Exploration du ciel profond par le télescope James WEBB

Bac 2025 Polynésie Jour 2 · Exercice 1 **11 points** **Durée conseillée 1 h 56**

Q1 Indiquer les raisons pour lesquelles il n'aurait pas été judicieux de placer le télescope JWST au point de Lagrange L1.

Le point L1 se trouve entre le Soleil et la Terre.

- Le télescope n'y serait plus dans l'ombre de la Terre : il recevrait en permanence le rayonnement thermique du Soleil, dont il doit être protégé.
- Tourné vers le ciel profond, à l'opposé du Soleil, il aurait la Terre dans son champ : elle cacherait une partie du ciel à observer.

En L1, JWST serait exposé au rayonnement du Soleil et gêné par la Terre dans sa visée.

COMPRENDRE
L'énoncé donne la clé : en L2, le télescope reste toute l'année dans l'ombre portée de la Terre. Il suffit de regarder sur la figure 1 ce qui change en L1.

Q2 Représenter l'alignement du Soleil (S), de la Terre (T) et du télescope JWST (J) situé en L2, avec les distances $D_{T\text{-}S}$ et $D_{T\text{-}J}$. Calculer la distance $D_{S\text{-}J}$.

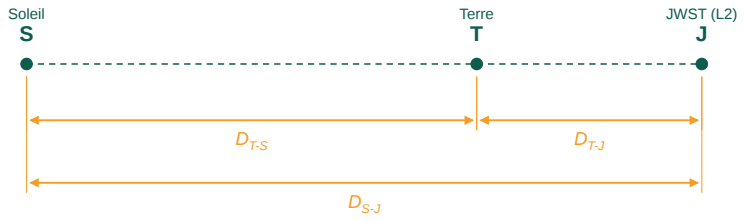
Données utiles $D_{T\text{-}S} = 149{,}6 \times 10^6$ km ; $D_{T\text{-}J} = 1{,}511 \times 10^6$ km

L2 est sur la droite Soleil-Terre, au-delà de la Terre : T est entre S et J (schéma).

$$D_{S\text{-}J} = D_{T\text{-}S} + D_{T\text{-}J} = 149{,}6 \times 10^6 + 1{,}511 \times 10^6 = 151{,}111 \times 10^6 \text{ km}$$

$$\boxed{D_{S\text{-}J} = 151{,}1 \times 10^6 \text{ km}}$$

COMPRENDRE
Pour une somme, on arrondit au rang du terme le moins précis : $149{,}6 \times 10^6$ km est connu à $0{,}1 \times 10^6$ km près, le résultat aussi. C'est la valeur reprise ensuite par l'énoncé.



Q2 · Alignement Soleil, Terre, JWST (sans souci d'échelle)

Q3 Exprimer la force d'attraction gravitationnelle $F_{T\text{-}J}$ qu'exerce la Terre sur le télescope JWST en fonction de G, m_J, M_T et $D_{T\text{-}J}$, puis la calculer.

Données utiles $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N · m^2 · kg^{-2} ; $m_J = 6{,}17 \times 10^3$ kg ; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ; $D_{T\text{-}J} = 1{,}511 \times 10^6$ km

$$F_{T\text{-}J} = G\,\frac{m_J\,M_T}{D_{T\text{-}J}^2}$$

Avec $D_{T\text{-}J} = 1{,}511 \times 10^6 \text{ km} = 1{,}511 \times 10^9 \text{ m}$:

$$F_{T\text{-}J} = 6{,}67 \times 10^{-11} \times \frac{6{,}17 \times 10^3 \times 5{,}97 \times 10^{24}}{(1{,}511 \times 10^9)^2}$$

$$\boxed{F_{T\text{-}J} = 1{,}08 \text{ N}}$$

PIÈGE
Laisser la distance en kilomètres : le résultat serait un million de fois trop grand. Avec G en N · m^2 · kg^{-2}, les distances sont en mètres.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme G, m_J et M_T, les données les moins précises du calcul.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6.17 \times 10^{3} \times 5.97 \times 10^{24}}{(1.511 \times 10^{9})^{2}} \approx 1.076109$$

Q4 Représenter sur le schéma de la question Q2, sans souci d'échelle, les vecteurs $\overrightarrow{F_{T\text{-}J}}$ et $\overrightarrow{F_{S\text{-}J}}$.

