Tissage d'une voile de bateau

Bac 2024 Asie Jour 2 · Exercice 1 **11 points** **Durée conseillée 1 h 35**

Q1 Exprimer le champ angulaire θ_a en fonction de a et d_m.

Le fil, de diamètre a, est vu à la distance d_m. Dans le triangle rectangle du document 2 : $\tan\theta_a = \dfrac{a}{d_m}$.

L'angle est très petit, donc $\tan\theta_a \approx \theta_a$:

$$\theta_a = \frac{a}{d_m} \text{ (en radian)}$$

PIÈGE
La relation ne vaut qu'en radian, et avec a et d_m dans la même unité.

Q2 Évaluer θ_a.

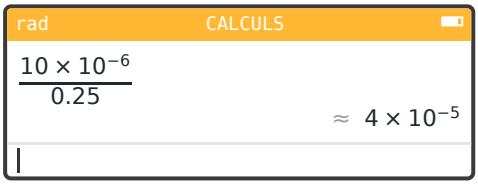
Données utiles $a = 10\ \mu\text{m}$; $d_m = 0{,}25$ m

$$\theta_a = \frac{a}{d_m} = \frac{10\times10^{-6}}{0{,}25}$$

$$\theta_a = 4{,}0\times10^{-5}\ \text{rad}$$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme a et d_m.

À LA CALCULATRICE



Q3 Justifier que l'observateur ne peut pas distinguer l'épaisseur des fils à l'œil nu.

Données utiles $\varepsilon = 3{,}0\times10^{-4}$ rad ; θ_a (Q2)

$\theta_a = 4{,}0\times10^{-5}\ \text{rad} = 0{,}40\times10^{-4}\ \text{rad}$, alors que $\varepsilon = 3{,}0\times10^{-4}\ \text{rad}$.

À la distance d_m, la plus petite où l'œil voit net, le champ angulaire est déjà le plus grand possible.

$\theta_a < \varepsilon$: le fil est perçu comme un point, son épaisseur ne peut pas être distinguée à l'œil nu.

MÉTHODE
Pour comparer deux valeurs, les écrire avec la même puissance de dix. Ici θ_a est environ 7,5 fois plus petit que ε.

Q4 À l'aide du document 3, montrer que le champ angulaire θ'_a sous lequel on voit un fil à travers la loupe vérifie $\theta'_a = \dfrac{a}{f'}$.

Le rayon issu de B parallèle à l'axe optique atteint la lentille en I, puis ressort en passant par le foyer image F'. Donc $OI = AB = a$.

Dans le triangle OIF', rectangle en O, avec $OF' = f'$:

$$\tan\theta'_a = \frac{OI}{OF'} = \frac{a}{f'}$$

L'angle est très petit : $\tan\theta'_a \approx \theta'_a$.

$$\theta'_a = \frac{a}{f'}$$

COMPRENDRE
L'objet est dans le plan focal objet : tous les rayons issus de B ressortent parallèles entre eux, inclinés de θ'_a. L'image est à l'infini, l'œil l'observe sans accommoder.

Q5 En déduire que l'observateur peut distinguer l'épaisseur des fils lorsque $f' < \frac{a}{\varepsilon}$.

Le fil est distingué si le champ angulaire de son image dépasse le pouvoir séparateur : $\theta'_a > \varepsilon$.

Avec Q4 : $\frac{a}{f'} > \varepsilon$. Comme f' et ε sont positifs, on multiplie par f' et on divise par ε sans changer le sens de l'inégalité :

$$f' < \frac{a}{\varepsilon}$$

COMPRENDRE
Plus la distance focale est courte, plus la loupe grossit.

Q6 Indiquer, en justifiant, la ou les loupes qui permettent de distinguer l'épaisseur des fils.

