\,000$ km ; $c = 3{,}00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Le signal ne peut pas atteindre directement la face cachée : il va de la Terre au satellite relais Queqiao 2, puis du relais à Chang'e 6. Il se propage à la célérité c :

$$\Delta t = \frac{d_{T\text{-}Q} + d_{Q\text{-}C}}{c} = \frac{449\,600 \times 10^3 + 65\,000 \times 10^3}{3{,}00 \times 10^8} = 1{,}72 \text{ s}$$

Ce retard reste faible, mais la communication n'est pas instantanée : entre l'envoi d'un ordre et la réception de la réponse de la sonde, il s'écoule au moins $2\,\Delta t \approx 3{,}4$ s. Un pilotage en temps réel depuis la Terre est donc délicat.

$\Delta t \approx 1{,}72$ s : délai court, mais qui interdit une commande strictement en temps réel.

PIÈGE
Utiliser la distance Terre-Lune : le trajet direct est impossible, la Lune fait écran. Il faut additionner les deux tronçons du relais, convertis en mètres.

COMPRENDRE
« Estimer » : on néglige le rayon de la Terre et la durée de traitement du signal par le satellite relais.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{449\,600 \times 10^3 + 65\,000 \times 10^3}{3.00 \times 10^8} \approx 1.715333$

Q.7 Écrire l'équation de désintégration nucléaire pour passer du radium 226 au radon 222. En déduire le type de radioactivité.

Données utiles $^{226}_{88}\mathrm{Ra}$; $^{222}_{86}\mathrm{Rn}$

On note $^{A}_{Z}\mathrm{X}$ la particule émise : $^{226}_{88}\mathrm{Ra} \longrightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + {}^{A}_{Z}\mathrm{X}$.

Le nombre de nucléons se conserve : $226 = 222 + A$, d'où $A = 4$.

Le nombre de charge se conserve aussi : $88 = 86 + Z$, d'où $Z = 2$.

La particule émise est un noyau d'hélium 4.

$^{226}_{88}\mathrm{Ra} \longrightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$: radioactivité α.

COMPRENDRE
C'est cohérent avec l'énoncé : DORN est un spectromètre alpha, qui compte des noyaux d'hélium. Le radon 222 est lui-même émetteur α.

Q.8 Définir la demi-vie d'un noyau radioactif.

La demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans un échantillon se sont désintégrés.

PIÈGE
Parler de « la moitié de la durée de vie » ou dire qu'au bout de deux demi-vies tout a disparu : il reste alors un quart des noyaux.

Q.9 Tracer l'allure de la courbe de décroissance radioactive $N = f(t)$ du radon 222 pour un échantillon contenant initialement N_0 noyaux. Représenter la demi-vie sur cette courbe.

Données utiles demi-vie du radon 222 : $t_{1/2} = 4$ jours

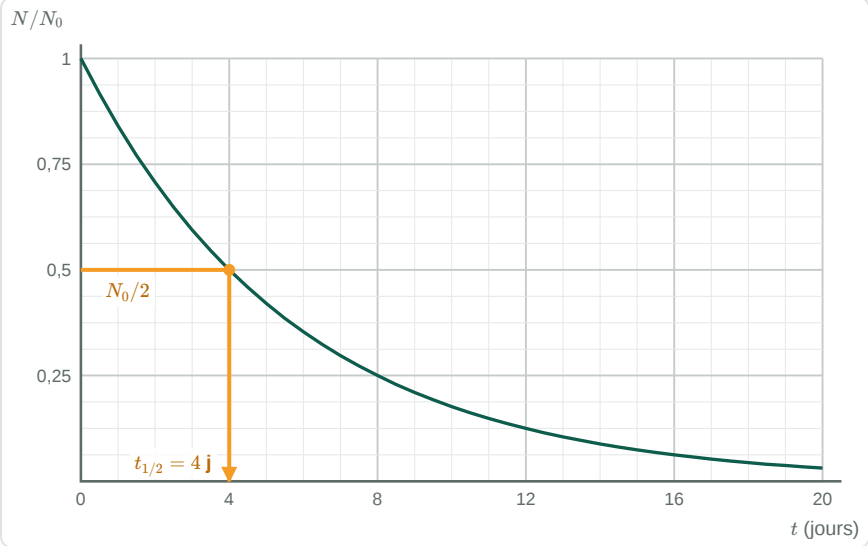
Le nombre de noyaux suit la loi $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$: la courbe part de N_0 à $t = 0$, décroît de moins en moins vite et tend vers 0.

À chaque demi-vie, N est divisé par deux : $N_0/2$ à 4 jours, $N_0/4$ à 8 jours, $N_0/8$ à 12 jours.

Exponentielle décroissante ; $t_{1/2} = 4$ jours est l'abscisse du point d'ordonnée $N_0/2$.

PIÈGE
Tracer une droite, ou une courbe qui coupe l'axe des abscisses. La courbe doit passer par les points $(4\,\mathrm{j}; N_0/2)$ et $(8\,\mathrm{j}; N_0/4)$.

COMPRENDRE
Cette courbe décrit un échantillon isolé. Sur la Lune, l'activité mesurée reste constante car le radium du sous-sol produit sans cesse de nouveaux noyaux de radon.



Q.9 · Décroissance radioactive du radon 222 et lecture de la demi-vie

Q.10 Justifier, à l'aide des demi-vies des différents noyaux, pourquoi le radon 222 est un traceur adapté à l'étude du dégazage lunaire sur une durée d'une semaine.

Données utiles demi-vies : 4,5 milliards d'années (^{238}U) ; 1 600 ans (^{226}Ra) ; 4 jours (^{222}Rn)

La demi-vie du radon 222 (4 jours) est du même ordre de grandeur que la durée de l'étude : une semaine représente presque deux demi-vies. Une grande partie des noyaux de radon arrivés en surface se désintègrent donc pendant la mesure, ce qui donne une activité suffisante pour être détectée, et le radon détecté s'est échappé du sous-sol depuis quelques jours seulement : il renseigne sur le dégazage actuel.

Les demi-vies du radium 226 (1 600 ans) et de l'uranium 238 (4,5 milliards d'années) sont immenses devant une semaine : leur nombre de noyaux ne varie pratiquement pas pendant l'étude. Ils ne permettent pas de suivre un phénomène sur quelques jours, mais ils produisent le radon à un rythme constant.

Seul le radon 222 a une demi-vie (4 j) comparable à la semaine d'étude ; celles du radium et de l'uranium sont beaucoup trop longues.

COMPRENDRE
Radon produit à rythme constant et disparaissant en quelques jours : un équilibre s'installe, ce qui explique l'activité constante mesurée par DORN.