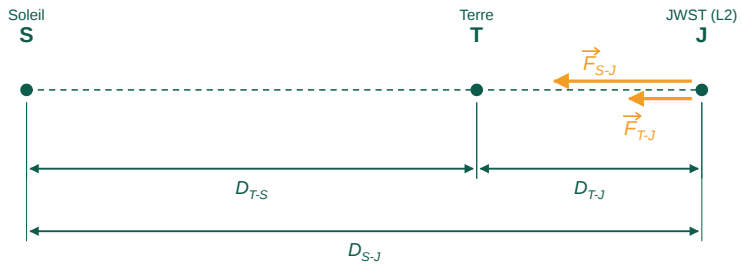
Données utiles $F_{S\text{-}J} = 35{,}9$ N ; $F_{T\text{-}J} = 1{,}08$ N (Q3)

Les deux forces s'appliquent au point J. Elles sont attractives : $\overrightarrow{F_{T\text{-}J}}$ est dirigée de J vers T et $\overrightarrow{F_{S\text{-}J}}$ de J vers S.

Comme S, T et J sont alignés avec T entre S et J, les deux vecteurs ont la même direction et le même sens. $\overrightarrow{F_{S\text{-}J}}$ est tracé plus long que $\overrightarrow{F_{T\text{-}J}}$.

Deux vecteurs d'origine J, portés par la droite (SJ), tous deux orientés vers le Soleil.

PIÈGE
Placer l'origine des vecteurs sur la Terre ou le Soleil. Une force se représente sur le corps qui la subit, ici le télescope.



Q4 · Les deux forces subies par JWST, dirigées vers la Terre et le Soleil

Q5 Vérifier que la valeur de la force résultante $\vec{F} = \overrightarrow{F_{T\text{-}J}} + \overrightarrow{F_{S\text{-}J}}$ vaut approximativement $F = 37{,}0$ N.

Données utiles $F_{S\text{-}J} = 35{,}9$ N ; $F_{T\text{-}J} = 1{,}08$ N (Q3)

Les deux forces ont la même direction et le même sens (Q4) : leurs valeurs s'ajoutent.

$F = F_{T\text{-}J} + F_{S\text{-}J} = 1{,}08 + 35{,}9 = 36{,}98$ N

$F = 36{,}98$ N $\approx 37{,}0$ N : c'est la valeur attendue.

PIÈGE
Additionner les valeurs sans justification. La norme d'une somme de vecteurs n'est la somme des normes que si les vecteurs ont même direction et même sens : il faut l'écrire.

Q6 Exprimer la distance effective D_{eff} en fonction de M_S, M_T, $D_{S\text{-}J}$ et $D_{T\text{-}J}$ et vérifier que $D_{\text{eff}} = 1{,}49 \times 10^{11}$ m.

Données utiles $M_S = 1{,}99 \times 10^{30}$ kg ; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ; $D_{S\text{-}J} = 151{,}1 \times 10^{9}$ m ; $D_{T\text{-}J} = 1{,}511 \times 10^{9}$ m

On égale les deux expressions de F et on simplifie par $G\,m_J$:

$$\frac{M_S}{D_{\text{eff}}^2} = \frac{M_S}{D_{S\text{-}J}^2} + \frac{M_T}{D_{T\text{-}J}^2}$$

$$D_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{M_S}{\dfrac{M_S}{D_{S\text{-}J}^2} + \dfrac{M_T}{D_{T\text{-}J}^2}}}$$

