# La physique au service du vigneron

Bac 2025 Métropole Septembre Jour 1 · Exercice 1 **11 points** **Durée conseillée 1 h 55**

**Q1** Expliquer pourquoi ce capteur ne peut pas être utilisé dans un liquide isolant.

Un condensateur associe deux conducteurs, les armatures, que sépare une couche isolante. Ici, la tige est la première armature et le liquide est la seconde.

Un liquide isolant ne peut pas jouer le rôle d'armature : il n'y a plus de condensateur, donc plus de mesure possible.

**COMPRENDRE**
Les charges doivent pouvoir s'accumuler de part et d'autre de la couche isolante : il faut un conducteur de chaque côté.

**Q2** Préciser si la capacité $C$ du condensateur augmente ou diminue lorsque la hauteur $h$ de liquide augmente.

**Données utiles** $S_C = h \cdot \ell$ ; $C = \dfrac{\varepsilon \cdot S_C}{e}$

$$C = \frac{\varepsilon \cdot S_C}{e} = \frac{\varepsilon \cdot \ell}{e} \cdot h$$

Les grandeurs $\varepsilon$, $\ell$ et $e$ sont constantes : $C$ est proportionnelle à $h$.

Lorsque $h$ augmente, la capacité $C$ augmente.

**COMPRENDRE**
C'est le principe du capteur : mesurer $C$ revient à mesurer le niveau $h$ du liquide dans la cuve.

**Q3** Montrer que, lors de la charge, la tension $u_C(t)$ vérifie l'équation différentielle $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_C}{R \cdot C} = \dfrac{E}{R \cdot C}$.

Interrupteur en position 2, loi des mailles : $u_R(t) + u_C(t) = E$.

Loi d'Ohm : $u_R(t) = R \cdot i(t)$.

Pour le condensateur : $i(t) = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ avec $q(t) = C \cdot u_C(t)$ et $C$ constante, donc $i(t) = C \cdot \dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

En remplaçant : $R \cdot C \cdot \dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E$.

En divisant par $R \cdot C$ :

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C}{R \cdot C} = \frac{E}{R \cdot C}$$

**PIÈGE**
Les flèches de $u_R$ et $u_C$ s'opposent au sens de $i$ sur le schéma (convention récepteur) : aucun signe « $-$ » dans la loi d'Ohm ni dans $i = C \cdot \dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

**MÉTHODE**
Circuit RC, toujours les trois mêmes étapes : loi des mailles, loi d'Ohm, puis $i = C \cdot \dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$. On termine en divisant par $R \cdot C$ pour isoler la dérivée.

**Q4** La tension $u_C(t) = A \cdot \mathrm{e}^{-t/\tau} + B$ est solution de cette équation. Déterminer les expressions de $A$, $B$ et $\tau$ en fonction de $E$, $R$ et $C$.

On dérive : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{A}{\tau} \cdot \mathrm{e}^{-t/\tau}$.

On reporte dans l'équation différentielle :

$$A \cdot \mathrm{e}^{-t/\tau} \cdot \left(\frac{1}{R \cdot C} - \frac{1}{\tau}\right) + \frac{B}{R \cdot C} = \frac{E}{R \cdot C}$$

L'égalité doit être vraie à chaque instant $t$, ce qui impose :

- $\dfrac{1}{R \cdot C} - \dfrac{1}{\tau} = 0$, soit $\tau = R \cdot C$ ;
- $\dfrac{B}{R \cdot C} = \dfrac{E}{R \cdot C}$, soit $B = E$.

Condition initiale : le condensateur est déchargé à $t = 0$, donc $u_C(0) = A + B = 0$, soit $A = -E$.

$\tau = R \cdot C$ ; $B = E$ ; $A = -E$, d'où $u_C(t) = E \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-t/(R \cdot C)}\right)$

**PIÈGE**
Oublier la condition initiale et laisser $A$ indéterminée, ou écrire $A = E$ : la tension partirait alors de $2E$ au lieu de $0$.

**MÉTHODE**
Deux outils : l'équation différentielle fixe $\tau$ et $B$ ; la condition initiale fixe $A$. Vérification rapide : quand $t$ devient grand, $u_C$ tend vers $B = E$, la tension du générateur.

**Q5** À l'aide des figures 5 et 6, déterminer la hauteur $h_{\text{test}}$ de liquide utilisée dans la première expérience.

**Données utiles** $E = 5{,}0$ V ; $R = 6{,}0 \times 10^6\ \Omega$ ; $\tau = R \cdot C$ (Q4)

**Démarche** : la figure 5 donne le temps caractéristique $\tau$, d'où la capacité $C = \dfrac{\tau}{R}$ ; la figure 6 donne ensuite la hauteur associée à cette capacité.

