Observation d'un volcan par interférométrie satellitaire radar

Bac 2024 Amérique du Nord Jour 1 · Exercice 1 **11 points** **Durée conseillée 1 h 56**

Q.1 Indiquer les lignes du programme qui permettent de calculer les coordonnées approchées des vecteurs variation de vitesse.

Les coordonnées `delta_vx` et `delta_vy` sont calculées dans la seconde boucle `for` du programme.

Lignes 60 à 62 : la boucle (ligne 60), puis `delta_vx[i]` (ligne 61) et `delta_vy[i]` (ligne 62).

MÉTHODE
Seules les lignes 50 et 60 sont numérotées : on compte les lignes une à une à partir de ces repères, lignes vides et commentaires compris.

Q.2 Indiquer lequel des deux vecteurs tracés à une position du satellite sur la figure 2 est le vecteur variation de vitesse. Justifier.

Le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire : sur la figure 2, c'est la flèche perpendiculaire au rayon.

L'autre flèche, portée par le rayon et dirigée vers le centre de rotation, ne peut donc pas être une vitesse.

Le vecteur variation de vitesse est celui qui pointe vers le centre de la trajectoire.

COMPRENDRE
Sur un cercle parcouru à vitesse constante, la vitesse ne change que de direction : $\Delta\vec{v}$, comme l'accélération, est dirigé vers le centre.

Q.3 Montrer, à l'aide de l'échelle de la figure 2, que la valeur de l'accélération moyenne du satellite est voisine de $8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Données utiles $\Delta t = 369{,}3$ s ; échelle de la figure 2 : flèche de $5\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$

Ligne 61 : la variation de vitesse au point i est $\vec{v}_{i+1} - \vec{v}_{i-1}$, elle correspond donc à la durée $2\,\Delta t$: $a = \dfrac{\Delta v}{2\,\Delta t}$

Mesures à la règle : la flèche de l'échelle mesure 1,2 cm pour $5\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$; une flèche de variation de vitesse mesure 1,4 cm.

$$\Delta v = \frac{1{,}4}{1{,}2} \times 5 = 5{,}8\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1} = 5{,}8 \times 10^{3}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

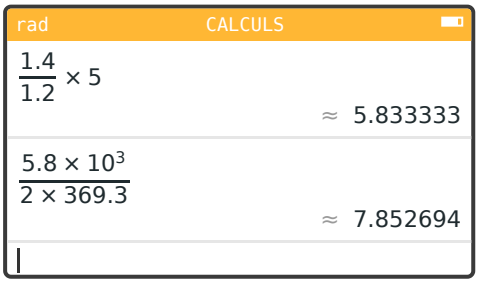
$$a = \frac{5{,}8 \times 10^{3}}{2 \times 369{,}3} = 7{,}9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$a = 7{,}9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, valeur voisine de $8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

PIÈGE
Diviser par Δt au lieu de $2\,\Delta t$ donne une valeur double. Ne pas oublier non plus de convertir les $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

COMPRENDRE
Une mesure entre 1,3 et 1,4 cm est acceptable : l'écart vient de la précision du tracé. Les longueurs dépendent de l'impression, seul leur rapport compte.

À LA CALCULATRICE

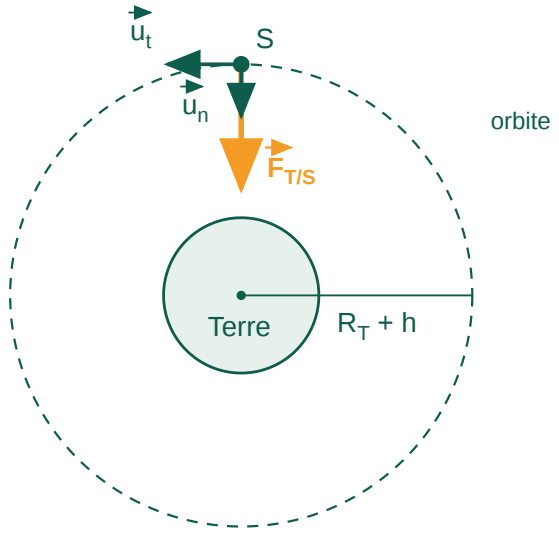


Q.4 Exprimer, dans le repère de Frenet, la force gravitationnelle exercée par la Terre sur le satellite en fonction de G, m, M_T, R_T, h. La représenter sur un schéma avec le repère de Frenet.

Le satellite est à la distance $R_T + h$ du centre de la Terre. La force est attractive, dirigée vers ce centre, donc selon $\vec{u}_n$.

$$\vec{F}_{T/S} = \frac{G\,m\,M_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{u}_n$$

PIÈGE
Écrire h^2 ou R_T^2 au dénominateur : la distance à utiliser est celle entre les centres, $R_T + h$.



