Corrigé complet — Bac 2024 Métropole Jour 1

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Vers le bleu de thymol** Extraction et chromatographie · Schéma de Lewis · Catalyse et équilibre · Rendement d'une synthèse · Couples acide-base et indicateur coloré	9 pts	1 h 35	15 questions	p. 2
Ex 2	**Observation d'un avion en vol** Lunette astronomique afocale · Tracé de rayons lumineux · Grossissement · Pouvoir séparateur de l'œil · Effet Doppler	5 pts	53 min	9 questions	p. 8
Ex 3	**Accéléromètre d'un mobile multifonction** Chute libre verticale · Deuxième loi de Newton · Équations horaires · Énergie mécanique · Force de frottement · Exploitation d'un modèle affine	6 pts	1 h 03	10 questions	p. 12

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Vers le bleu de thymol

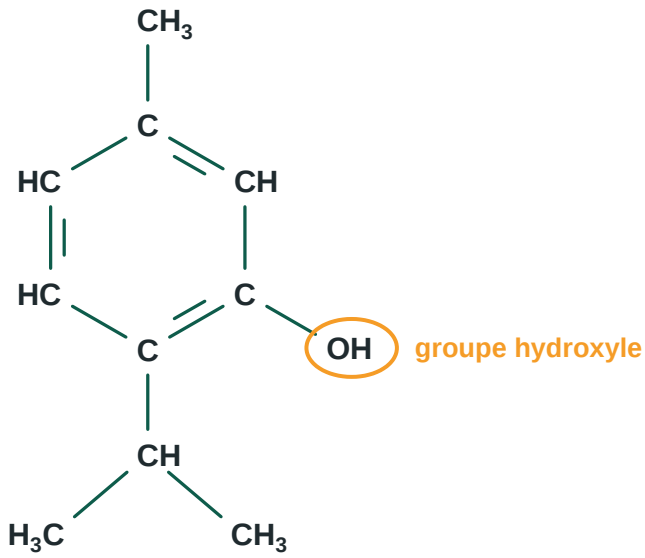
Bac 2024 Métropole Jour 1 · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 35**

Q1 Écrire la formule semi-développée du thymol puis entourer et nommer son groupe caractéristique.

La formule topologique de la figure 1 montre un cycle à six carbones qui porte un groupe $-\mathrm{CH_3}$, un groupe $-\mathrm{OH}$ et un groupe $-\mathrm{CH(CH_3)_2}$. On écrit tous les atomes, sans détailler les liaisons $\mathrm{C-H}$ (voir la formule ci-dessous).

Groupe caractéristique entouré : $-\mathrm{OH}$, groupe **hydroxyle**.

PIÈGE
Oublier les atomes d'hydrogène du cycle : seuls les trois carbones sans substituant en portent un (CH). Les trois autres s'écrivent C. Vérifier que chaque carbone a bien quatre liaisons.



Q1 · Formule semi-développée du thymol, groupe caractéristique entouré

Q2 Représenter le schéma de Lewis de l'ion thymolate, noté $\mathrm{R-O^-}$.

Configuration de l'oxygène : $(1s)^2(2s)^2(2p)^4$, soit 6 électrons de valence. Dans l'ion, l'oxygène a gagné un électron : il possède 7 électrons en propre, répartis en un doublet liant (liaison avec R) et trois doublets non liants.

$\mathrm{R-O^-}$: une liaison simple, trois doublets non liants et une charge négative sur l'oxygène (schéma ci-dessous).

COMPRENDRE
L'oxygène est entouré de quatre doublets : la règle de l'octet est respectée. Il compte en propre $1+6=7$ électrons au lieu de 6, d'où la charge négative.



1 doublet liant
3 doublets non liants, charge −

Q2 · Schéma de Lewis de l'ion thymolate

Q3 Justifier que l'huile essentielle obtenue expérimentalement est un mélange qui contient du thymol.

Le dépôt HEe donne plusieurs taches après élution : l'huile essentielle obtenue contient plusieurs espèces chimiques, c'est un mélange.

L'une de ces taches a migré à la même hauteur que la tache unique du dépôt Tc (thymol du commerce) : elle correspond à la même espèce.

HEe est un mélange (plusieurs taches) qui contient du thymol (une tache au niveau de celle de Tc).

MÉTHODE
Lecture d'une CCM : verticalement, le nombre de taches d'un dépôt renseigne sur le nombre d'espèces ; horizontalement, deux taches à la même hauteur signalent la même espèce.

Q4 Écrire l'équation de la réaction modélisant l'action de l'acide chlorhydrique sur l'ion thymolate $\mathrm{R{-}O^-}$.

L'acide chlorhydrique apporte les ions $\mathrm{H_3O^+}$; l'ion thymolate est la base du couple $\mathrm{R{-}OH}$ / $\mathrm{R{-}O^-}$. Il capte un ion $\mathrm{H^+}$:

$$\mathrm{R{-}O^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq) \longrightarrow R{-}OH\,(aq) + H_2O\,(l)}$$

PIÈGE
Faire figurer HCl ou les ions $\mathrm{Cl^-}$ dans l'équation : en solution, l'acide est $\mathrm{H_3O^+}$ et les ions chlorure sont spectateurs.

Q5 En déduire la nature et la position de la phase dans laquelle se trouve le thymol à l'issue de la décantation.

Données utiles hexane : $d = 0{,}66$, non miscible à l'eau ; solubilité du thymol faible dans l'eau, forte dans les solvants organiques

Après acidification, le thymol est sous sa forme $\mathrm{R{-}OH}$. Il est peu soluble dans l'eau et très soluble dans les solvants organiques : il passe dans l'hexane, c'est-à-dire dans la phase organique.

L'hexane n'est pas miscible à l'eau et sa densité $(0{,}66)$ est inférieure à celle de l'eau $(1{,}00)$: la phase organique surnage.

Le thymol se trouve dans la **phase organique** (hexane), qui est la **phase supérieure**.

COMPRENDRE
Tant que le milieu est basique, le thymol est sous forme d'ion $\mathrm{R{-}O^-}$, soluble dans l'eau : c'est ce qui permet d'éliminer la phase huileuse sans le perdre. L'acidification le rend à nouveau extractible par l'hexane.

