Points de règlement au tennis de table

Bac 2024 Amérique du Nord Jour 2 · Exercice 1 **11 points** **Durée conseillée 1 h 55**

Q.1 Exprimer les composantes a_x et a_y du vecteur accélération $\vec{a}$ du point M, à un instant quelconque du mouvement.

Système {balle}, de masse m ; référentiel terrestre supposé galiléen.

Les frottements de l'air étant négligés, la seule force est le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical et dirigé vers le bas, alors que l'axe (Oy) est dirigé vers le haut :

$a_x = 0$ et $a_y = -g$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » : $\vec{g}$ pointe vers le bas, à l'opposé de $\vec{j}$. Donner le résultat sans le système, le référentiel et le bilan des forces fait aussi perdre des points.

Q.2 Justifier à l'aide de la figure 2 que la norme $v(t)$ du vecteur vitesse de la balle est assimilable à la valeur de sa composante verticale v_y.

Sur la chronophotographie, les positions successives de la balle sont alignées sur une même verticale : la balle ne se déplace pas selon (Ox), donc $v_x = 0$.

De plus, la balle monte : $v_y > 0$.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_y^2} = |v_y|$$

$v(t) = v_y(t)$ pendant la montée de la balle.

COMPRENDRE
L'égalité ne vaut que pendant la montée. À la descente, v_y devient négative alors qu'une norme reste positive : on aurait $v = -v_y$.

Q.3 En déduire que la vitesse $v(t)$ du point M peut être modélisée sous la forme $v(t) = -g \times t + v_0$.

Par définition, $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$. Sur l'axe (Oy) : $a_y = \dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = -g$.

On cherche une primitive : $v_y(t) = -g \times t + C$, où C est une constante.

Condition initiale : à $t = 0$, $\vec{v}_0$ est vertical vers le haut, donc $v_y(0) = v_0$, d'où $C = v_0$.

Comme $v_y(t) = v(t)$:

$v(t) = -g \times t + v_0$

MÉTHODE
Pour passer de l'accélération à la vitesse : 1) écrire $a_y = \mathrm{d}v_y/\mathrm{d}t$; 2) primitiver sans oublier la constante ; 3) trouver la constante avec la valeur à $t = 0$.

Q.4 Justifier sans calcul que ce modèle de la vitesse $v(t)$ est en accord avec les points expérimentaux de la figure 3.

Le modèle $v(t) = -g \times t + v_0$ est une fonction affine du temps, de coefficient directeur négatif $-g$ et d'ordonnée à l'origine v_0.

Sur la figure 3, les points expérimentaux sont alignés sur une droite décroissante qui ne passe pas par l'origine.

Les points de la figure 3 suivent bien une loi affine décroissante : le modèle est en accord avec l'expérience.

Q.5 En déduire une valeur de l'intensité g du champ de pesanteur terrestre local.

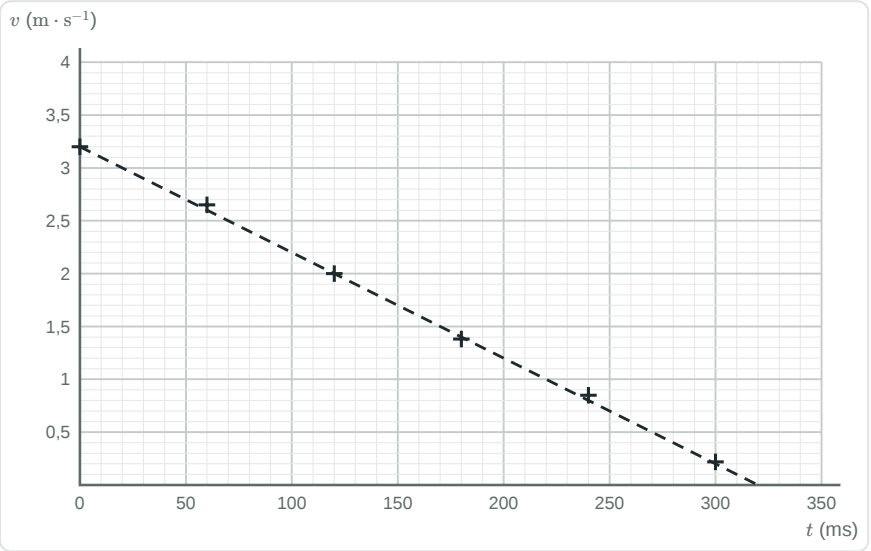
Données utiles figure 3 : points $(0\ \text{ms}\ ;\ 3{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})$ et $(300\ \text{ms}\ ;\ 0{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})$

D'après le modèle, le coefficient directeur k de la droite vaut $-g$.