Données utiles focales : 12,5 cm ; 5,0 cm ; 2,5 cm ; $a = 10\ \mu\text{m}$; $\varepsilon = 3{,}0 \times 10^{-4}$ rad

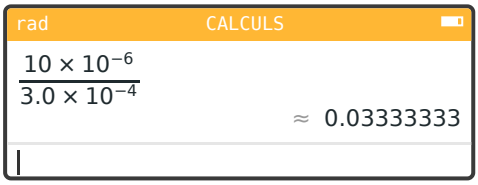
$$\frac{a}{\varepsilon} = \frac{10 \times 10^{-6}}{3{,}0 \times 10^{-4}} = 3{,}3 \times 10^{-2}\ \text{m} = 3{,}3\ \text{cm}$$

Il faut donc $f' < 3{,}3$ cm. Or $12{,}5\ \text{cm} > 3{,}3\ \text{cm}$ et $5{,}0\ \text{cm} > 3{,}3\ \text{cm}$, alors que $2{,}5\ \text{cm} < 3{,}3\ \text{cm}$.

Seule la loupe de distance focale $f' = 2{,}5$ cm convient.

PIÈGE
Comparer des centimètres à des mètres : convertir la limite en cm avant de la confronter aux trois focales.

À LA CALCULATRICE



Q7 Indiquer, en justifiant, la nature des interférences (constructives ou destructives) aux points A et B du document 5.

Le point A est au centre d'une frange brillante : l'intensité lumineuse y est maximale, les deux ondes y arrivent en phase.

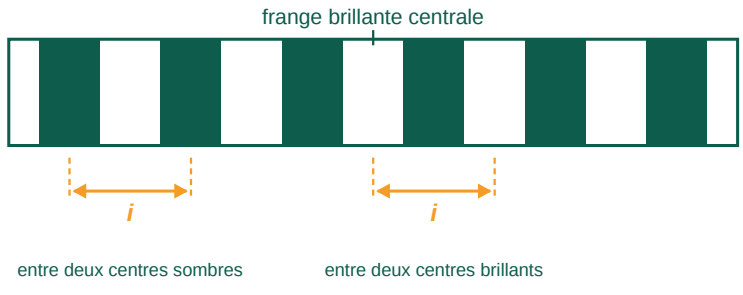
Le point B est au centre d'une frange sombre : l'intensité y est minimale, les deux ondes y arrivent en opposition de phase.

Interférences **constructives** en A, **destructives** en B.

Q8 Rappeler la définition de l'interfrange i et l'illustrer par un schéma.

L'interfrange i est la distance qui sépare les centres de deux franges brillantes consécutives (ou de deux franges sombres consécutives).

PIÈGE
Mesurer d'un bord à l'autre d'une même frange : c'est la largeur d'une frange, pas l'interfrange.



Q8 · Franges d'interférences sur l'écran : l'interfrange i

Q9 Rappeler la condition sur la différence de chemin optique pour observer des interférences constructives.

$\delta = k\,\lambda$, avec k entier relatif.

Q10 Montrer que la relation liant l'interfrange i et l'espacement b est $i = \dfrac{D}{b} \cdot \lambda$.

Au centre de la frange brillante d'ordre k, d'abscisse x_k : $\delta = k\,\lambda$ (Q9), soit $\dfrac{b}{D}\,x_k = k\,\lambda$, donc $x_k = k\,\dfrac{\lambda D}{b}$.

L'interfrange sépare deux franges brillantes consécutives :

$$i = x_{k+1} - x_k = (k+1)\,\frac{\lambda D}{b} - k\,\frac{\lambda D}{b}$$

$i = \dfrac{D}{b} \cdot \lambda$

MÉTHODE
Toujours le même enchaînement : condition d'interférences constructives, expression de δ, abscisse x_k des franges brillantes, puis différence $x_{k+1} - x_k$.

Q11 Déterminer la valeur de l'interfrange i sur le document 6 avec le plus de précision possible, en expliquant la méthode.

Pour réduire l'erreur de lecture, on mesure le plus grand nombre possible d'interfranges. Sur l'axe x, cinq points sont repérés par un trait : entre le premier et le dernier, il y a 4 interfranges.

