Au bonheur des hippocampes

Bac 2024 Asie Jour 1 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Nommer les trois modes de transfert thermique pouvant contribuer au refroidissement de l'eau de l'aquarium.

Les trois modes de transfert thermique sont la **conduction**, la **convection** et le **rayonnement**.

COMPRENDRE
Conduction à travers le plexiglass, de proche en proche et sans déplacement de matière ; convection par les mouvements de l'air le long des parois ; rayonnement émis par les parois vers la pièce.

Q2 Indiquer la température la plus basse que l'eau peut atteindre en l'absence de chauffage. Expliquer le raisonnement.

Données utiles $\theta_{\text{eau}} = 26\ ^\circ\text{C}$; $\theta_{\text{air}} = 20\ ^\circ\text{C}$ (constante)

Un transfert thermique se fait spontanément du corps chaud vers le corps froid : l'eau, à 26 °C, cède de l'énergie à l'air de la pièce, à 20 °C, et sa température diminue.

Ce transfert cesse lorsque les deux températures sont égales (équilibre thermique). Comme la température de l'air reste constante, c'est l'eau qui rejoint celle de l'air.

Sans chauffage, la température de l'eau ne descend pas au-dessous de $\theta_{\text{air}} = 20\ ^\circ\text{C}$.

PIÈGE
Donner 20 °C sans justification : la question demande un raisonnement. Il faut citer le sens du transfert et l'équilibre thermique.

Q3 Montrer que la résistance thermique totale R_{th} de l'aquarium a une valeur proche de $4{,}6 \times 10^{-2}\ ^\circ\text{C} \cdot \text{W}^{-1}$.

Données utiles $H = 0{,}40$ m ; $L = 0{,}60$ m ; $P = 0{,}40$ m ; $e_{\text{paroi}} = 8{,}0 \times 10^{-3}$ m ; $\lambda_{\text{PMMA}} = 0{,}17\ \text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot {}^\circ\text{C}^{-1}$

La conduction se fait par les quatre parois latérales et le couvercle, pas par le fond :

$$S_T = 2\,L\,H + 2\,P\,H + L\,P$$

$$S_T = 2 \times 0{,}60 \times 0{,}40 + 2 \times 0{,}40 \times 0{,}40 + 0{,}60 \times 0{,}40 = 1{,}04\ \text{m}^2$$

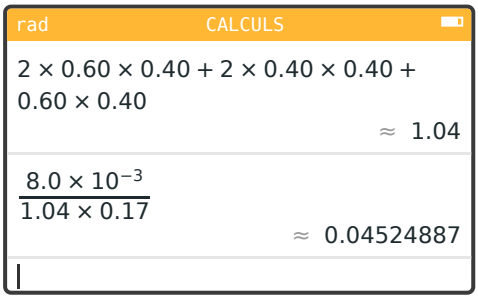
$$R_{\text{th}} = \frac{e_{\text{paroi}}}{S_T\,\lambda_{\text{PMMA}}} = \frac{8{,}0 \times 10^{-3}}{1{,}04 \times 0{,}17}$$

$R_{\text{th}} = 4{,}5 \times 10^{-2}\ ^\circ\text{C} \cdot \text{W}^{-1}$, valeur proche de $4{,}6 \times 10^{-2}\ ^\circ\text{C} \cdot \text{W}^{-1}$.

PIÈGE
Compter six faces : le fond, posé sur la table, est exclu. Garder l'épaisseur en mètres ($8{,}0 \times 10^{-3}$ m), pas en millimètres.

COMPRENDRE
Les données ont deux chiffres significatifs, le résultat aussi. On trouve $4{,}5 \times 10^{-2}$ et non $4{,}6 \times 10^{-2}$: l'énoncé dit « proche », l'écart de 2 % est accepté. On l'écrit tel quel, sans forcer le calcul.

À LA CALCULATRICE



Q4 En déduire que la puissance thermique P_{th} que le chauffage doit apporter à l'eau pour maintenir sa température vaut 130 W.