On le calcule avec le premier et le dernier point, en convertissant les dates en secondes :

$$k = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} = \frac{0{,}2 - 3{,}2}{0{,}300 - 0} = -10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$g = -k = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

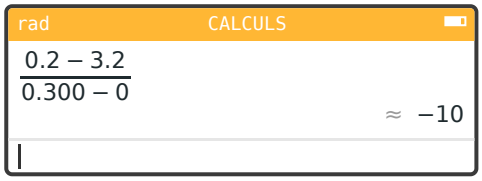


Q.5 · Figure 3 du sujet, avec la droite modèle passant par les deux points utilisés

PIÈGE
Laisser les dates en millisecondes : on trouverait $0{,}010$ au lieu de 10. Choisir deux points éloignés, cela réduit l'effet des erreurs de lecture.

COMPRENDRE
Les vitesses sont lues à $0{,}1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ près, avec deux chiffres significatifs : le résultat n'en garde pas plus de deux. Et $1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 1\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$.

À LA CALCULATRICE



Q.6 Proposer une origine à l'écart observé avec la valeur de référence $g = 9{,}81\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$.

La valeur obtenue ($10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$) est un peu supérieure à la valeur de référence ($9{,}81\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$).

Les vitesses viennent d'un pointage sur une vidéo : le repérage du centre de la balle sur chaque image et l'étalonnage des distances sont imprécis, tout comme la lecture des valeurs sur le graphique.

L'écart s'explique surtout par l'imprécision du pointage vidéo et de la lecture graphique. Les frottements de l'air, négligés dans le modèle, peuvent aussi y contribuer.

COMPRENDRE
À la montée, les frottements s'ajoutent au poids pour freiner la balle : elle ralentit plus vite, ce qui donne une valeur de g apparente plus grande, comme ici.

Q.7 Montrer que l'équation horaire de la position du point M s'écrit $y(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times t$.

Par définition, $\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}$. Sur l'axe (Oy) : $v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -g \times t + v_0$.

On cherche une primitive : $y(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times t + C'$, où C' est une constante.

Condition initiale : à $t = 0$, M est à l'origine O du repère, donc $y(0) = 0$, d'où $C' = 0$.

$$y(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times t$$

PIÈGE
Annoncer $C' = 0$ sans le justifier. C'est la phrase du sujet « M se trouve à l'origine du repère à $t = 0$ » qui le permet : il faut la citer.

Q.8 Exploiter les expressions de $y(t)$ et $v(t)$ pour justifier la formule `v_0 = np.sqrt(2*g*h_max)` de la ligne 6 du programme.

Au sommet de la trajectoire, atteint à la date t_S, la vitesse de la balle s'annule :

$v(t_S) = 0$, soit $-g \times t_S + v_0 = 0$, donc $t_S = \dfrac{v_0}{g}$.

La hauteur maximale est la position à cette date :

$$h_{MAX} = y(t_S) = -\frac{1}{2} \times g \times \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + v_0 \times \frac{v_0}{g} = -\frac{v_0^2}{2\,g} + \frac{v_0^2}{g} = \frac{v_0^2}{2\,g}$$

Donc $v_0^2 = 2 \times g \times h_{MAX}$.

$v_0 = \sqrt{2 \times g \times h_{MAX}}$, ce qui s'écrit bien `np.sqrt(2*g*h_max)` en Python.

COMPRENDRE
La masse de la balle n'intervient pas : sans frottement, toutes les balles lancées à la même vitesse montent à la même hauteur.

MÉTHODE
Hauteur maximale d'un lancer vertical : 1) la vitesse est nulle au sommet, ce qui donne la date ; 2) on reporte cette date dans $y(t)$.

Q.9 Recopier et compléter la fenêtre d'exécution avec la valeur de `h_max` correspondant à l'article 2.6.2 du règlement.

Données utiles article 2.6.2 : la balle s'élève d'au moins 16 cm

La hauteur minimale imposée est $h_{MAX} = 16$ cm $= 0{,}16$ m.

Le programme utilise $g = 9{,}81$ en unités du Système international : la hauteur se saisit en mètres, avec un point décimal.

```
h_max = 0.16
```

PIÈGE
Saisir 16 : le programme calculerait la vitesse pour une hauteur de 16 m. En Python, le séparateur décimal est le point, pas la virgule.

Q.10 Calculer la valeur minimale de v_0 que le programme va afficher.