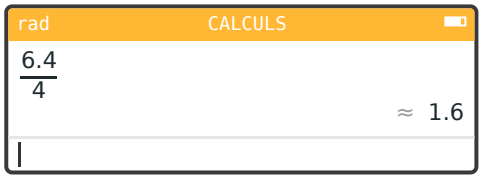
À la règle, on mesure $4\,i = 6{,}4$ cm, donc $i = \dfrac{6{,}4}{4}$.

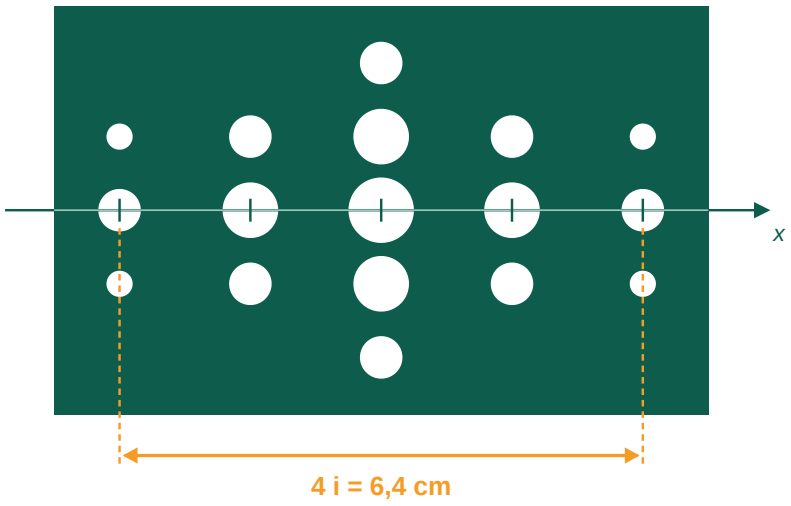
$i = 1{,}60$ cm

PIÈGE
Cinq points alignés délimitent quatre intervalles, pas cinq. Diviser par 5 fausse i de 20 %.

COMPRENDRE
Une lecture entre 6,4 et 6,6 cm est acceptable ; elle change b de quelques pourcents.

À LA CALCULATRICE





Q11 · Document 6 schématisé : on mesure quatre interfranges entre les centres extrêmes

Q12 Estimer l'incertitude-type sur cette mesure de l'interfrange, en détaillant le raisonnement.

La longueur $L = 4\,i$ est lue sur une règle graduée au millimètre, entre deux repères : on estime $u(L) = 1$ mm.

Comme $i = \dfrac{L}{4}$, l'incertitude est elle aussi divisée par 4 : $u(i) = \dfrac{u(L)}{4} = \dfrac{0{,}1}{4}$ cm.

$u(i) = 0{,}025$ cm, soit environ 0,3 mm

COMPRENDRE
C'est l'intérêt de mesurer plusieurs interfranges : l'erreur de lecture, la même pour une ou quatre interfranges, se répartit sur les quatre.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{0.1}{4} \approx 0.025$

Q13 En déduire une estimation de la valeur de l'espacement b avec son incertitude.

Données utiles $D = 0{,}60$ m ; $u(D) = 0{,}01$ m ; $\lambda = 650$ nm ; $u(\lambda) = 10$ nm ; $i = 1{,}60$ cm (Q11) ; $u(i) = 0{,}025$ cm (Q12)

D'après Q10 : $b = \dfrac{\lambda D}{i}$.

$$b = \frac{650 \times 10^{-9} \times 0{,}60}{1{,}60 \times 10^{-2}} = 2{,}44 \times 10^{-5}\ \text{m} = 24{,}4\ \mu\text{m}$$

Incertitude-type :

$$u(b) = b\sqrt{\left(\frac{0{,}01}{0{,}60}\right)^2 + \left(\frac{0{,}025}{1{,}60}\right)^2 + \left(\frac{10}{650}\right)^2} = 24{,}4 \times 0{,}0275 = 0{,}67\ \mu\text{m}$$

On arrondit l'incertitude par excès à un chiffre significatif : $u(b) = 0{,}7\ \mu\text{m}$.