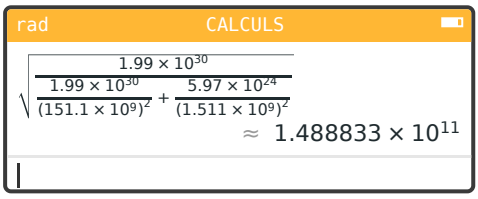
$$D_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1{,}99 \times 10^{30}}{\dfrac{1{,}99 \times 10^{30}}{(151{,}1 \times 10^{9})^2} + \dfrac{5{,}97 \times 10^{24}}{(1{,}511 \times 10^{9})^2}}} = 1{,}489 \times 10^{11}\ \text{m}$$

$D_{\text{eff}} = 1{,}49 \times 10^{11}$ m : c'est la valeur attendue.

COMPRENDRE
D_{eff} est un peu plus petite que $D_{S\text{-}J}$: tout se passe comme si le Soleil agissait seul, mais d'un peu plus près, ce qui compense l'attraction supplémentaire de la Terre.

MÉTHODE
Saisir le dénominateur entre parenthèses et convertir les deux distances en mètres avant de taper : $151{,}1 \times 10^{6}\ \text{km} = 151{,}1 \times 10^{9}\ \text{m}$.

À LA CALCULATRICE



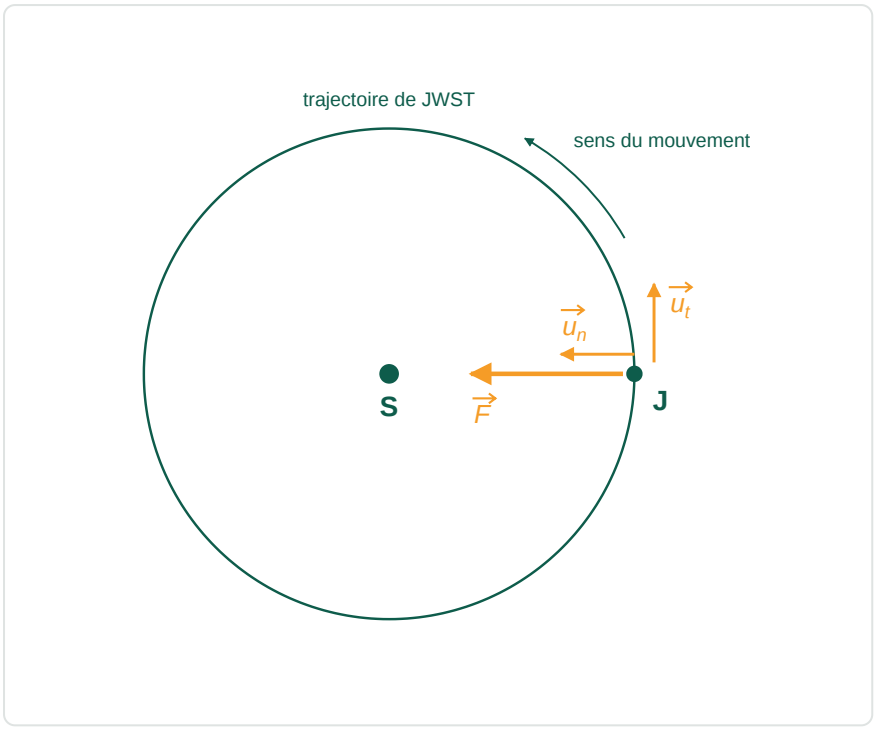
Q7 Sur un schéma de la trajectoire circulaire du télescope, représenter sans souci d'échelle les vecteurs $\overrightarrow{u_n}$ et $\overrightarrow{u_t}$ du repère de Frenet au niveau du télescope JWST, ainsi que la force $\overrightarrow{F}$.

Au point J de la trajectoire circulaire de centre S :

- $\overrightarrow{u_t}$ est tangent au cercle, dans le sens du mouvement ;
- $\overrightarrow{u_n}$ est perpendiculaire à $\overrightarrow{u_t}$, porté par le rayon et orienté vers le centre S ;
- $\overrightarrow{F}$ a son origine en J et pointe vers S : elle a la direction et le sens de $\overrightarrow{u_n}$.

