EXERCICE 3 AU BONHEUR DES HIPPOCAMPES (5 points)

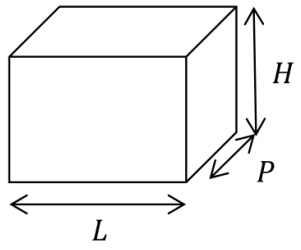
La conservation d'hippocampes en aquarium est généralement très difficile et réservée aux aquariophiles expérimentés. En effet, ces espèces sont souvent très fragiles, ont un régime alimentaire complexe et sont très sensibles aux variations de températures. Par exemple, l'hippocampe pygmée de Denise, originaire des eaux tropicales de l'océan Pacifique, vit dans des eaux salées dont la température doit rester comprise entre 24 et 28 °C.

Dans cet exercice, on s'intéresse à la régulation de la température d'un aquarium dont on voudrait qu'il puisse accueillir des hippocampes pygmées.

L'aquarium étudié est décrit dans le document 1 ci-dessous. Il est fermé par un couvercle. Ses parois latérales et son couvercle sont en plexiglass, un matériau plastique. Il est placé dans une pièce dont l'air ambiant est à une température constante de 20 °C. Cette température est sensiblement plus basse que celle de 26 °C souhaitée pour l'eau de l'aquarium.

Document 1 – Description de l'aquarium

- Hauteur : H = 0,40 m
- Largeur : L = 0,60 m
- Profondeur : P = 0,40 m
- Parois en plexiglass (PMMA) :
  - Épaisseur : e_{paroi} = 8,0 mm = 8,0 × 10^{-3} m
  - Conductivité thermique : λ_{PMMA} = 0,17 W · m^{-1} · $°C^{-1}$
- Température souhaitée pour l'eau de l'aquarium : θ_{eau} = 26 °C
- Température de l'air ambiant : θ_{air} = 20 °C (supposée constante)



Afin de stabiliser la température de l'eau, un système de chauffage électrique est introduit. Il est combiné à un dispositif de circulation d'eau pour avoir une température de l'eau uniforme dans l'aquarium.

Dans un premier temps, on souhaite déterminer la puissance que doit fournir ce système de chauffage électrique pour maintenir la température de l'eau. Pour cela, il est nécessaire d'estimer les pertes thermiques que le système de chauffage doit permettre de compenser.

On considère que les pertes thermiques se font principalement au travers des parois de l'aquarium.

Q1- Nommer les trois modes de transfert thermique pouvant contribuer au refroidissement de l'eau de l'aquarium.

Q2- Indiquer la température la plus basse que l'eau de l'aquarium est susceptible d'atteindre en l'absence de chauffage. Expliquer le raisonnement.

Dans la suite de l'exercice, on étudie plus particulièrement la contribution de la conduction thermique au travers des parois et du couvercle de l'aquarium.

À cet effet, on rappelle quelques lois dont on admet qu'elles sont valides dans la situation étudiée :

- Puissance thermique de conduction Φ (exprimée en watt) au travers d'une paroi de résistance R_{th} soumise à une différence de température $\Delta\theta$:

$$\Phi = \frac{\Delta\theta}{R_{th}}$$

- Résistance thermique R_{th} d'un ensemble de parois d'épaisseur e, et de surface totale S_T, réalisée dans un même matériau de conductivité thermique λ :

$$R_{th} = \frac{e}{S_T \cdot \lambda}$$

Par ailleurs, on considère que la conduction thermique se fait exclusivement par les parois latérales et le couvercle (la surface en contact avec la table ne contribue pas).

Q3- Montrer que la résistance thermique totale de l'aquarium, notée R_{th}, a une valeur proche de $4{,}6 \times 10^{-2}$ °C · W^{-1}.

Dans la suite de l'exercice, on utilisera : $R_{th} = 4{,}6 \times 10^{-2}$ °C · W^{-1}

Q4- En déduire que la puissance thermique P_{th} que le système de chauffage doit apporter à l'eau de l'aquarium pour maintenir la température a pour valeur P_{th} = 130 W.

Pendant la journée, en particulier en période estivale, on envisage de chauffer l'aquarium avec le rayonnement du Soleil en plaçant l'aquarium devant une fenêtre bien exposée. Cela permettrait de ne pas utiliser le système de chauffage électrique.

Dans les conditions décrites, par une belle journée d'été, on peut estimer la puissance thermique d'origine solaire absorbée par l'eau de l'aquarium à environ P_S = 30 W.

Q5- Avec cet apport énergétique (le système de chauffage étant éteint), indiquer qualitativement comment va évoluer la température de l'eau au cours de la journée.

Afin de préciser l'évolution de la température au cours de la journée, on réalise une étude dynamique. Grâce au dispositif de circulation d'eau, on suppose que la température de l'eau dans l'aquarium est la même partout. On note $\theta(t)$ cette température.

À l'instant $t = 0$:

- L'eau de l'aquarium est à la température θ_0 : $\theta(t = 0) = \theta_0 = 26$ °C.
- On place l'aquarium au Soleil. Il reçoit la puissance de rayonnement P_S = 30 W.
- On coupe le système de chauffage électrique.

Par ailleurs, on suppose que la pièce dans laquelle se trouve l'aquarium est bien isolée et régulée en température, ce qui permet de supposer que la température de l'air ambiant est constante et égale à θ_{air}= 20 °C.

On note m la masse d'eau de mer dans l'aquarium et c la capacité thermique de cette eau.

Q6- Lister les puissances thermiques échangées par le système avec son environnement à l'instant t. Pour chaque puissance, préciser si elle est reçue ou perdue, et avec quel autre système elle est échangée.

En utilisant le premier principe de la thermodynamique appliqué à l'eau de l'aquarium, on établit l'équation dynamique du système :

$$m \cdot c \cdot \frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{\theta(t)}{R_{\mathrm{th}}} = \frac{\theta_{\mathrm{air}}}{R_{\mathrm{th}}} + P_S$$

En tenant compte de la condition initiale, la solution de cette équation s'écrit :

$$\theta(t) = \theta_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + (\theta_{\mathrm{air}} + R_{\mathrm{th}} \cdot P_S) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad \text{avec} \quad \tau = m \cdot c \cdot R_{\mathrm{th}}$$

Données :

m = 100 kg ; c = 3 930 J · kg^{-1} · °C^{-1} ; θ_{air} = 20 °C ; P_S = 30 W ; R_{th} = 0,046 °C · W^{-1}.

Q7- Le temps τ est le temps caractéristique d'évolution du système. Estimer sa valeur.

Q8- Déterminer la valeur de la température finale θ_f vers laquelle tend la température de l'aquarium si on attend suffisamment longtemps.

On rappelle que la température initiale de l'aquarium est θ_0 = 26 °C.

Q9- Discuter la faisabilité d'utiliser uniquement le Soleil pour maintenir la température de l'aquarium entre 24 et 28 °C dans la journée.