$b = 24{,}4\ \mu\text{m}$ avec $u(b) = 0{,}7\ \mu\text{m}$

PIÈGE
Dans chaque rapport, numérateur et dénominateur sont dans la même unité (m et m, cm et cm, nm et nm). Le résultat s'arrête au même rang que l'incertitude.

COMPRENDRE
Une lecture de $4\,i$ décalée de 1 mm déplace b d'environ $0{,}4\ \mu\text{m}$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{0.60 \times 650 \times 10^{-9}}{1.60 \times 10^{-2}} \approx 2.4375 \times 10^{-5}$

$\sqrt{\left(\frac{0.01}{0.60}\right)^2 + \left(\frac{0.025}{1.60}\right)^2 + \left(\frac{10}{650}\right)^2} \approx 0.02754278$

$24.4 \times 0.0275 \approx 0.671$

Q14 Discuter la compatibilité de la mesure obtenue en Q13 avec le tissage d'une zone soumise à de faibles contraintes.

Données utiles valeur de référence : $b_{\text{réf}} = 25\ \mu\text{m}$; $b = 24{,}4\ \mu\text{m}$ et $u(b) = 0{,}7\ \mu\text{m}$ (Q13)

On compare l'écart à la valeur de référence avec l'incertitude-type :

$$\frac{|b - b_{\text{réf}}|}{u(b)} = \frac{25 - 24{,}4}{0{,}7} = 0{,}86$$

L'écart est inférieur à une incertitude-type, donc bien en dessous du seuil usuel de $2\,u(b)$. Par ailleurs la mesure est très éloignée de $12\ \mu\text{m}$.

La mesure est compatible avec $b = 25\ \mu\text{m}$: la portion étudiée correspond à une zone de faibles contraintes.

COMPRENDRE
Le quotient dépend de la lecture faite en Q11 : avec $4\,i = 6{,}6$ cm, il monte à environ 2, limite du critère. La mesure reste compatible.

MÉTHODE
Compatibilité d'une mesure avec une référence : calculer le quotient de l'écart par u. Jusqu'à 2 environ, la mesure est jugée compatible ; au-delà, on cherche une erreur systématique.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{25 - 24.4}{0.7} \approx 0.8571429$

Q15 Justifier que la portion de voile du document 7 est prévue pour supporter des contraintes plus fortes que celle étudiée précédemment.

Données utiles $D = 0{,}60$ m ; $\lambda = 650$ nm ; document 7 à la même échelle que le document 6

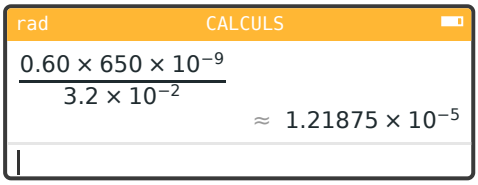
Sur le document 7, trois points sont repérés sur l'axe x : entre les deux extrêmes, on lit $2\,i' = 6{,}4$ cm, donc $i' = 3{,}2$ cm. L'interfrange est deux fois plus grand que sur le document 6.

Or $b = \dfrac{\lambda D}{i}$: à λ et D inchangés, b est inversement proportionnel à i.

$$b' = \frac{650 \times 10^{-9} \times 0{,}60}{3{,}2 \times 10^{-2}} = 1{,}2 \times 10^{-5}\ \text{m} = 12\ \mu\text{m}$$

$b' \approx 12\ \mu\text{m} < b$: le tissage est plus serré, cette portion est prévue pour des contraintes plus fortes (ici les plus fortes).

À LA CALCULATRICE



COMPRENDRE

Plus les fils sont rapprochés, plus les taches s'écartent sur l'écran : figure d'interférences et tissage varient en sens inverse.

MÉTHODE

Question à initiative : une comparaison chiffrée des deux interfranges suffit, mais calculer b' et retrouver la valeur limite du sujet rend la justification complète.