Accéléromètre d'un mobile multifonction

Bac 2024 Métropole Jour 1 · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

Q1 Dans le modèle de la chute libre, faire le bilan des forces appliquées au système {smartphone}, puis en déduire l'expression de la coordonnée a_z de l'accélération de G.

Système {smartphone}, de masse m constante, étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

Bilan des forces : en chute libre, seul le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$ s'exerce, vertical et dirigé vers le bas, donc $\vec{P} = -m\,g\,\vec{k}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, d'où $\vec{a} = \vec{g}$.

En projection sur l'axe (Oz), orienté vers le haut :

$$a_z = -g$$

PIÈGE
L'axe (Oz) pointe vers le haut alors que $\vec{g}$ pointe vers le bas : oublier le signe « $-$ » fausse aussi la vitesse et l'altitude de la question suivante.

MÉTHODE
Toujours dans cet ordre : système, référentiel, bilan des forces, deuxième loi de Newton en vecteurs, puis projection sur l'axe.

Q2 Établir l'expression de la coordonnée $v_z(t)$ de la vitesse de G, puis montrer que $z(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + h$.

Données utiles $a_z = -g$ (Q1) ; à $t = 0$: vitesse nulle et $z = h$

Comme $a_z = \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = -g$, on obtient par intégration $v_z(t) = -g\,t + C_1$.

Condition initiale : $v_z(0) = 0$, donc $C_1 = 0$ et

$$v_z(t) = -g\,t$$

Comme $v_z = \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = -g\,t$, une nouvelle intégration donne $z(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + C_2$.

Condition initiale : $z(0) = h$, donc $C_2 = h$.

$v_z(t) = -g\,t$ et $z(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + h$, expression attendue.

PIÈGE
Oublier les constantes d'intégration, ou les annuler sans citer la condition initiale. Chaque constante se justifie par une phrase : vitesse nulle au lâcher, altitude h au départ.

Q3 Justifier que l'énergie mécanique E_M du smartphone est constante et qu'elle vaut $E_M = m\,g\,h$.

Données utiles $E_{PP}(z = 0) = 0$; vitesse nulle en H, d'altitude $z = h$

En chute libre, la seule force est le poids, qui est une force conservative : en l'absence de frottement, l'énergie mécanique se conserve.

Elle s'écrit $E_M = E_C + E_{PP} = \dfrac{1}{2}\,m\,v^2 + m\,g\,z$.

Sa valeur constante se calcule à n'importe quelle date, en particulier à $t = 0$ où $v = 0$ et $z = h$:

$E_M = 0 + m\,g\,h$

$E_M = m\,g\,h$ à chaque instant de la chute.

COMPRENDRE
On retrouve ce résultat avec Q2 : $\frac{1}{2}\,m\,(g\,t)^2 + m\,g\left(h - \frac{1}{2}\,g\,t^2\right) = m\,g\,h$. Les termes en t^2 se compensent.

Q4 Indiquer, en justifiant, si l'évolution temporelle de a_z obtenue expérimentalement est compatible avec le modèle de chute libre sans frottement.

Données utiles figure 2 ; $a_z = -g$ (Q1) ; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

Le modèle de chute libre prévoit une accélération constante : $a_z = -g = -9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ pendant toute la chute.

Sur la figure 2, a_z vaut environ $-9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ à $t = 0$, puis augmente régulièrement jusqu'à environ $-8{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ à $t = 0{,}47$ s.

a_z n'est pas constante : l'expérience n'est pas compatible avec le modèle de chute libre sans frottement.

COMPRENDRE
Au lâcher, la vitesse est nulle et l'accord avec le modèle est bon. L'écart grandit avec la vitesse : c'est la signature d'un frottement de l'air.

Q5 Associer, en justifiant, chacune des courbes A et B de la figure 3 à la forme d'énergie correspondante.

Données utiles figure 3

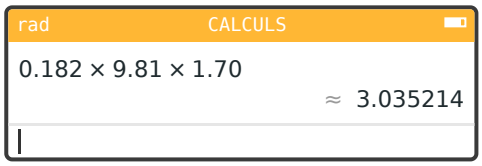
Courbe A : l'énergie diminue au cours du temps. Pendant la chute, l'altitude z diminue, donc $E_{PP} = m\,g\,z$ diminue.

Courbe B : l'énergie est presque nulle à $t = 0$ puis augmente. Le smartphone est lâché sans vitesse initiale et sa vitesse augmente, donc $E_C = \frac{1}{2}\,m\,v^2$ augmente.

Courbe A : énergie potentielle de pesanteur E_{PP} ; courbe B : énergie cinétique E_C.

COMPRENDRE
Contrôle : à $t = 0$, la courbe A part d'environ $3{,}0$ J, et $m\,g\,h = 0{,}182 \times 9{,}81 \times 1{,}70 = 3{,}04$ J. La courbe E_M décroît légèrement : le frottement dissipe de l'énergie.