Données utiles $R_{\text{th}} = 4{,}6 \times 10^{-2}\ ^\circ\text{C} \cdot \text{W}^{-1}$; $\theta_{\text{eau}} = 26\ ^\circ\text{C}$; $\theta_{\text{air}} = 20\ ^\circ\text{C}$

La température de l'eau reste constante si le chauffage compense exactement la puissance perdue par conduction à travers les parois :

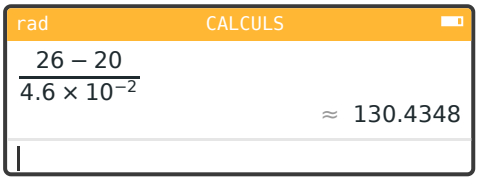
$$P_{\text{th}} = \Phi = \frac{\Delta\theta}{R_{\text{th}}} = \frac{\theta_{\text{eau}} - \theta_{\text{air}}}{R_{\text{th}}}$$

$$P_{\text{th}} = \frac{26 - 20}{4{,}6 \times 10^{-2}}$$

$P_{\text{th}} = 1{,}3 \times 10^{2}$ W, soit bien 130 W.

MÉTHODE
Température constante signifie puissance reçue égale à puissance cédée. Cette phrase de bilan doit figurer sur la copie avant le calcul : c'est elle qui justifie $P_{\text{th}} = \Phi$.

À LA CALCULATRICE



Q5 Avec le seul apport solaire (chauffage éteint), indiquer qualitativement comment évolue la température de l'eau au cours de la journée.

Données utiles $P_S = 30$ W ; $P_{\text{th}} = 130$ W (Q4)

À 26 °C, l'eau perd 130 W à travers les parois (Q4) et ne reçoit que $P_S = 30$ W du Soleil. Elle cède plus d'énergie qu'elle n'en reçoit.

La température de l'eau diminue au cours de la journée.

COMPRENDRE
La baisse ralentit peu à peu : les pertes sont proportionnelles à l'écart $\theta - \theta_{\text{air}}$, qui se réduit. La température se stabilise quand les pertes ne valent plus que 30 W.

Q6 Lister les puissances thermiques échangées par le système avec son environnement à l'instant t ; préciser pour chacune si elle est reçue ou perdue, et avec quel autre système.

Système : l'eau de l'aquarium. Le chauffage électrique est coupé.

- Puissance **reçue** du Soleil, par rayonnement : P_S.
- Puissance **perdue** vers l'air ambiant, par conduction à travers les parois et le couvercle : $\Phi = \dfrac{\theta(t) - \theta_{\text{air}}}{R_{\text{th}}}$.

Deux puissances : P_S reçue du Soleil ; $\Phi = \dfrac{\theta(t) - \theta_{\text{air}}}{R_{\text{th}}}$ perdue vers l'air ambiant.

PIÈGE
Ajouter la puissance du chauffage : il est éteint à partir de $t = 0$.

COMPRENDRE
Le premier principe donne $m\,c\,\dfrac{\text{d}\theta}{\text{d}t} = P_S - \Phi$: en remplaçant Φ, on retrouve l'équation de l'énoncé.

Q7 Estimer la valeur du temps caractéristique τ d'évolution du système.

Données utiles $m = 100$ kg ; $c = 3\,930\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot {}^\circ\text{C}^{-1}$; $R_{\text{th}} = 0{,}046\ ^\circ\text{C} \cdot \text{W}^{-1}$

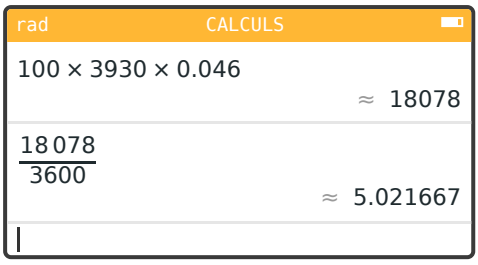
$$\tau = m\,c\,R_{\text{th}}$$

$$\tau = 100 \times 3\,930 \times 0{,}046$$

$\tau = 1{,}8 \times 10^{4}$ s, soit environ 5,0 h.

COMPRENDRE
Unité : $\text{kg} \times \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot {}^\circ\text{C}^{-1} \times {}^\circ\text{C} \cdot \text{W}^{-1} = \text{J} \cdot \text{W}^{-1} = \text{s}$, car $1\ \text{W} = 1\ \text{J} \cdot \text{s}^{-1}$. Deux chiffres significatifs, comme R_{th}.

À LA CALCULATRICE



Q8 Déterminer la température finale θ_f vers laquelle tend la température de l'aquarium si on attend suffisamment longtemps.