Q6 Montrer que la masse de plante de thym à utiliser pour obtenir 1 g de thymol vaut près de 300 g.

Données utiles 100 g de thym donnent au maximum 2 g d'huile essentielle ; l'huile contient 53 % de thymol en masse ; l'extraction en récupère 31 %

Masse de thymol contenue dans l'huile tirée de 100 g de thym : $0{,}53 \times 2 = 1{,}06$ g.

Masse de thymol réellement récupérée après extraction : $0{,}31 \times 1{,}06 = 0{,}33$ g pour 100 g de thym.

La masse de thymol obtenue est proportionnelle à la masse de thym. Pour 1 g de thymol :

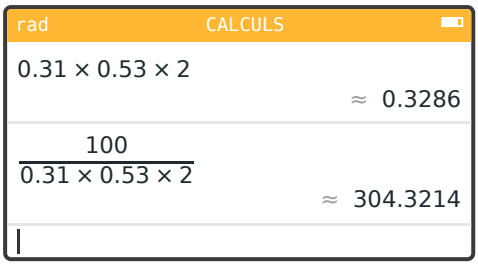
$$m_{\text{thym}} = \frac{100 \times 1}{0{,}31 \times 0{,}53 \times 2} = 304 \text{ g}$$

$m_{\text{thym}} \approx 3 \times 10^2$ g : on retrouve bien près de 300 g.

PIÈGE
N'appliquer qu'un seul des deux pourcentages. Les 53 % donnent le thymol présent dans l'huile, les 31 % la part de ce thymol réellement récupérée : les deux se multiplient.

COMPRENDRE
Les données « 2 g » et « 1 g » n'ont qu'un chiffre significatif : le résultat n'est fiable qu'à la centaine de grammes, d'où le « près de 300 g » de l'énoncé.

À LA CALCULATRICE



Q7 Déterminer si les produits secondaires P2 et P4 de la réaction sont des isomères du thymol.

Deux isomères ont la même formule brute mais des enchaînements d'atomes différents.

Thymol : cycle à 6 C portant $-CH_3$, $-OH$ et $-CH(CH_3)_2$, soit $C_{10}H_{14}O$.

- P2 porte les trois mêmes groupes, placés différemment sur le cycle : formule brute $C_{10}H_{14}O$.
- P4 porte un groupe $-CH(CH_3)_2$ supplémentaire à la place d'un H : formule brute $C_{13}H_{20}O$.

P2 est un isomère du thymol ; P4 n'en est pas un.

MÉTHODE
Pour compter sur une formule topologique : un carbone à chaque sommet et à chaque extrémité de trait, puis les H nécessaires pour que chaque carbone ait quatre liaisons. Contrôle ici : $M(C_{10}H_{14}O) = 150{,}2\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$, valeur du tableau.

Q8 Donner la définition d'un catalyseur et indiquer en quoi son utilisation peut permettre de « réduire la température de la synthèse ».

Un catalyseur est une espèce chimique qui augmente la vitesse d'une transformation sans figurer dans son équation : consommé puis régénéré, il se retrouve intact à la fin.

La température est un facteur cinétique : sans catalyseur, il faut chauffer fortement pour que la synthèse soit assez rapide. Le catalyseur accélérant déjà la réaction, on obtient la même vitesse en chauffant moins.

Avec un catalyseur, une durée de synthèse acceptable est atteinte à température plus basse.

PIÈGE
Écrire que le catalyseur augmente le rendement. Il ne modifie pas l'état final d'un équilibre, seulement la durée nécessaire pour l'atteindre.

Q9 Expliquer l'intérêt d'introduire le propène en excès dans cette synthèse industrielle.

La transformation est limitée : à l'équilibre, il reste du m-crésol. Mettre un réactif en excès déplace l'équilibre dans le sens direct, celui de la formation du thymol.

Le taux d'avancement final augmente : une plus grande part du m-crésol est transformée.

L'excès de propène améliore le rendement de la synthèse en thymol.

COMPRENDRE
Ajouter un réactif diminue le quotient de réaction Q_r, qui devient inférieur à K : le système évolue dans le sens direct. Le propène, gazeux à température ambiante ($\theta_{éb} = -47{,}7\ °C$), s'élimine ensuite facilement.

Q10 Justifier que le thymol et le m-crésol peuvent a priori être séparés lors de la distillation fractionnée. Indiquer l'espèce que l'on récupérerait en premier.

Données utiles températures d'ébullition : m-crésol $203\ °C$; thymol $233\ °C$

Une distillation fractionnée sépare les constituants d'un mélange liquide dont les températures d'ébullition sont suffisamment éloignées. Ici l'écart vaut $233 - 203 = 30\ °C$: la séparation est possible.

L'espèce la plus volatile, celle qui bout à la température la plus basse, arrive la première en tête de colonne.

Séparation possible (écart de $30\ °C$) ; le **m-crésol** ($203\ °C$) est recueilli en premier.

Q11 Le m-crésol étant le réactif limitant et le rendement valant 73 %, vérifier que le volume de m-crésol nécessaire pour synthétiser 1,0 g de thymol est inférieur à 1 mL.

Données utiles $M(\text{thymol}) = 150{,}2\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $M(\text{m-crésol}) = 108{,}1\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $d(\text{m-crésol}) = 1{,}03$; $\rho_{\text{eau}} = 1{,}00\times10^{3}\ \text{g}\cdot\text{L}^{-1}$; $\eta = 0{,}73$

Quantité de thymol à obtenir : $n_{\text{th}} = \dfrac{m_{\text{th}}}{M(\text{thymol})}$.

D'après l'équation, une mole de m-crésol donne au plus une mole de thymol : $n_{\text{max}} = n_{\text{cr}}$. Avec le rendement $\eta = \dfrac{n_{\text{th}}}{n_{\text{max}}}$, il faut $n_{\text{cr}} = \dfrac{n_{\text{th}}}{\eta}$.