**Temps caractéristique.** À $t = \tau$ : $u_C(\tau) = E \cdot (1 - \mathrm{e}^{-1}) = 0{,}63 \times E = 0{,}63 \times 5{,}0 = 3{,}15$ V.

Sur la figure 5, la tension atteint $3{,}15$ V à la date $\tau = 0{,}11$ s.

**Capacité.** $C = \dfrac{\tau}{R} = \dfrac{0{,}11}{6{,}0 \times 10^6} = 1{,}8 \times 10^{-8}\ \text{F} = 18\ \text{nF}$

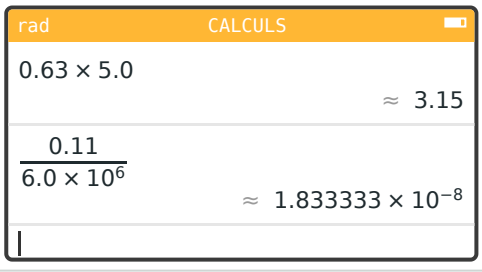
**Hauteur.** Sur la droite de la figure 6, l'ordonnée $C = 18$ nF correspond à l'abscisse $h = 12$ cm.

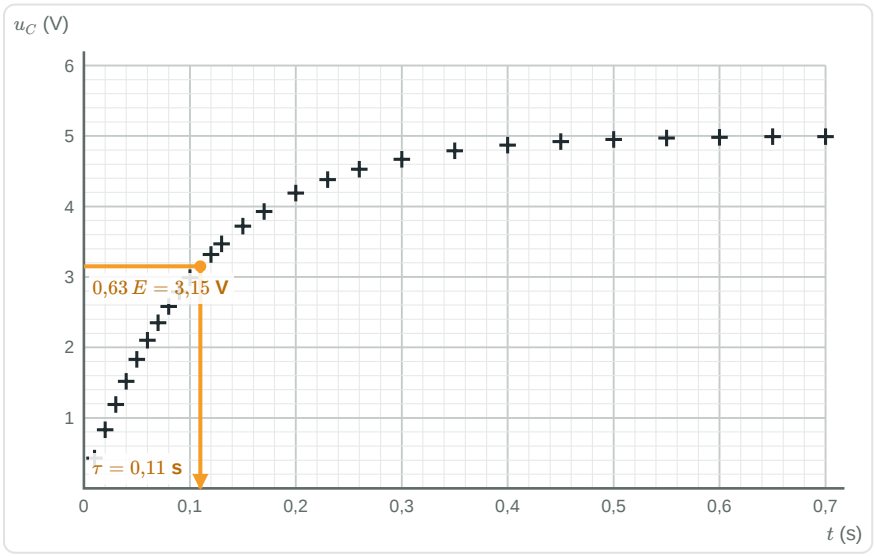
$h_{\text{test}} \approx 12$ cm

**PIÈGE**
La droite de la figure 6 ne passe pas par l'origine (elle coupe l'axe vers 1 nF) : il faut lire $h$ sur le graphique, sans passer par une simple proportionnalité.

**COMPRENDRE**
Chiffres significatifs : $\tau$ et $R$ en ont deux, $C$ aussi. La lecture graphique de $\tau$ est peu précise : toute valeur de $h_{\text{test}}$ entre 11 cm et 13 cm, obtenue par une démarche correcte, est recevable.

**À LA CALCULATRICE**




**Q5** · Figure 5 du sujet, avec la lecture de $\tau$ à 63 % de $E$

**Q6** Indiquer, en justifiant, le sens du transfert thermique entre le jus et l'air extérieur lors de la fermentation alcoolique.

**Données utiles** $\theta_{\text{jus}} = 18\ °\text{C}$ ; $\theta_{\text{ext}} = 22\ °\text{C}$

$\theta_{\text{ext}} > \theta_{\text{jus}}$ : l'air extérieur est plus chaud que le jus. Un transfert thermique s'effectue spontanément du corps le plus chaud vers le corps le plus froid.

Le transfert thermique a lieu de l'air extérieur vers le jus, à travers les parois de la cuve.

**COMPRENDRE**
Le jus reçoit cette énergie : le flux $\Phi_P$ est compté positivement pour le système {jus de raisin}, comme l'indique la flèche de la figure 7.