$\overrightarrow{u_t}$ tangent, $\overrightarrow{u_n}$ et $\overrightarrow{F}$ dirigés de J vers S.

PIÈGE
Orienter $\overrightarrow{u_n}$ vers l'extérieur du cercle. Le vecteur normal du repère de Frenet pointe toujours vers le centre de la trajectoire.



Q7 · Repère de Frenet au niveau de JWST et force résultante

Q8 Donner l'expression de l'accélération normale a_n du télescope JWST en fonction de la vitesse v et du rayon de la trajectoire $D_{S\text{-}J}$.

Pour un mouvement circulaire de rayon $D_{S\text{-}J}$, dans le repère de Frenet :

$$a_n = \frac{v^2}{D_{S\text{-}J}}$$

PIÈGE
Écrire D_{eff} au dénominateur. L'accélération normale fait intervenir le rayon réel du cercle parcouru, $D_{S\text{-}J}$; D_{eff} ne sert qu'à exprimer la force.

Q9 En appliquant la deuxième loi de Newton dans le référentiel d'étude, supposé galiléen, déterminer l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ du centre de masse du télescope JWST en fonction de G, M_S, D_{eff} et $\overrightarrow{u_n}$.

Système {télescope JWST}, de masse m_J constante ; référentiel héliocentrique supposé galiléen ; force extérieure : la résultante $\overrightarrow{F}$ des attractions du Soleil et de la Terre.

Deuxième loi de Newton : $\sum \overrightarrow{F}_{\text{ext}} = m_J\,\vec{a}$, soit

$$G\frac{m_J\,M_S}{D_{\text{eff}}^2}\overrightarrow{u_n} = m_J\,\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{G\,M_S}{D_{\text{eff}}^2}\overrightarrow{u_n}$$

COMPRENDRE
La masse m_J se simplifie : l'accélération, donc le mouvement, ne dépend pas de la masse du télescope.

MÉTHODE
Toujours annoncer le système, le référentiel et le bilan des forces avant d'écrire la deuxième loi de Newton : ces trois lignes sont notées.

Q10 Montrer que la vitesse v du télescope JWST s'écrit $v = \sqrt{\dfrac{G\,M_S\,D_{S\text{-}J}}{D_{\text{eff}}^2}}$.

Dans le repère de Frenet : $\vec{a} = \dfrac{v^2}{D_{S\text{-}J}}\overrightarrow{u_n} + \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{u_t}$.

D'après Q9 : $\vec{a} = \dfrac{G\,M_S}{D_{\text{eff}}^2}\overrightarrow{u_n}$.

Par identification selon $\overrightarrow{u_n}$:

$$\frac{v^2}{D_{S\text{-}J}} = \frac{G\,M_S}{D_{\text{eff}}^2} \quad \text{donc} \quad v^2 = \frac{G\,M_S\,D_{S\text{-}J}}{D_{\text{eff}}^2}$$

$v = \sqrt{\dfrac{G\,M_S\,D_{S\text{-}J}}{D_{\text{eff}}^2}}$: c'est l'expression attendue.

COMPRENDRE

Selon $\overrightarrow{u_t}$, l'identification donne $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$: la vitesse est constante, le mouvement circulaire est uniforme. C'est ce qui autorise $v = \dfrac{2\pi D_{S\text{-}J}}{T}$ à la question suivante.

Q11 En déduire que la période de révolution du télescope JWST est $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{D_{S\text{-}J}\,D_{\text{eff}}^2}{G\,M_S}}$. Calculer sa valeur en jours et vérifier la cohérence avec la valeur attendue.