À LA CALCULATRICE



Q6 Montrer, à partir de la figure 3, que la vitesse du smartphone est proche de $5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ à la date $t = 0{,}45$ s.

Données utiles figure 3 ; $m = 182\ \text{g} = 0{,}182$ kg

Sur la courbe B (énergie cinétique), à $t = 0{,}45$ s, on lit $E_C \approx 2{,}1$ J.

Or $E_C = \frac{1}{2}\,m\,v^2$, donc $v = \sqrt{\dfrac{2\,E_C}{m}}$.

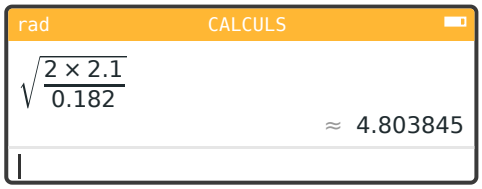
$$v = \sqrt{\frac{2 \times 2{,}1}{0{,}182}} = 4{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

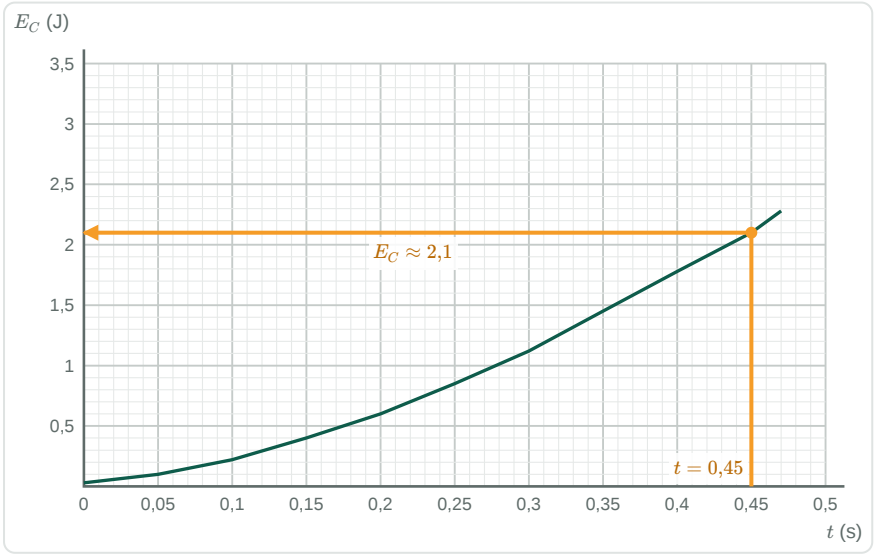
$v \approx 4{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, valeur proche des $5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ attendus.

PIÈGE
Laisser la masse en grammes : avec $m = 182$, on trouve $0{,}15\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. L'énergie en joules impose la masse en kilogrammes.

COMPRENDRE
La lecture graphique ne donne que deux chiffres significatifs ($2{,}1$ J) : le résultat s'écrit avec deux chiffres, pas davantage.

À LA CALCULATRICE





Q6 · Courbe B de la figure 3, avec la lecture à t = 0,45 s

Q7 En appliquant la deuxième loi de Newton au système {smartphone}, montrer que la coordonnée verticale de la force de frottement vérifie $f = m\,(a_z + g)$.

Données utiles $\vec{f}$ verticale, dirigée vers le haut

Système {smartphone}, référentiel terrestre supposé galiléen.

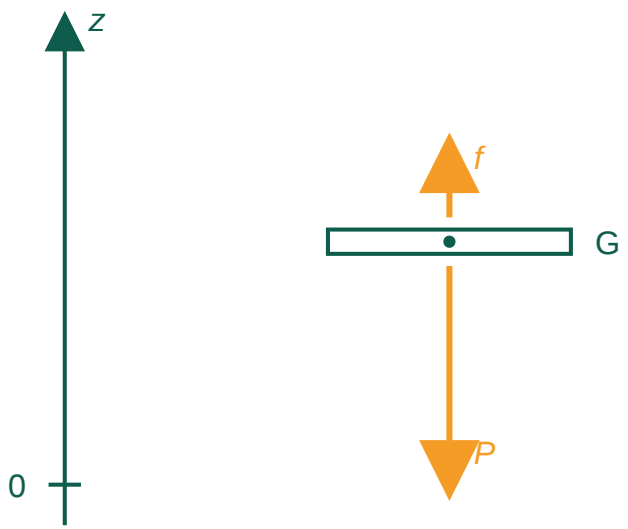
Forces : le poids $\vec{P} = -m\,g\,\vec{k}$ et le frottement de l'air $\vec{f} = f\,\vec{k}$, dirigé vers le haut ($f > 0$).

Deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{f} = m\,\vec{a}$.

En projection sur (Oz) : $-m\,g + f = m\,a_z$, donc $f = m\,a_z + m\,g$.

$f = m\,(a_z + g)$, relation attendue.

COMPRENDRE
a_z est négative : pour $a_z = -g$ on retrouve $f = 0$, la chute libre. Dès que a_z dépasse $-g$, f est positive, donc bien dirigée vers le haut.



Q7 · Forces exercées sur le smartphone en chute (sans souci d'échelle)

Q8 Déterminer la valeur expérimentale de l'intensité de la pesanteur g que l'on peut déduire de cette expérience.

Données utiles modélisation : $a_z = 0{,}0555 \times v^2 - 9{,}80$; $f = m\,(a_z + g)$ (Q7) ; $f = 0$ quand $v = 0$

Quand la vitesse est nulle, la force de frottement est nulle : $f = m\,(a_z + g) = 0$, donc $a_z = -g$.

D'après la modélisation, pour $v = 0$: $a_z = 0{,}0555 \times 0 - 9{,}80 = -9{,}80\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

Par identification, $-g = -9{,}80\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

$g_{\mathrm{exp}} = 9{,}80\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

COMPRENDRE
g est l'opposé de l'ordonnée à l'origine de la droite de la figure 4. L'écart avec la valeur donnée, $9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, est d'environ $0{,}1\ \%$: l'accord est très bon.

Q9 Montrer que la force de frottement exercée par l'air peut s'écrire $f = k\,v^2$, où k est un coefficient dont on donnera la valeur et l'unité.

Données utiles $f = m\,(a_z + g)$ (Q7) ; $a_z = 0{,}0555 \times v^2 - 9{,}80$; $g = 9{,}80\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ (Q8) ; $m = 0{,}182$ kg

On remplace a_z par son expression modélisée dans la relation de Q7 :

$f = m\,(0{,}0555 \times v^2 - 9{,}80 + 9{,}80) = 0{,}0555 \times m \times v^2$

C'est bien la forme $f = k\,v^2$, avec $k = 0{,}0555 \times m$.

$$k = 0{,}0555 \times 0{,}182 = 1{,}01 \times 10^{-2}$$

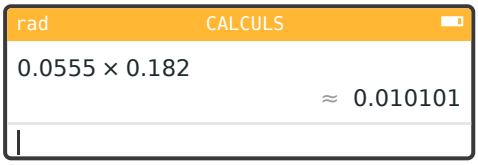
Unité : $k = \dfrac{f}{v^2}$ avec $1\ \text{N} = 1\ \text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, donc k s'exprime en $\dfrac{\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}} = \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$.

$f = k\,v^2$ avec $k = 1{,}01 \times 10^{-2}\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$

PIÈGE
Donner $k = 0{,}0555$: c'est le coefficient directeur de a_z, pas celui de f. Il faut multiplier par la masse, en kilogrammes.

COMPRENDRE
Le coefficient $0{,}0555$ est en m^{-1} (des $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ divisés par des $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$). L'unité $\text{N}\cdot\text{s}^2\cdot\text{m}^{-2}$ est aussi acceptée pour k.

À LA CALCULATRICE



Q10 Calculer la valeur f de la force de frottement en fin de chute. Comparer cette valeur à celle du poids du smartphone et commenter.

Données utiles figure 4 : en fin de chute, $v^2 = 25\ \text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$; $k = 1{,}01 \times 10^{-2}\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$ (Q9) ; $m = 0{,}182$ kg ; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

En fin de chute, le dernier point de la figure 4 correspond à $v^2 = 25\ \text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$, en accord avec $v \approx 5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (Q6).

$f = k\,v^2 = 1{,}01 \times 10^{-2} \times 25 = 0{,}25$ N

Poids : $P = m\,g = 0{,}182 \times 9{,}81 = 1{,}79$ N

$\dfrac{P}{f} = \dfrac{1{,}79}{0{,}25} \approx 7$

Le frottement est environ 7 fois plus faible que le poids, soit $14\ \%$ de celui-ci : il reste nettement inférieur au poids mais n'est pas négligeable. Cela explique l'écart au modèle de chute libre observé à la question Q4.

$f = 0{,}25$ N et $P = 1{,}79$ N : $f \approx \dfrac{P}{7}$, plus faible que le poids mais non négligeable.

PIÈGE
Confondre v et v^2 : l'abscisse de la figure 4 est v^2. Il faut prendre 25, et non 5 ni 25^2.

MÉTHODE
« Comparer » demande un rapport chiffré, puis une phrase de conclusion. Une force se néglige devant une autre lorsqu'elle est plusieurs dizaines de fois plus faible, ce qui n'est pas le cas ici.

À LA CALCULATRICE