Q.4 · Force gravitationnelle et repère de Frenet lié au satellite

Q.5 Établir l'expression du vecteur accélération du satellite et calculer sa norme. Comparer à la valeur obtenue à la question Q.3.

Données utiles $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ; $R_T = 6{,}37 \times 10^{6}$ m ; $h = 692$ km

Système {satellite}, de masse m constante ; référentiel géocentrique supposé galiléen ; seule force : $\vec{F}_{T/S}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $\dfrac{G\,m\,M_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{u}_n = m\,\vec{a}$, donc

$$\vec{a} = \frac{G\,M_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{u}_n$$

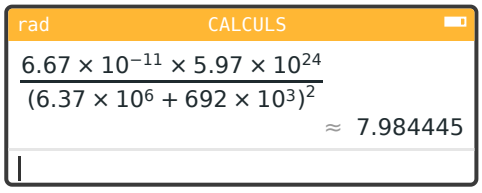
$$a = \frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}{(6{,}37 \times 10^{6} + 692 \times 10^{3})^2} = 7{,}98\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$a = 7{,}98\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$: la valeur est en accord avec celle de Q.3 ($7{,}9\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$), à la précision de la mesure graphique.

PIÈGE
Laisser h en kilomètres : il faut 692×10^3 m avant de l'ajouter à R_T.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme les données. L'accélération ne dépend pas de la masse du satellite : m se simplifie.

À LA CALCULATRICE



Q.6 Montrer que le mouvement du satellite est uniforme et établir l'expression de sa vitesse $v = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{R_T + h}}$.

Pour un mouvement circulaire de rayon $R_T + h$, dans le repère de Frenet : $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{u}_t + \dfrac{v^2}{R_T + h}\,\vec{u}_n$.

Or, d'après Q.5 : $\vec{a} = 0\,\vec{u}_t + \dfrac{G\,M_T}{(R_T + h)^2}\,\vec{u}_n$.

Par identification selon $\vec{u}_t$: $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$, donc v est constante : le mouvement est uniforme.

Par identification selon $\vec{u}_n$: $\dfrac{v^2}{R_T + h} = \dfrac{G\,M_T}{(R_T + h)^2}$, soit $v^2 = \dfrac{G\,M_T}{R_T + h}$.

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{G\,M_T}{R_T + h}}}$$

PIÈGE
Dire « l'accélération est constante donc le mouvement est uniforme » : le vecteur $\vec{a}$ tourne. C'est la composante tangentielle nulle qui prouve l'uniformité.

COMPRENDRE
Numériquement $v = 7{,}51\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$, soit $2{,}7 \times 10^4\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$: on retrouve la vitesse annoncée par l'énoncé.

Q.7 En déduire l'expression de la période de révolution du satellite en fonction de G, M_T, R_T, h. Calculer sa valeur.

Données utiles $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}}$; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ; $R_T = 6{,}37 \times 10^6$ m ; $h = 692 \times 10^3$ m

En une période T, le satellite parcourt à vitesse constante le périmètre de son orbite : $v = \dfrac{2\pi\,(R_T + h)}{T}$, donc

$$T = \frac{2\pi\,(R_T + h)}{v} = 2\pi\,(R_T + h)\sqrt{\frac{R_T + h}{G\,M_T}} = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G\,M_T}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(6{,}37 \times 10^6 + 692 \times 10^3)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}} = 5{,}91 \times 10^3\ \mathrm{s}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G\,M_T}} = 5{,}91 \times 10^3\ \mathrm{s}\text{, soit environ 98 min.}}$$

COMPRENDRE
Vérification avec la figure 2 : 16 positions séparées de $\Delta t = 369{,}3$ s font un tour complet, soit $16 \times 369{,}3 = 5{,}91 \times 10^3$ s.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$2 \times \pi \times \sqrt{\dfrac{(6.37 \times 10^6 + 692 \times 10^3)^3}{6.67 \times 10^{-11} \times 5.97 \times 10^{24}}}$ ≈ 5909.1

Q.8 Le satellite repasse tous les 46 jours à la verticale d'un même point. Déterminer le nombre d'orbites parcourues avant de repasser au-dessus de ce point.

Données utiles $T = 5{,}91 \times 10^3$ s (Q.7)

Durée entre deux passages : $\Delta t_{46} = 46 \times 24 \times 3600 = 3{,}97 \times 10^6$ s.