**Q7** Calculer la valeur du flux thermique global $\Phi_P$ à travers les parois de la cuve de stockage.

**Données utiles** $A = 12\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ ; $S = 9\ \text{m}^2$ ; $\theta_{\text{ext}} = 22\ °\text{C}$ ; $\theta_{\text{jus}} = 18\ °\text{C}$

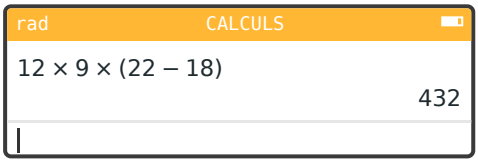
$\Phi_P = A \cdot S \cdot (\theta_{\text{ext}} - \theta_{\text{jus}})$

$\Phi_P = 12 \times 9 \times (22 - 18) = 432\ \text{W}$

$\Phi_P = 432\ \text{W} \approx 4 \times 10^2\ \text{W}$

**COMPRENDRE**
Un écart de température a la même valeur en °C et en K : inutile de convertir. $S = 9\ \text{m}^2$ n'a qu'un chiffre significatif, d'où l'arrondi ; on garde 432 W pour la suite des calculs.

**À LA CALCULATRICE**




**Q8** Calculer la puissance $P_F$ dégagée par la fermentation du jus de raisin dans la cuve de stockage entièrement remplie.

**Données utiles** $P_F = 0{,}127 \cdot m_{\text{jus}}$ ; $V = 2\ \text{m}^3$ ; $\rho_{\text{jus}} = 1\,090\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$

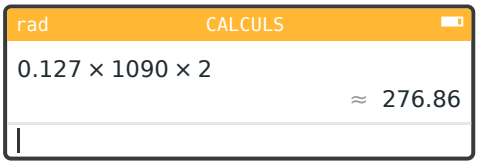
Cuve pleine : $m_{\text{jus}} = \rho_{\text{jus}} \cdot V$, donc $P_F = 0{,}127 \cdot \rho_{\text{jus}} \cdot V$.

$P_F = 0{,}127 \times 1\,090 \times 2 = 277\ \text{W}$

$P_F = 277\ \text{W} \approx 3 \times 10^2\ \text{W}$

**PIÈGE**
La loi empirique attend une masse en kg : il faut d'abord passer du volume de la cuve à la masse de jus, soit 2 180 kg.

**À LA CALCULATRICE**




**Q9** Déterminer la valeur de la puissance thermique $P$ de l'échangeur interne permettant de maintenir constante la température du jus. Interpréter le signe de $P$.

**Données utiles** $C_J \cdot \Delta\theta = (\Phi_P + P + P_F) \cdot \Delta t$ ; $\Phi_P = 432\ \text{W}$ (Q7) ; $P_F = 277\ \text{W}$ (Q8)

La température du jus reste constante : $\Delta\theta = 0$, donc $(\Phi_P + P + P_F) \cdot \Delta t = 0$.

Comme $\Delta t \neq 0$ : $\Phi_P + P + P_F = 0$, soit $P = -\Phi_P - P_F$.

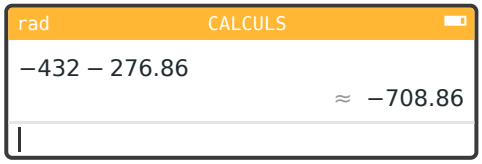
$P = -432 - 277 = -709\ \text{W}$

$P < 0$ : le jus cède de l'énergie à l'échangeur. Celui-ci fonctionne en refroidissement : il évacue l'énergie apportée par l'air extérieur et celle dégagée par la fermentation.

$P = -709\ \text{W} \approx -7 \times 10^2\ \text{W}$ : l'échangeur doit refroidir le jus.

**COMPRENDRE**
Les puissances sont algébriques, comptées positivement quand le système {jus de raisin} reçoit de l'énergie. Deux apports positifs doivent être compensés par un terme négatif.

**À LA CALCULATRICE**



**Q10** Identifier les deux forces agissant sur le système {mustimètre} en équilibre dans le jus de raisin.

- Le poids $\overrightarrow{P}$ du mustimètre : vertical, vers le bas, de valeur $P = m_0 \cdot g$.
- La poussée d'Archimède $\overrightarrow{\pi_A}$ exercée par le jus : verticale, vers le haut, de valeur $\pi_A = \rho_{\text{jus}} \cdot V \cdot g$.

Le mustimètre est soumis à son poids et à la poussée d'Archimède exercée par le jus.

**Q11** Montrer que la hauteur immergée du tube fin s'écrit $h_T = \dfrac{m_0}{\rho_{\text{jus}} \cdot S_T} - \dfrac{V_0}{S_T}$.

Le mustimètre est immobile dans le référentiel terrestre supposé galiléen. D'après le principe d'inertie, les forces se compensent : $\overrightarrow{P} + \overrightarrow{\pi_A} = \overrightarrow{0}$, donc $P = \pi_A$.