Données utiles $\theta_{\text{air}} = 20\ ^\circ\text{C}$; $R_{\text{th}} = 0{,}046\ ^\circ\text{C}\cdot\text{W}^{-1}$; $P_S = 30\ \text{W}$

Quand t devient très grand devant τ, $e^{-t/\tau}$ tend vers 0. Dans la solution, le premier terme s'annule et la parenthèse $\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ tend vers 1 :

$$\theta_f = \theta_{\text{air}} + R_{\text{th}}\, P_S$$

$\theta_f = 20 + 0{,}046 \times 30 = 21{,}4\ ^\circ\text{C}$

$\theta_f \approx 21\ ^\circ\text{C}$

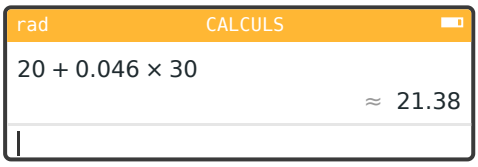
COMPRENDRE

Le Soleil ne maintient l'eau que $R_{\text{th}}\, P_S \approx 1{,}4\ ^\circ\text{C}$ au-dessus de la température de la pièce.

MÉTHODE

Autre voie : en régime permanent $\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = 0$, et l'équation différentielle donne directement $\dfrac{\theta_f}{R_{\text{th}}} = \dfrac{\theta_{\text{air}}}{R_{\text{th}}} + P_S$.

À LA CALCULATRICE



Q9 Discuter la faisabilité d'utiliser uniquement le Soleil pour maintenir la température de l'aquarium entre 24 et 28 °C dans la journée.

Données utiles $\theta_0 = 26\ ^\circ\text{C}$; $\theta_f = 21{,}4\ ^\circ\text{C}$ (Q8) ; $\tau = 1{,}8 \times 10^4$ s (Q7)

La température décroît de 26 °C vers $\theta_f \approx 21\ ^\circ\text{C}$, valeur inférieure à 24 °C : elle sort donc de l'intervalle toléré. Cherchons à quelle date.

La solution s'écrit $\theta(t) = \theta_f + (\theta_0 - \theta_f)\, e^{-t/\tau}$. On résout $\theta(t) = 24\ ^\circ\text{C}$:

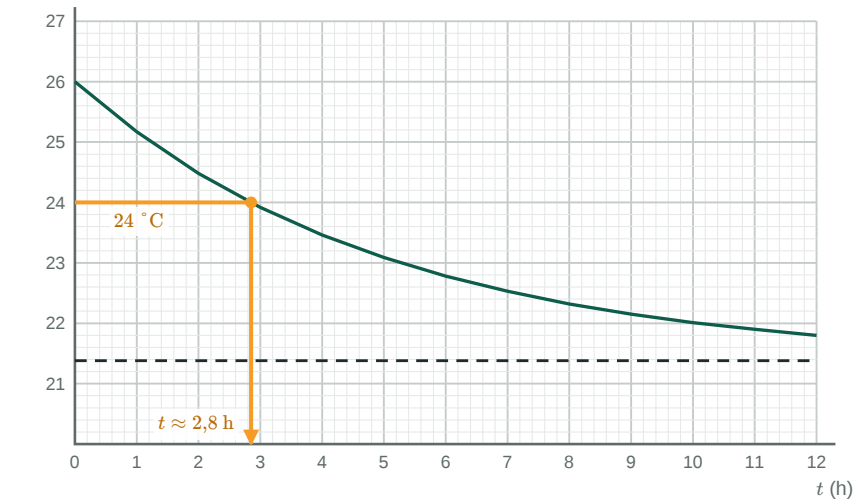
$$e^{-t/\tau} = \frac{24 - \theta_f}{\theta_0 - \theta_f} \quad \text{donc} \quad t = -\tau \ln\left(\frac{24 - \theta_f}{\theta_0 - \theta_f}\right)$$

$$t = -18\,078 \times \ln\left(\frac{24 - 21{,}38}{26 - 21{,}38}\right) = 1{,}0 \times 10^4 \text{ s, soit environ 2,8 h.}$$

Au bout d'environ 3 h, l'eau passe sous 24 °C : le Soleil seul ne suffit pas pour la journée, le chauffage électrique reste nécessaire.

PIÈGE
Se contenter de « $\theta_f < 24\ ^\circ\text{C}$ donc impossible » : θ_f n'est atteinte qu'après plusieurs τ, soit plus d'une journée. Il faut comparer la durée de passage sous 24 °C à celle d'une journée.

MÉTHODE
Sans logarithme, calculer θ à une date donnée : à $t = 8$ h, $\theta = 21{,}38 + 4{,}62 \times e^{-28\,800/18\,078} \approx 22{,}3\ ^\circ\text{C}$, déjà sous 24 °C.



Q9 · Température de l'eau au Soleil, chauffage coupé

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$(-18\,078) \times \ln\left(\frac{24 - 21.38}{26 - 21.38}\right)$

$\approx$ 10254.21