Nombre d'orbites, chacune de durée T :

$$N = \frac{\Delta t_{46}}{T} = \frac{46 \times 24 \times 3600}{5{,}91 \times 10^3} = 672$$

$$\boxed{N \approx 6{,}7 \times 10^2\text{ : le satellite effectue environ 670 orbites en 46 jours.}}$$

PIÈGE
Diviser des jours par des secondes : les deux durées doivent être dans la même unité.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$46 \times 24 \times 3600$ = 3 974 400

$\dfrac{46 \times 24 \times 3600}{5.91 \times 10^3}$ ≈ 672.4873

Q.9 Écrire la relation entre la longueur d'onde, la célérité et la période de l'onde, en précisant les unités.

$\lambda = c \times T$, avec λ en mètres (m), c en mètres par seconde ($\mathrm{m \cdot s^{-1}}$) et T en secondes (s).

COMPRENDRE
La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une période.

Q.10 Justifier, à l'aide de la figure 3, que les ondes émises par ALOS, de longueur d'onde 23,6 cm, appartiennent au domaine des ondes radio.

Données utiles $\lambda = 23{,}6$ cm ; $c = 3{,}00 \times 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

L'axe de la figure 3 est gradué en fréquence : $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{c}{\lambda}$

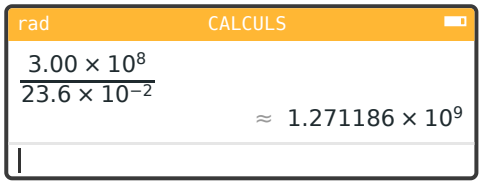
$$f = \frac{3{,}00 \times 10^8}{23{,}6 \times 10^{-2}} = 1{,}27 \times 10^9\ \mathrm{Hz}$$

Sur la figure 3, les ondes radio s'étendent de 10 kHz (10^4 Hz) à 300 GHz (3×10^{11} Hz).

$f = 1{,}27 \times 10^9\ \mathrm{Hz} = 1{,}27\ \mathrm{GHz}$, valeur comprise entre 10 kHz et 300 GHz : ce sont des ondes radio.

PIÈGE
Laisser λ en centimètres, ou chercher 23,6 cm directement sur un axe gradué en hertz.

À LA CALCULATRICE



Q.11 En exprimant les distances parcourues par l'onde radar lors du premier et du deuxième passage, établir que $\delta = 2\,d$.

L'onde fait un aller-retour entre le satellite et le sol.

Premier passage : le sol est à la distance L, l'onde parcourt $2L$.

Deuxième passage : le sol s'est contracté, il s'est éloigné de d dans l'axe de visée ; l'onde parcourt $2\,(L + d)$.

$\delta = 2\,(L + d) - 2L = 2\,d$

PIÈGE
Oublier le retour de l'onde et écrire $\delta = d$: le radar reçoit l'onde réfléchie, le supplément de trajet est parcouru deux fois.

Q.12 En déduire que les deux ondes sont en phase si $d = k \times \dfrac{\lambda}{2}$, avec k entier.

Deux ondes sont en phase (interférences constructives) si leur différence de marche est un multiple entier de la longueur d'onde : $\delta = k\,\lambda$, avec k entier.

Avec $\delta = 2\,d$ (Q.11) : $2\,d = k\,\lambda$.

$d = k \times \dfrac{\lambda}{2}$, avec k entier

COMPRENDRE
D'une frange claire à la suivante, k augmente de 1 : le sol s'est déplacé d'une demi-longueur d'onde supplémentaire, soit 11,8 cm ici.

Q.13 Déterminer l'entier k entre les points A et B et en déduire la variation d'altitude du point B, en supposant que A n'a pas subi de déplacement.

Données utiles $\lambda = 23{,}6$ cm ; figure 5

A est dans une zone claire et n'a pas bougé : $k = 0$ en A.

En allant de A vers B sur la figure 5, on traverse 6 franges sombres : B se trouve dans la sixième zone claire après celle de A, donc $k = 6$.

$$d = k \times \frac{\lambda}{2} = 6 \times \frac{23{,}6}{2} = 70{,}8 \text{ cm}$$

Le sol s'est contracté : le point B s'est éloigné du satellite, il est descendu.

$k = 6$: l'altitude du point B a diminué d'environ 71 cm (déplacement mesuré dans l'axe de visée).

PIÈGE
Compter les zones claires, point A compris, et prendre ce nombre pour k : avec 7 zones claires de A à B, il n'y a que 6 intervalles.

COMPRENDRE
Les franges du centre sont serrées et en partie masquées par la croix : un comptage à une frange près (59 à 83 cm) reste acceptable s'il est justifié.

À LA CALCULATRICE