Masse volumique du m-crésol : $\rho_{\text{cr}} = d \times \rho_{\text{eau}} = 1{,}03\times10^{3}\ \text{g}\cdot\text{L}^{-1}$. Or $V_{\text{cr}} = \dfrac{n_{\text{cr}}\times M(\text{m-crésol})}{\rho_{\text{cr}}}$, donc :

$$V_{\text{cr}} = \frac{m_{\text{th}}\times M(\text{m-crésol})}{\eta\times M(\text{thymol})\times d\times\rho_{\text{eau}}}$$

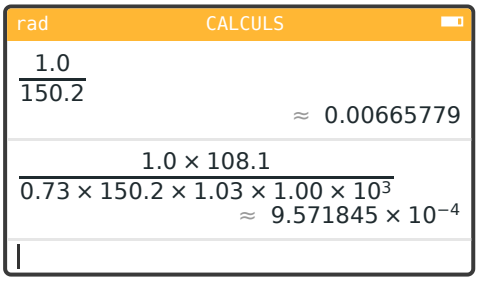
$$V_{\text{cr}} = \frac{1{,}0\times108{,}1}{0{,}73\times150{,}2\times1{,}03\times1{,}00\times10^{3}} = 9{,}6\times10^{-4}\ \text{L}$$

$V_{\text{cr}} = 0{,}96\ \text{mL}$, valeur bien inférieure à 1 mL.

PIÈGE
Multiplier par 0,73 au lieu de diviser. Le rendement étant inférieur à 1, il faut engager plus de m-crésol que la quantité de thymol visée : $9{,}1\times10^{-3}$ mol pour $6{,}7\times10^{-3}$ mol.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme 1,0 g et 73 %. La masse molaire et la densité du propène ne servent pas : il est en excès.

À LA CALCULATRICE



Q12 Parmi les espèces participant aux couples acide-base du bleu de thymol, identifier la forme amphotère.

Une espèce amphotère est la base d'un couple et l'acide d'un autre. BTH^- est la base du couple BTH_2 / BTH^- et l'acide du couple BTH^- / BT^{2-}.

La forme amphotère est BTH^-.

Q13 Exprimer la constante d'acidité K_A d'un couple acide-base noté HA / A^- en fonction des concentrations des espèces associées à l'équilibre.

K_A est la constante d'équilibre de la réaction de l'acide avec l'eau : $\text{HA (aq)} + \text{H}_2\text{O (l)} \rightleftharpoons \text{A}^- \text{(aq)} + \text{H}_3\text{O}^+ \text{(aq)}$.

$$K_A = \frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}\times[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{HA}]_{\text{éq}}\times c^\circ} \text{ avec } c^\circ = 1\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

PIÈGE
Faire apparaître l'eau dans l'expression, ou inverser le quotient : les produits A^- et H_3O^+ sont au numérateur. L'eau, solvant, n'y figure pas.

Q14 Déterminer la valeur du $\mathrm{p}K_A$ du couple $\mathrm{BTH}^- / \mathrm{BT}^{2-}$. Justifier que le bleu de thymol puisse remplacer la phénolphtaléine, en précisant le changement de couleur observé lors du titrage d'un acide faible par une base forte.

Données utiles figures 4, 5 et 6, cercle chromatique ; zone de virage de la phénolphtaléine : pH de 8,2 à 9,9

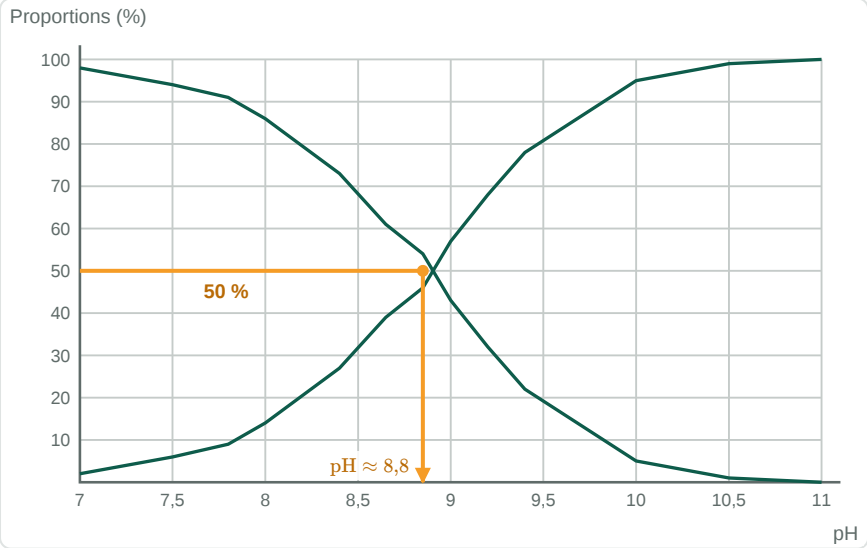
Valeur du $\mathrm{p}K_A$. De l'expression de K_A (Q13) on tire $\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_A + \log \dfrac{[\mathrm{BT}^{2-}]}{[\mathrm{BTH}^-]}$. Quand les deux formes sont en proportions égales (50 %), le logarithme est nul et $\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_A$. Sur la figure 5, les courbes de BTH^- et de BT^{2-} se croisent à $\mathrm{pH} \approx 8{,}8$.

pH à l'équivalence. Sur la figure 4, le saut de pH se produit pour $V_E = 10{,}0$ mL ; la méthode des tangentes parallèles donne un pH à l'équivalence d'environ 8,4.

Choix de l'indicateur. Un indicateur convient si sa zone de virage contient le pH à l'équivalence. Celle du bleu de thymol s'étend autour du $\mathrm{p}K_A$, environ de $\mathrm{p}K_A - 1$ à $\mathrm{p}K_A + 1$, soit de 7,8 à 9,8 : elle contient 8,4 et recouvre presque exactement celle de la phénolphtaléine.

Couleurs. Figure 6 : BTH^- absorbe surtout vers 440 nm (violet), sa solution a la couleur complémentaire, le jaune. BT^{2-} absorbe surtout vers 595 nm (orange), sa solution est bleue. Avant l'équivalence, le pH reste inférieur à 7 : BTH^- prédomine. Après, le pH dépasse 10,5 : BT^{2-} prédomine.

$\mathrm{p}K_A \approx 8{,}8$; le bleu de thymol convient, la solution passe du **jaune au bleu** à l'équivalence.