$m_0 \cdot g = \rho_{\text{jus}} \cdot V \cdot g$, soit $m_0 = \rho_{\text{jus}} \cdot V$.

Volume immergé : le tube large en entier et une hauteur $h_T$ du tube fin, soit $V = V_0 + S_T \cdot h_T$.

$m_0 = \rho_{\text{jus}} \cdot (V_0 + S_T \cdot h_T)$, d'où $S_T \cdot h_T = \dfrac{m_0}{\rho_{\text{jus}}} - V_0$.

$$h_T = \frac{m_0}{\rho_{\text{jus}} \cdot S_T} - \frac{V_0}{S_T}$$

**PIÈGE**
Dans la poussée d'Archimède, $V$ est le volume immergé seulement, et $\rho$ la masse volumique du jus, pas celle du mustimètre.

**MÉTHODE**
Corps flottant à l'équilibre : poids = poussée d'Archimède, puis on exprime le volume immergé à l'aide de la géométrie de l'objet.

**Q12** Justifier qualitativement que le mustimètre s'enfonce lorsque la masse volumique du jus diminue.

Dans $h_T = \dfrac{m_0}{\rho_{\text{jus}} \cdot S_T} - \dfrac{V_0}{S_T}$, les grandeurs $m_0$, $S_T$ et $V_0$ sont constantes.

Si $\rho_{\text{jus}}$ diminue, le quotient $\dfrac{m_0}{\rho_{\text{jus}} \cdot S_T}$ augmente, tandis que $\dfrac{V_0}{S_T}$ ne change pas.

$h_T$ augmente : le mustimètre s'enfonce davantage.

**COMPRENDRE**
Physiquement : le poids ne change pas, la poussée doit rester égale au poids. Avec un liquide moins dense, il faut déplacer un plus grand volume de liquide.

**Q13** Déterminer la masse volumique minimale $\rho_{\text{jus,min}}$ que peut mesurer ce mustimètre.

**Données utiles** $m_0 = 55$ g ; $V_0 = 49$ mL ; $S_T = 5 \times 10^{-5}$ m$^2$ ; $h_T$ entre 1 cm et 14 cm

D'après Q12, la masse volumique la plus faible correspond à l'enfoncement le plus grand : $h_T = 14$ cm $= 0{,}14$ m.

D'après Q11, $m_0 = \rho_{\text{jus}} \cdot (V_0 + S_T \cdot h_T)$, donc $\rho_{\text{jus,min}} = \dfrac{m_0}{V_0 + S_T \cdot h_T}$.

Avec $m_0 = 55 \times 10^{-3}$ kg et $V_0 = 49 \times 10^{-6}$ m$^3$ :

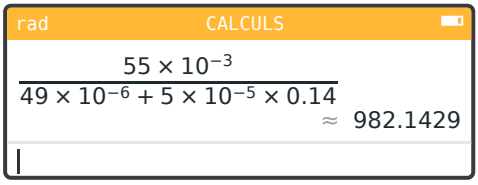
$$\rho_{\text{jus,min}} = \frac{55 \times 10^{-3}}{49 \times 10^{-6} + 5 \times 10^{-5} \times 0{,}14} = 9{,}8 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$\rho_{\text{jus,min}} = 9{,}8 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} = 0{,}98 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$$

**PIÈGE**
Conversions : $1$ mL $= 10^{-6}$ m$^3$, $55$ g $= 55 \times 10^{-3}$ kg et $14$ cm $= 0{,}14$ m. Une seule unité oubliée fausse tout le résultat.

**COMPRENDRE**
Le volume immergé total vaut $56 \times 10^{-6}$ m$^3$, soit 56 mL. On peut donc aussi calculer $55$ g $\div$ $56$ mL $= 0{,}98$ g · mL$^{-1}$.

**À LA CALCULATRICE**



**Q14** La masse volumique du jus diminue lorsque le degré de fermentation augmente. Expliquer le problème rencontré lors de l'utilisation de ce mustimètre avec un jus trop fermenté.

**Données utiles** $\rho_{\text{jus,min}} = 9{,}8 \times 10^{2}\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ (Q13)

Pour un jus trop fermenté, la masse volumique devient inférieure à $\rho_{\text{jus,min}}$. La hauteur immergée $h_T$ dépasse alors 14 cm : la surface du liquide se trouve au-delà de la dernière graduation du tube fin.

Le mustimètre s'enfonce trop : la lecture est impossible, la masse volumique est hors de la plage de mesure.

**COMPRENDRE**

Si le tube fin est entièrement immergé, la poussée d'Archimède ne peut plus augmenter : elle reste inférieure au poids et le mustimètre coule.