Données utiles $D_{S\text{-}J} = 151{,}1 \times 10^9$ m ; $D_{\text{eff}} = 1{,}49 \times 10^{11}$ m (Q6) ; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N · m^2 · kg^{-2} ; $M_S = 1{,}99 \times 10^{30}$ kg

Le mouvement est uniforme : en une période T, le télescope parcourt le périmètre $2\pi D_{S\text{-}J}$ du cercle, donc $T = \dfrac{2\pi D_{S\text{-}J}}{v}$.

$$T = 2\pi D_{S\text{-}J}\sqrt{\frac{D_{\text{eff}}^2}{G\,M_S\,D_{S\text{-}J}}} = 2\pi\sqrt{\frac{D_{S\text{-}J}^2\,D_{\text{eff}}^2}{G\,M_S\,D_{S\text{-}J}}} = 2\pi\sqrt{\frac{D_{S\text{-}J}\,D_{\text{eff}}^2}{G\,M_S}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{151{,}1\times10^9\times(1{,}49\times10^{11})^2}{6{,}67\times10^{-11}\times1{,}99\times10^{30}}} = 3{,}16\times10^7 \text{ s}$$

En jours : $T = \dfrac{3{,}16\times10^7}{24\times3600} \approx 366$ jours.

Placé en un point de Lagrange, le télescope doit tourner autour du Soleil avec la même période que la Terre, soit environ 365 jours. L'écart est inférieur à 0,5 % : le résultat est cohérent.

$T = 3{,}16\times10^7$ s ≈ 366 jours, soit un an, comme la Terre.

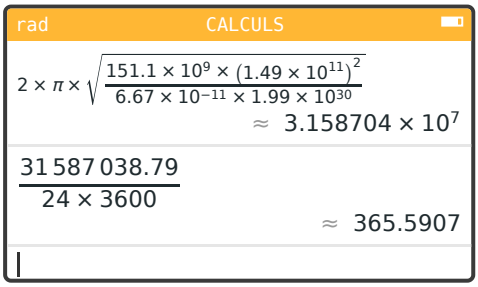
COMPRENDRE

Avec la valeur non arrondie de D_{eff} (Q6), on obtient 365,3 jours. Selon l'arrondi gardé, 365 ou 366 jours sont recevables : dans les deux cas, la période est d'un an.

MÉTHODE

Pour entrer $D_{S\text{-}J}$ sous la racine, l'écrire $\sqrt{D_{S\text{-}J}^2}$, puis simplifier par $D_{S\text{-}J}$.

À LA CALCULATRICE



Q12 Indiquer, en justifiant, la raison pour laquelle seule la raie H_α de l'atome d'hydrogène émise par la galaxie TGS153Z170 peut être observée par le télescope JWST.

Données utiles JWST sensible de 0,6 µm à 28 µm ; spectre de la galaxie : H_γ à 451 nm, H_β à 507 nm, H_α à 683 nm

Le télescope détecte les longueurs d'onde comprises entre $0{,}6\ \mu\text{m} = 600\ \text{nm}$ et $28\ \mu\text{m} = 28\,000\ \text{nm}$.

Sur le spectre de la galaxie : $451\ \text{nm} < 600\ \text{nm}$ et $507\ \text{nm} < 600\ \text{nm}$, alors que $600\ \text{nm} < 683\ \text{nm} < 28\,000\ \text{nm}$.

Seule la raie H_α reçue à 683 nm se trouve dans le domaine de sensibilité de JWST.

PIÈGE
Lire les longueurs d'onde sur le spectre du laboratoire. Ce que reçoit le télescope, ce sont les raies décalées du spectre de la galaxie.

Q13 Préciser si la valeur de f'_H est plus grande ou plus petite que la valeur de f_H et indiquer si la galaxie TGS153Z170 s'éloigne ou se rapproche de la Terre.

Données utiles raie H_α : $\lambda_H = 656$ nm au laboratoire ; $\lambda'_H = 683$ nm pour la galaxie

Les spectres donnent $\lambda'_H = 683\ \text{nm} > \lambda_H = 656\ \text{nm}$.