Q14 · Figure 5 (zoom) : les proportions de BTH^- (décroissante) et de BT^{2-} (croissante) sont égales à 50 %

PIÈGE
Lire le croisement des courbes de BTH_2 et BTH^-, vers $\mathrm{pH} = 1{,}7$: c'est le $\mathrm{p}K_A$ de l'autre couple, sans rapport avec ce titrage.

COMPRENDRE
Une lecture de $\mathrm{p}K_A$ entre 8,8 et 8,9 est acceptable.

MÉTHODE
Couleur d'une solution : repérer la longueur d'onde du maximum d'absorption, la placer sur le cercle chromatique, puis lire la couleur diamétralement opposée.

Q15 La valeur tabulée du $\mathrm{p}K_A$ à 25 °C du couple $\mathrm{BTH^-}$ / $\mathrm{BT^{2-}}$ est 8,9. Indiquer si la valeur expérimentale obtenue est en accord avec celle-ci.

Données utiles $\mathrm{p}K_A = 8{,}8$ (Q14) ; $\mathrm{p}K_{A,\mathrm{ref}} = 8{,}9$; $u(\mathrm{p}K_A) = 0{,}2$

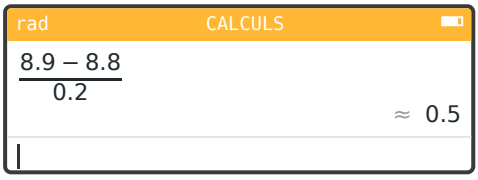
On calcule le quotient proposé par l'énoncé :

$$\frac{|\mathrm{p}K_A - \mathrm{p}K_{A,\mathrm{ref}}|}{u(\mathrm{p}K_A)} = \frac{|8{,}8 - 8{,}9|}{0{,}2} = 0{,}5$$

Ce quotient est inférieur à 2 : l'écart entre les deux valeurs est plus petit que deux incertitudes-types.

Quotient de 0,5, inférieur à 2 : le $\mathrm{p}K_A$ mesuré est compatible avec la valeur tabulée.

À LA CALCULATRICE



Observation d'un avion en vol

Bac 2024 Métropole Jour 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Donner la définition d'une lunette afocale.

Une lunette afocale forme, d'un objet situé à l'infini, une image finale elle aussi à l'infini.

Lunette afocale : objet à l'infini, image à l'infini ; le foyer image F_1' de l'objectif coïncide avec le foyer objet F_2 de l'oculaire.

COMPRENDRE
L'image étant à l'infini, l'œil l'observe sans accommoder, donc sans fatigue. Des rayons qui entrent parallèles entre eux ressortent parallèles entre eux.

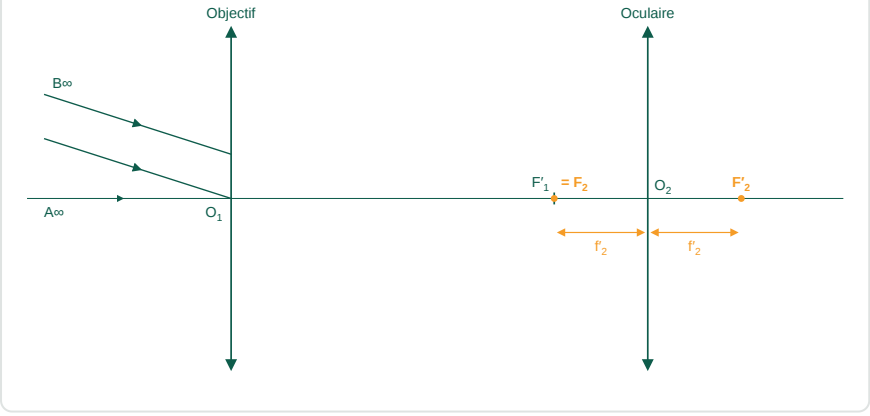
Q2 Sur le schéma en annexe, placer le foyer objet F_2 puis le foyer image F_2' de l'oculaire.

La lunette est afocale : F_2 est confondu avec F_1', déjà placé sur l'annexe.

Les deux foyers d'une lentille mince sont symétriques par rapport à son centre optique : F_2' est de l'autre côté de l'oculaire, à la même distance, $O_2F_2' = O_2F_2$.

F_2 en F_1' ; F_2' symétrique de F_2 par rapport à O_2 (voir l'annexe).

PIÈGE
Inverser les deux foyers. La lumière vient de l'objectif : le foyer objet F_2 est du côté de l'objectif, le foyer image F_2' du côté de l'œil.



Q2 · Annexe : foyers de l'oculaire placés (en orange)

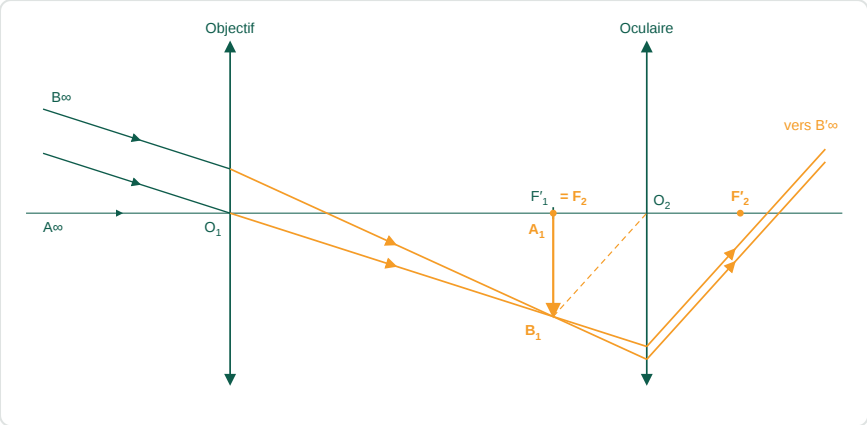
Q3 Construire sur l'annexe la marche des deux rayons lumineux issus de B_∞ qui émergent de la lunette, en faisant apparaître l'image intermédiaire A_1B_1.

- Le rayon qui passe par le centre optique O_1 de l'objectif n'est pas dévié.
- B_∞ est à l'infini : son image B_1 se forme dans le plan focal image de l'objectif, là où ce rayon coupe la perpendiculaire à l'axe menée par F_1'. A_1 est en F_1'.
- Le second rayon, après l'objectif, passe lui aussi par B_1.
- B_1 est dans le plan focal objet de l'oculaire : les deux rayons sortent parallèles entre eux, dans la direction de la droite (B_1O_2), tracée en pointillés.