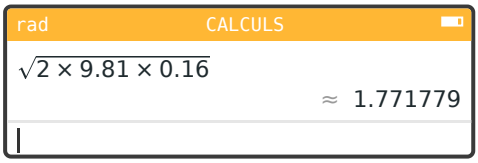
Données utiles $g = 9{,}81\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$; $h_{MAX} = 0{,}16$ m (Q.9)

$$v_0 = \sqrt{2 \times g \times h_{MAX}} = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 0{,}16}$$

$v_0 = 1{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme 16 cm. Le programme, lui, affiche toutes les décimales calculées : 1.7717787672280078.

À LA CALCULATRICE



Q.11 Compléter la ligne 8 du programme de la figure 5 afin de calculer la vitesse de lancer en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

$1\ \text{km} = 1000\ \text{m}$ et $1\ \text{h} = 3600\ \text{s}$, donc

$$1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = \frac{10^{-3}\ \text{km}}{\frac{1}{3600}\ \text{h}} = 3{,}6\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$$

La ligne 10 affiche la variable `v_ini` : c'est elle que la ligne 8 doit calculer.

Ligne 8 : `v_ini = 3.6*v_0`

PIÈGE
Diviser par 3,6 au lieu de multiplier, ou nommer la variable autrement que `v_ini` : la ligne 10 provoquerait alors une erreur.

Q.12 Associer, pour la première phase du mouvement (entre 0,00 et 0,24 s), les symboles ●, ▲ et ✚ aux énergies mécanique, cinétique et potentielle de pesanteur, en justifiant.

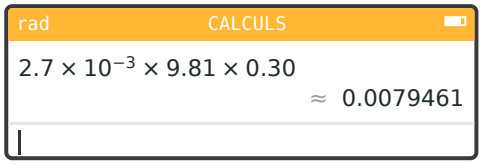
Pendant cette phase, la balle tombe.

- Elle est lâchée sans vitesse initiale puis sa vitesse augmente : l'énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ part de zéro et augmente. C'est la courbe ●.
- Son altitude y diminue : l'énergie potentielle de pesanteur $E_{pp} = m\,g\,y$ diminue jusqu'à zéro au niveau de la table. C'est la courbe ▲.
- L'énergie mécanique $E_m = E_c + E_{pp}$ est la somme des deux autres : elle est supérieure ou égale à chacune d'elles et reste presque constante. C'est la courbe ✚.

● : énergie cinétique ; ▲ : énergie potentielle de pesanteur ; ✚ : énergie mécanique.

COMPRENDRE
Vérification : $E_{pp}(0) = m\,g\,h = 2{,}7 \times 10^{-3} \times 9{,}81 \times 0{,}30 \approx 7{,}9\ \text{mJ}$, c'est bien la valeur de départ des ▲.

À LA CALCULATRICE



Q.13 Vérifier par le calcul, à l'aide de quelques données prises sur la figure 6, que l'énergie mécanique se conserve après le rebond et a une valeur proche de 6,7 mJ.

Données utiles lectures sur la figure 6 pour $t > 0{,}24$ s (● : E_c ; ▲ : E_{pp})

On calcule $E_m = E_c + E_{pp}$ à trois dates après le rebond :

- à $t \approx 0{,}255$ s : $E_m = 6{,}1 + 0{,}6 = 6{,}7$ mJ ;
- à $t \approx 0{,}29$ s : $E_m = 4{,}5 + 2{,}2 = 6{,}7$ mJ ;
- à $t \approx 0{,}32$ s : $E_m = 3{,}3 + 3{,}4 = 6{,}7$ mJ.

Aux incertitudes de lecture près, E_m garde la même valeur aux trois dates : elle se conserve et vaut environ $6{,}7$ mJ.

COMPRENDRE
Avant le rebond, $E_m \approx 7{,}9$ mJ : la balle perd environ $1{,}2$ mJ lors du choc avec la table. C'est pour cela qu'elle remonte moins haut.

Q.14 Déterminer la hauteur du rebond de la balle. Commenter.

Données utiles $E_m = 6{,}7$ mJ (Q.13) ; $m = 2{,}7$ g ; $g = 9{,}81\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$; article 2.1.3 : rebond d'environ 23 cm

Au sommet du rebond, à la hauteur h', la vitesse de la balle est nulle : $E_c = 0$, donc toute l'énergie mécanique est sous forme potentielle.

Comme E_m se conserve après le rebond : $E_m = m \times g \times h'$, soit $h' = \frac{E_m}{m \times g}$.

$$h' = \frac{6{,}7 \times 10^{-3}}{2{,}7 \times 10^{-3} \times 9{,}81} = 0{,}25\ \text{m}$$

Le règlement prévoit un rebond d'environ 23 cm pour une chute de 30 cm. On trouve 2 cm de plus, soit un écart d'environ 9 %.