Or $f = \dfrac{c}{\lambda}$: la fréquence diminue quand la longueur d'onde augmente, donc $f'_H < f_H$.

Par effet Doppler, une fréquence reçue plus petite que la fréquence émise indique que la source s'éloigne de l'observateur.

f'_H est plus petite que f_H : la galaxie s'éloigne de la Terre.

COMPRENDRE
Toutes les raies sont décalées vers les grandes longueurs d'onde, c'est-à-dire vers le rouge : c'est le décalage vers le rouge évoqué par le texte, signature d'un éloignement.

Q14 À l'aide de la formule (1), exprimer puis calculer la vitesse de déplacement v_{Gal} de la galaxie TGS153Z170 par rapport à la Terre.

Données utiles $\lambda_H = 656$ nm ; $\lambda'_H = 683$ nm ; $c = 3{,}00 \times 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

$\lambda'_H = \lambda_H \left(1 + \dfrac{v_{Gal}}{c}\right)$ donne $\dfrac{\lambda'_H}{\lambda_H} = 1 + \dfrac{v_{Gal}}{c}$, d'où

$$v_{Gal} = c\left(\frac{\lambda'_H}{\lambda_H} - 1\right)$$

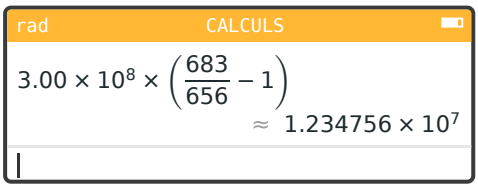
$$v_{Gal} = 3{,}00 \times 10^8 \times \left(\frac{683}{656} - 1\right)$$

$v_{Gal} = 1{,}23 \times 10^7\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

PIÈGE
Inverser le rapport : $\dfrac{656}{683} - 1$ donne une vitesse négative, incompatible avec l'éloignement établi à la question précédente.

COMPRENDRE
Le rapport des deux longueurs d'onde est sans unité : on peut les laisser en nanomètres. La galaxie s'éloigne à environ 4 % de la célérité de la lumière.

À LA CALCULATRICE



Q15 Calculer, en mégaparsecs puis en mètres, la distance D à laquelle la galaxie TGS153Z170 se trouve de la Terre.

Données utiles $v_{Gal} = 1{,}235 \times 10^{7}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (Q14, valeur non arrondie) ; $H_0 = 70 \times 10^{3}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$; $1\ \text{Mpc} = 3{,}1 \times 10^{22}\ \text{m}$

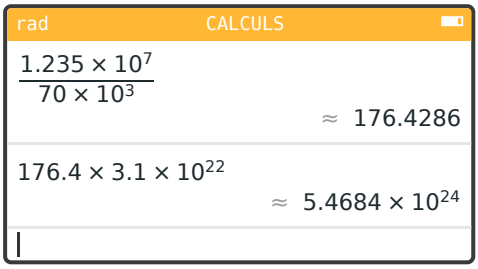
Loi de Hubble-Lemaître : $v_{Gal} = H_0\, D$, donc $D = \dfrac{v_{Gal}}{H_0}$.

$$D = \frac{1{,}235 \times 10^{7}}{70 \times 10^{3}} = 176{,}4\ \text{Mpc} \approx 1{,}8 \times 10^{2}\ \text{Mpc}$$

En mètres : $D = 176{,}4 \times 3{,}1 \times 10^{22} = 5{,}5 \times 10^{24}\ \text{m}$.

$$\boxed{D = 1{,}8 \times 10^{2}\ \text{Mpc} = 5{,}5 \times 10^{24}\ \text{m}}$$

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Convertir à partir de la valeur arrondie $1{,}8 \times 10^{2}$ Mpc donne $5{,}6 \times 10^{24}$ m. On garde les valeurs intermédiaires non arrondies et on arrondit seulement à la fin.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs seulement, comme H_0 et la valeur du mégaparsec. H_0 étant donnée en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$, le quotient sort directement en mégaparsecs.