Image intermédiaire A_1B_1 dans le plan focal commun ; rayons émergents parallèles à (B_1O_2) (voir l'annexe).

PIÈGE
Faire sortir les rayons parallèles à l'axe optique, ou dans la direction des rayons incidents. L'image A_1B_1 est renversée par rapport à l'objet.

MÉTHODE
Pour connaître la direction de sortie, tracer en pointillés le rayon fictif issu de B_1 qui passe par O_2 : il n'est pas dévié et tous les rayons issus de B_1 sortent parallèles à lui.



Q3 · Annexe : marche des deux rayons issus de B∞ et image intermédiaire A_1B_1

Q4 Vérifier à l'aide d'un calcul que l'on peut distinguer, à l'œil nu, l'avant de l'avion de sa queue.

Données utiles $L = 44{,}5$ m ; $h = 10{,}4$ km ; angle minimal de séparation : $3{,}0 \times 10^{-4}$ rad

L'avion, de longueur L, est vu à la distance h sous l'angle α tel que $\tan\alpha = \dfrac{L}{h}$. L'angle est petit, donc $\tan\alpha = \alpha$:

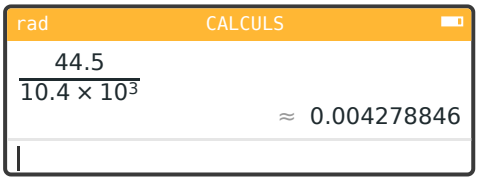
$$\alpha = \frac{L}{h} = \frac{44{,}5}{10{,}4 \times 10^3} = 4{,}28 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$\alpha = 4{,}28 \times 10^{-3}$ rad $> 3{,}0 \times 10^{-4}$ rad : l'avant et la queue de l'avion sont distingués à l'œil nu.

PIÈGE
Laisser h en kilomètres : L et h doivent être dans la même unité. Le rapport de deux longueurs donne directement un angle en radians, pas en degrés.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme L et h. L'angle vaut environ 14 fois le seuil de l'œil.

À LA CALCULATRICE

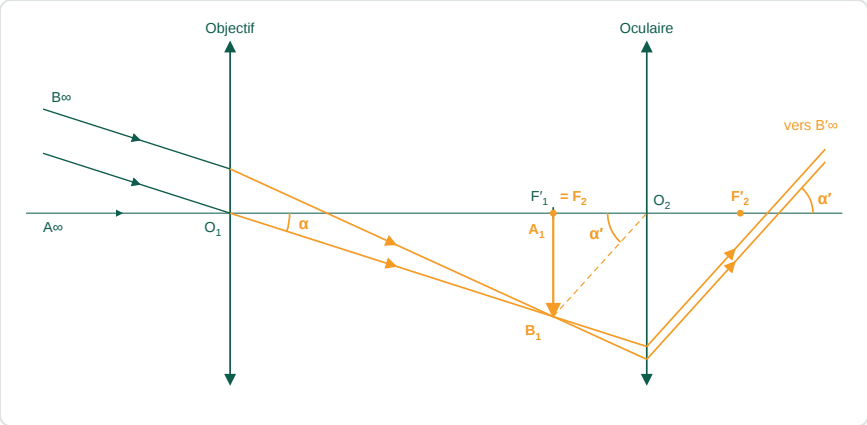


Q5 Après avoir placé les angles α et α' sur l'annexe, rappeler l'expression du grossissement G d'une lunette astronomique en fonction de α et α'.

α est l'angle entre l'axe optique et les rayons issus de B_∞ qui entrent dans la lunette ; on le retrouve en O_1, entre l'axe et le rayon non dévié. α' est l'angle entre l'axe optique et les rayons qui sortent de l'oculaire ; on le retrouve en O_2, entre l'axe et la droite (B_1O_2).

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

PIÈGE
Écrire le rapport à l'envers. La lunette agrandit l'angle de vue : $\alpha' > \alpha$, donc $G > 1$. G n'a pas d'unité.



Q5 · Annexe complétée : angles α et α′

Q6 Déterminer si on peut distinguer l'un de l'autre les deux bords verticaux d'un hublot de l'avion, à l'aide de la lunette astronomique étudiée.

Données utiles largeur du hublot : $d = 23$ cm ; $h = 10{,}4$ km ; $16 \leqslant G \leqslant 48$; angle minimal de séparation : $3{,}0 \times 10^{-4}$ rad

Les deux bords verticaux sont séparés par la largeur du hublot, $d = 23\ \text{cm} = 0{,}23\ \text{m}$. À l'œil nu, ils sont vus sous l'angle :

$$\alpha = \frac{d}{h} = \frac{0{,}23}{10{,}4 \times 10^3} = 2{,}2 \times 10^{-5}\ \text{rad}$$

Cet angle est inférieur à $3{,}0 \times 10^{-4}$ rad : l'œil nu ne sépare pas les deux bords.

À travers la lunette, $\alpha' = G\,\alpha = G\,\dfrac{d}{h}$. Avec le plus petit grossissement, $G = 16$:

$$\alpha' = 16 \times \frac{0{,}23}{10{,}4 \times 10^3} = 3{,}5 \times 10^{-4}\ \text{rad}$$

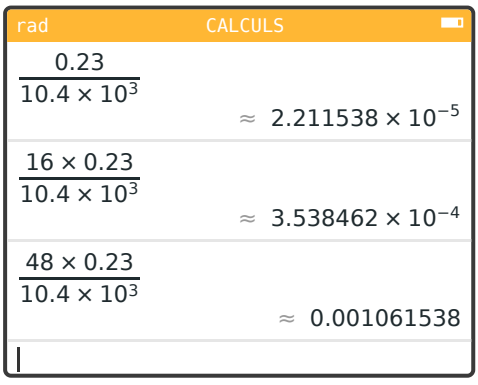
Avec $G = 48$, $\alpha' = 1{,}1 \times 10^{-3}$ rad, encore plus grand.