$h' = 25$ cm : valeur proche des 23 cm réglementaires. Compte tenu de l'imprécision du pointage, le rebond est conforme à l'article 2.1.3.

PIÈGE
Laisser la masse en grammes ou l'énergie en millijoules sans cohérence : E_m en joules et m en kilogrammes donnent h' en mètres. « Commenter » est noté : il faut comparer aux 23 cm.

MÉTHODE
Question ouverte : 1) nommer la grandeur cherchée ; 2) dire quelle énergie s'annule au sommet ; 3) utiliser la conservation de E_m ; 4) comparer au règlement.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{6.7 \times 10^{-3}}{2.7 \times 10^{-3} \times 9.81} \approx 0.2529543$$

$$\frac{25 - 23}{23} \approx 0.08695652$$

Q.15 Expliquer pourquoi la situation illustre l'effet Doppler.

Le cinémomètre, immobile, émet une onde de fréquence f_0 vers la balle. La balle, qui est en mouvement par rapport à l'appareil, réfléchit cette onde vers le récepteur.

À cause de ce mouvement relatif, l'onde reçue a une fréquence f_R différente de la fréquence émise f_0.

Il y a un décalage de fréquence entre l'onde émise et l'onde reçue, dû au mouvement de la balle par rapport au cinémomètre : c'est l'effet Doppler.

COMPRENDRE
L'effet Doppler exige un mouvement relatif entre la source de l'onde et le récepteur. Ici, la balle joue le rôle d'une source mobile en renvoyant l'onde.

Q.16 Déterminer le signe du décalage Doppler lorsque la balle smashée s'approche du cinémomètre.

Le décalage Doppler est $\Delta f = f_R - f_0$.

Quand la balle se rapproche de l'appareil, l'onde réfléchie est reçue avec une fréquence plus grande que la fréquence émise : $f_R > f_0$.

$\Delta f = f_R - f_0 > 0$: le décalage Doppler est positif.

COMPRENDRE
Même phénomène qu'une sirène qui s'approche : le son perçu est plus aigu, sa fréquence est plus élevée. En s'éloignant, la fréquence perçue diminue et $\Delta f < 0$.

Q.17 Calculer la vitesse du smash du joueur amateur.

Données utiles $|\Delta f| = 4470$ Hz ; $f_0 = 24{,}125$ GHz $= 24{,}125 \times 10^9$ Hz ; $c_{onde} = 3{,}00 \times 10^8$ m · s^{-1}

L'onde est électromagnétique : sa célérité dans l'air est pratiquement celle de la lumière dans le vide, $c_{onde} = 3{,}00 \times 10^8$ m · s^{-1}.

On isole v dans $|\Delta f| = 2 \times f_0 \times \dfrac{v}{c_{onde}}$:

$$v = \frac{|\Delta f| \times c_{onde}}{2 \times f_0} = \frac{4470 \times 3{,}00 \times 10^8}{2 \times 24{,}125 \times 10^9}$$

$v = 27{,}8$ m · s^{-1}

PIÈGE
Oublier de convertir les gigahertz en hertz, ou oublier le facteur 2 de la formule (l'onde fait un aller-retour). Sur la calculatrice, mettre le dénominateur entre parenthèses.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme la célérité. Le décalage est minuscule devant f_0 (4470 Hz pour 24 milliards de hertz) car la balle est très lente devant la lumière.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{4470 \times 3.00 \times 10^8}{2 \times 24.125 \times 10^9} \approx 27.79275$$

Q.18 Indiquer, en justifiant, si la vitesse du smash du joueur amateur est du même ordre de grandeur que le record du monde.

Données utiles $v = 27{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (Q.17) ; record : $112{,}5\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$

On convertit la vitesse du smash : $v = 27{,}8 \times 3{,}6 = 100\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1} = 1{,}00 \times 10^2\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Le record vaut $112{,}5\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1} = 1{,}125 \times 10^2\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Les deux vitesses ont la même puissance de dix la plus proche, $10^2\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Oui : les deux vitesses sont du même ordre de grandeur, $10^2\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$. Le record n'est que 1,1 fois plus rapide.

PIÈGE

Comparer $27{,}8$ et $112{,}5$ sans les mettre dans la même unité. On peut aussi convertir le record : $112{,}5 \div 3{,}6 = 31{,}3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

À LA CALCULATRICE