$\alpha' \geqslant 3{,}5 \times 10^{-4}\ \text{rad} > 3{,}0 \times 10^{-4}\ \text{rad}$: la lunette permet de distinguer les deux bords verticaux du hublot, quel que soit le grossissement choisi.

PIÈGE
Prendre 33 cm. Les bords verticaux sont les côtés gauche et droit du hublot : c'est la largeur, 23 cm, qui les sépare.

MÉTHODE
Tester le cas le plus défavorable, ici $G = 16$. S'il convient, tous les autres conviennent. Autre rédaction : le grossissement minimal nécessaire est $3{,}0 \times 10^{-4} \div 2{,}2 \times 10^{-5} \approx 14$, inférieur à 16.

À LA CALCULATRICE



Q7 Donner le nom du phénomène mis en jeu dans cette expérience.

La fréquence reçue par l'observateur diffère de la fréquence émise parce que la source sonore est en mouvement par rapport à lui.

Il s'agit de l'effet Doppler.

Q8 Parmi les propositions A, B, C et D, choisir et recopier la proposition correcte. Expliquer pourquoi les autres sont à écarter.

Données utiles $f_A = 2{,}2$ kHz ; $f_E = 1{,}5$ kHz ; $c = 345\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_c = 863\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$

- **A** : $\dfrac{c}{c-v}$ est le quotient de deux vitesses, donc un nombre sans unité. Il ne peut pas être égal à une fréquence, en hertz. La relation n'est pas homogène.
- **C** : comme $c+v > c-v$, elle donne $f_A < f_0 < f_E$. Or on mesure $f_A > f_E$: le son est plus aigu quand l'avion s'approche.
- **D** : l'avion s'approche puis s'éloigne à la même vitesse v ; rien ne justifie le facteur 2 dans f_A seulement. De plus f_A deviendrait infinie pour $v = \dfrac{c}{2} \approx 173\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, soit $621\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$, vitesse que l'avion dépasse en croisière sans que rien de tel ne se produise.
- **B** : elle est homogène, symétrique, et donne bien $f_A > f_0 > f_E$.

Proposition B : $f_A = f_0\dfrac{c}{c-v}$ et $f_E = f_0\dfrac{c}{c+v}$

MÉTHODE
Trois tests pour trier des formules : l'homogénéité (unités), le sens de variation (approche : fréquence plus grande), un cas limite ($v = 0$ doit donner f_0, aucune valeur absurde pour une vitesse réaliste).

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{345}{2}$ ≈ 172.5

$\dfrac{345}{2} \times 3.6$ ≈ 621

Q9 Déterminer la vitesse v de l'avion, exprimée en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$, lors de cet atterrissage. Commenter.

Données utiles $f_A = 2{,}2$ kHz ; $f_E = 1{,}5$ kHz ; $c = 345\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; relations B (Q8) ; $v_c = 863\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$

La fréquence f_0 est inconnue : on l'élimine en divisant membre à membre les deux relations de la proposition B.

$$\frac{f_A}{f_E} = \frac{c+v}{c-v}$$

$f_A(c-v) = f_E(c+v)$, soit $c(f_A - f_E) = v(f_A + f_E)$, d'où :

$$v = c\,\frac{f_A - f_E}{f_A + f_E}$$

$$v = 345 \times \frac{2{,}2 - 1{,}5}{2{,}2 + 1{,}5} = 65\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

En $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$: $v = 65{,}3 \times 3{,}6 = 235\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$, soit $2{,}3 \times 10^2\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ avec deux chiffres significatifs.

Commentaire : cette vitesse est près de quatre fois plus faible que la vitesse de croisière ($863\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$). C'est cohérent : l'avion a fortement ralenti pour atterrir.

$v = 65\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \approx 2{,}3 \times 10^2\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ (environ $235\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$), bien inférieure à la vitesse de croisière : cohérent avec un atterrissage.

PIÈGE
Convertir la valeur arrondie : $65 \times 3{,}6 = 234$. Garder le résultat non arrondi dans la calculatrice. Les fréquences peuvent rester en kHz : seul leur rapport intervient.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme f_A et f_E. « Commenter » rapporte des points : comparer à une valeur connue, ici la vitesse de croisière donnée dans l'énoncé.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{345 \times (2.2 - 1.5)}{2.2 + 1.5}$ ≈ 65.27027

$\dfrac{345 \times (2.2 - 1.5)}{2.2 + 1.5} \times 3.6$ ≈ 234.973

$\dfrac{863}{235}$ ≈ 3.67234

Accéléromètre d'un mobile multifonction

Bac 2024 Métropole Jour 1 · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

Q1 Dans le modèle de la chute libre, faire le bilan des forces appliquées au système {smartphone}, puis en déduire l'expression de la coordonnée a_z de l'accélération de G.

Système {smartphone}, de masse m constante, étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

Bilan des forces : en chute libre, seul le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$ s'exerce, vertical et dirigé vers le bas, donc $\vec{P} = -m\,g\,\vec{k}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, d'où $\vec{a} = \vec{g}$.

En projection sur l'axe (Oz), orienté vers le haut :

$$a_z = -g$$

PIÈGE
L'axe (Oz) pointe vers le haut alors que $\vec{g}$ pointe vers le bas : oublier le signe « $-$ » fausse aussi la vitesse et l'altitude de la question suivante.

MÉTHODE
Toujours dans cet ordre : système, référentiel, bilan des forces, deuxième loi de Newton en vecteurs, puis projection sur l'axe.

Q2 Établir l'expression de la coordonnée $v_z(t)$ de la vitesse de G, puis montrer que $z(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + h$.

Données utiles $a_z = -g$ (Q1) ; à $t = 0$: vitesse nulle et $z = h$

Comme $a_z = \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = -g$, on obtient par intégration $v_z(t) = -g\,t + C_1$.

Condition initiale : $v_z(0) = 0$, donc $C_1 = 0$ et

$$v_z(t) = -g\,t$$

Comme $v_z = \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = -g\,t$, une nouvelle intégration donne $z(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + C_2$.

Condition initiale : $z(0) = h$, donc $C_2 = h$.

$v_z(t) = -g\,t$ et $z(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + h$, expression attendue.

PIÈGE
Oublier les constantes d'intégration, ou les annuler sans citer la condition initiale. Chaque constante se justifie par une phrase : vitesse nulle au lâcher, altitude h au départ.

Q3 Justifier que l'énergie mécanique E_M du smartphone est constante et qu'elle vaut $E_M = m\,g\,h$.

Données utiles $E_{PP}(z = 0) = 0$; vitesse nulle en H, d'altitude $z = h$

En chute libre, la seule force est le poids, qui est une force conservative : en l'absence de frottement, l'énergie mécanique se conserve.

Elle s'écrit $E_M = E_C + E_{PP} = \dfrac{1}{2}\,m\,v^2 + m\,g\,z$.

Sa valeur constante se calcule à n'importe quelle date, en particulier à $t = 0$ où $v = 0$ et $z = h$:

$E_M = 0 + m\,g\,h$

$E_M = m\,g\,h$ à chaque instant de la chute.

COMPRENDRE
On retrouve ce résultat avec Q2 : $\frac{1}{2}\,m\,(g\,t)^2 + m\,g\left(h - \frac{1}{2}\,g\,t^2\right) = m\,g\,h$. Les termes en t^2 se compensent.

Q4 Indiquer, en justifiant, si l'évolution temporelle de a_z obtenue expérimentalement est compatible avec le modèle de chute libre sans frottement.

Données utiles figure 2 ; $a_z = -g$ (Q1) ; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

Le modèle de chute libre prévoit une accélération constante : $a_z = -g = -9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ pendant toute la chute.

Sur la figure 2, a_z vaut environ $-9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ à $t = 0$, puis augmente régulièrement jusqu'à environ $-8{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ à $t = 0{,}47$ s.

a_z n'est pas constante : l'expérience n'est pas compatible avec le modèle de chute libre sans frottement.

COMPRENDRE
Au lâcher, la vitesse est nulle et l'accord avec le modèle est bon. L'écart grandit avec la vitesse : c'est la signature d'un frottement de l'air.

Q5 Associer, en justifiant, chacune des courbes A et B de la figure 3 à la forme d'énergie correspondante.

Données utiles figure 3

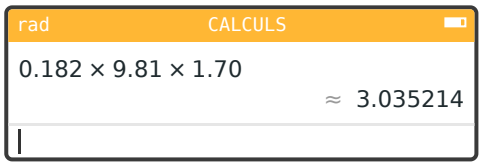
Courbe A : l'énergie diminue au cours du temps. Pendant la chute, l'altitude z diminue, donc $E_{PP} = m\,g\,z$ diminue.

Courbe B : l'énergie est presque nulle à $t = 0$ puis augmente. Le smartphone est lâché sans vitesse initiale et sa vitesse augmente, donc $E_C = \frac{1}{2}\,m\,v^2$ augmente.

Courbe A : énergie potentielle de pesanteur E_{PP} ; courbe B : énergie cinétique E_C.

COMPRENDRE
Contrôle : à $t = 0$, la courbe A part d'environ $3{,}0$ J, et $m\,g\,h = 0{,}182 \times 9{,}81 \times 1{,}70 = 3{,}04$ J. La courbe E_M décroît légèrement : le frottement dissipe de l'énergie.

À LA CALCULATRICE



Q6 Montrer, à partir de la figure 3, que la vitesse du smartphone est proche de $5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ à la date $t = 0{,}45$ s.

Données utiles figure 3 ; $m = 182\ \text{g} = 0{,}182$ kg

Sur la courbe B (énergie cinétique), à $t = 0{,}45$ s, on lit $E_C \approx 2{,}1$ J.

Or $E_C = \frac{1}{2}\,m\,v^2$, donc $v = \sqrt{\dfrac{2\,E_C}{m}}$.

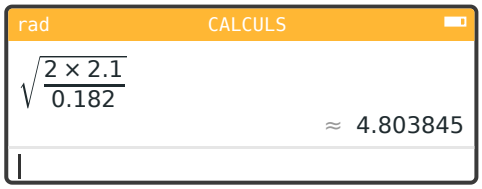
$$v = \sqrt{\frac{2 \times 2{,}1}{0{,}182}} = 4{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

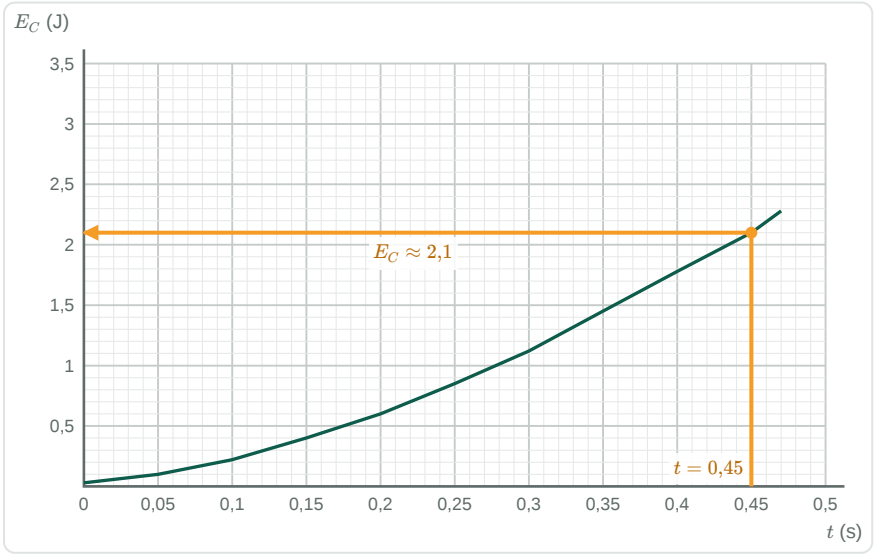
$v \approx 4{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, valeur proche des $5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ attendus.

PIÈGE
Laisser la masse en grammes : avec $m = 182$, on trouve $0{,}15\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. L'énergie en joules impose la masse en kilogrammes.

COMPRENDRE
La lecture graphique ne donne que deux chiffres significatifs ($2{,}1$ J) : le résultat s'écrit avec deux chiffres, pas davantage.

À LA CALCULATRICE





Q6 · Courbe B de la figure 3, avec la lecture à t = 0,45 s

Q7 En appliquant la deuxième loi de Newton au système {smartphone}, montrer que la coordonnée verticale de la force de frottement vérifie $f = m\,(a_z + g)$.

Données utiles $\vec{f}$ verticale, dirigée vers le haut

Système {smartphone}, référentiel terrestre supposé galiléen.

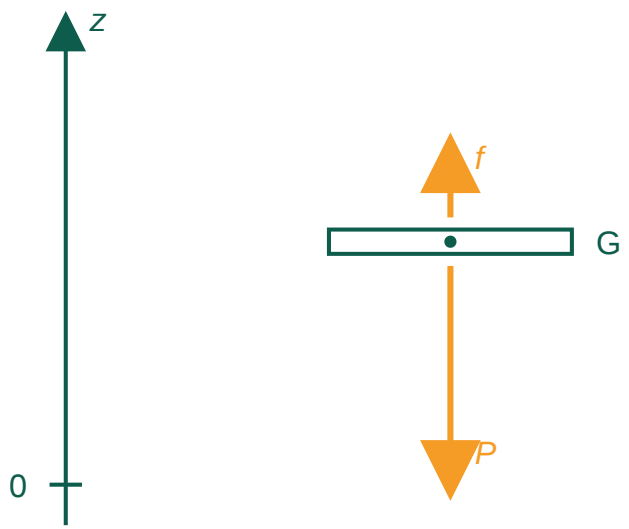
Forces : le poids $\vec{P} = -m\,g\,\vec{k}$ et le frottement de l'air $\vec{f} = f\,\vec{k}$, dirigé vers le haut ($f > 0$).

Deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{f} = m\,\vec{a}$.

En projection sur (Oz) : $-m\,g + f = m\,a_z$, donc $f = m\,a_z + m\,g$.

$f = m\,(a_z + g)$, relation attendue.

COMPRENDRE
a_z est négative : pour $a_z = -g$ on retrouve $f = 0$, la chute libre. Dès que a_z dépasse $-g$, f est positive, donc bien dirigée vers le haut.



Q7 · Forces exercées sur le smartphone en chute (sans souci d'échelle)

Q8 Déterminer la valeur expérimentale de l'intensité de la pesanteur g que l'on peut déduire de cette expérience.

Données utiles modélisation : $a_z = 0{,}0555 \times v^2 - 9{,}80$; $f = m\,(a_z + g)$ (Q7) ; $f = 0$ quand $v = 0$

Quand la vitesse est nulle, la force de frottement est nulle : $f = m\,(a_z + g) = 0$, donc $a_z = -g$.

D'après la modélisation, pour $v = 0$: $a_z = 0{,}0555 \times 0 - 9{,}80 = -9{,}80\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

Par identification, $-g = -9{,}80\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

$g_{\mathrm{exp}} = 9{,}80\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

COMPRENDRE
g est l'opposé de l'ordonnée à l'origine de la droite de la figure 4. L'écart avec la valeur donnée, $9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, est d'environ $0{,}1\ \%$: l'accord est très bon.

Q9 Montrer que la force de frottement exercée par l'air peut s'écrire $f = k\,v^2$, où k est un coefficient dont on donnera la valeur et l'unité.

Données utiles $f = m\,(a_z + g)$ (Q7) ; $a_z = 0{,}0555 \times v^2 - 9{,}80$; $g = 9{,}80\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ (Q8) ; $m = 0{,}182$ kg

On remplace a_z par son expression modélisée dans la relation de Q7 :

$f = m\,(0{,}0555 \times v^2 - 9{,}80 + 9{,}80) = 0{,}0555 \times m \times v^2$

C'est bien la forme $f = k\,v^2$, avec $k = 0{,}0555 \times m$.

$$k = 0{,}0555 \times 0{,}182 = 1{,}01 \times 10^{-2}$$

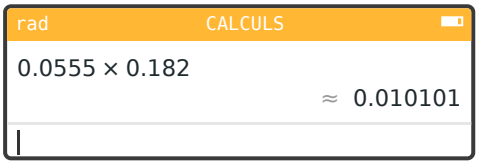
Unité : $k = \dfrac{f}{v^2}$ avec $1\ \text{N} = 1\ \text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, donc k s'exprime en $\dfrac{\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}} = \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$.

$f = k\,v^2$ avec $k = 1{,}01 \times 10^{-2}\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$

PIÈGE
Donner $k = 0{,}0555$: c'est le coefficient directeur de a_z, pas celui de f. Il faut multiplier par la masse, en kilogrammes.

COMPRENDRE
Le coefficient $0{,}0555$ est en m^{-1} (des $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ divisés par des $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$). L'unité $\text{N}\cdot\text{s}^2\cdot\text{m}^{-2}$ est aussi acceptée pour k.

À LA CALCULATRICE



Q10 Calculer la valeur f de la force de frottement en fin de chute. Comparer cette valeur à celle du poids du smartphone et commenter.

Données utiles figure 4 : en fin de chute, $v^2 = 25\ \text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$; $k = 1{,}01 \times 10^{-2}\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$ (Q9) ; $m = 0{,}182$ kg ; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

En fin de chute, le dernier point de la figure 4 correspond à $v^2 = 25\ \text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$, en accord avec $v \approx 5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (Q6).

$f = k\,v^2 = 1{,}01 \times 10^{-2} \times 25 = 0{,}25$ N

Poids : $P = m\,g = 0{,}182 \times 9{,}81 = 1{,}79$ N

$\dfrac{P}{f} = \dfrac{1{,}79}{0{,}25} \approx 7$

Le frottement est environ 7 fois plus faible que le poids, soit $14\ \%$ de celui-ci : il reste nettement inférieur au poids mais n'est pas négligeable. Cela explique l'écart au modèle de chute libre observé à la question Q4.

$f = 0{,}25$ N et $P = 1{,}79$ N : $f \approx \dfrac{P}{7}$, plus faible que le poids mais non négligeable.

PIÈGE
Confondre v et v^2 : l'abscisse de la figure 4 est v^2. Il faut prendre 25, et non 5 ni 25^2.

MÉTHODE
« Comparer » demande un rapport chiffré, puis une phrase de conclusion. Une force se néglige devant une autre lorsqu'elle est plusieurs dizaines de fois plus faible, ce qui n'est pas le cas ici.

À LA CALCULATRICE

