Corrigé complet — Bac 2025 Polynésie Jour 1

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Autour de la glace** Radioactivité β⁻ et α · Loi de décroissance radioactive · Datation par demi-vie · Constante d'équilibre · Loi de Beer-Lambert · Réactif en excès	9 pts	1 h 35	18 questions	p. 2
Ex 2	**Le mölkky** Deuxième loi de Newton · Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme · Équations horaires · Équation de la trajectoire · Énergies cinétique, potentielle et mécanique · Programme Python	6 pts	1 h 03	9 questions	p. 8
Ex 3	**Performances des bolomètres de Planck** Longueur d'onde et fréquence · Spectre électromagnétique · Résistance thermique · Premier principe de la thermodynamique · Analyse dimensionnelle · Temps caractéristique	5 pts	53 min	8 questions	p. 12

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Autour de la glace

Bac 2025 Polynésie Jour 1 · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 35**

Q1 À l'aide du diagramme (Z,N) de la figure 1, déterminer le type de désintégration que subit le plomb-210.

Le plomb-210 possède $Z = 82$ protons et $N = 210 - 82 = 128$ neutrons. Sur la figure 1, la case ($Z = 82$; $N = 128$) porte la teinte associée, dans la légende, à la désintégration β^-.

Le plomb-210 subit une désintégration β^-.

PIÈGE
L'axe vertical donne le nombre de neutrons N, pas le nombre de masse A : il faut calculer $N = A - Z$ avant de chercher la case.

Q2 À l'aide de la figure 1 et des lois de conservation, établir l'équation de la désintégration du plomb-210 en bismuth-210.

D'après la figure 1, le plomb a pour numéro atomique $Z = 82$ et le bismuth $Z = 83$. On écrit : ${}^{210}_{82}\mathrm{Pb} \longrightarrow {}^{210}_{83}\mathrm{Bi} + {}^{A}_{Z}\mathrm{X}$.

- Le nombre de nucléons se conserve : $210 = 210 + A$, d'où $A = 0$.
- La charge électrique se conserve : $82 = 83 + Z$, d'où $Z = -1$.

La particule émise est un électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$, ce qui correspond bien à une désintégration β^-.

$${}^{210}_{82}\mathrm{Pb} \longrightarrow {}^{210}_{83}\mathrm{Bi} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

MÉTHODE
Pour toute équation nucléaire : écrire la particule inconnue ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$, appliquer la conservation de A (nombres du haut) puis celle de Z (nombres du bas), et identifier la particule.

Q3 À l'aide du diagramme (Z,N), indiquer le noyau formé par la désintégration du polonium-210. Justifier que le polonium-210 est le « dernier noyau radioactif » de la chaîne.

Le polonium-210 ($Z = 84$; $N = 126$) se trouve dans une case associée à la désintégration α : il émet un noyau d'hélium ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$.

Conservations : $A = 210 - 4 = 206$ et $Z = 84 - 2 = 82$, numéro atomique du plomb.

$${}^{210}_{84}\mathrm{Po} \longrightarrow {}^{206}_{82}\mathrm{Pb} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

Le plomb-206 ($Z = 82$; $N = 124$) occupe une case noire : c'est un noyau stable, qui ne se désintègre pas. La chaîne s'arrête donc avec lui.

Le noyau formé est le plomb-206, stable : le polonium-210 est bien le dernier noyau radioactif de la chaîne.

COMPRENDRE
Sur le diagramme, une désintégration α retire 2 protons et 2 neutrons : on recule de deux cases vers la gauche et de deux cases vers le bas.

Q4 Donner la relation entre l'activité $A(t)$ d'un échantillon et la dérivée temporelle du nombre de noyaux radioactifs $N(t)$.

$$A(t) = -\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t}$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ ». $N(t)$ diminue, sa dérivée est négative, alors qu'une activité est un nombre positif de désintégrations par seconde.

Q5 Établir l'équation différentielle régissant $N(t)$ sous la forme $\dfrac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} + \lambda\, N(t) = 0$.

Données utiles $A(t) = \lambda\, N(t)$; $A(t) = -\dfrac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t}$ (Q4)

On égalise les deux expressions de l'activité : $-\dfrac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} = \lambda\, N(t)$.

En regroupant les termes dans le même membre :

$$\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} + \lambda\, N(t) = 0$$

Q6 Vérifier que $N(t) = N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t}$ est solution de l'équation différentielle précédente.

On dérive la fonction proposée : $\dfrac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} = -\lambda\, N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t}$.

On reporte dans le premier membre de l'équation :

$$\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} + \lambda\, N(t) = -\lambda\, N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t} + \lambda\, N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t} = 0$$

De plus $N(0) = N_0\, \mathrm{e}^{0} = N_0$: la condition initiale est respectée.

$N(t) = N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t}$ vérifie l'équation différentielle.

MÉTHODE

« Vérifier qu'une fonction est solution » : on ne résout rien. On dérive la fonction donnée, on remplace dans l'équation et on constate que l'égalité est vraie à tout instant.

Q7 Démontrer que $t_{1/2} = \dfrac{\ln(2)}{\lambda}$. Calculer la constante radioactive λ_{Pb} du plomb-210.

Données utiles $t_{1/2}(^{210}\mathrm{Pb}) = 22{,}2$ ans

La demi-vie est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux initialement présents s'est désintégrée : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

$N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{N_0}{2}$, soit $\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$.

En prenant le logarithme : $-\lambda\, t_{1/2} = \ln\left(\dfrac{1}{2}\right) = -\ln(2)$, d'où $t_{1/2} = \dfrac{\ln(2)}{\lambda}$.

Pour le plomb-210 : $\lambda_{\mathrm{Pb}} = \dfrac{\ln(2)}{t_{1/2}} = \dfrac{\ln(2)}{22{,}2}$

$\lambda_{\mathrm{Pb}} = 3{,}12 \times 10^{-2}\ \mathrm{an}^{-1}$

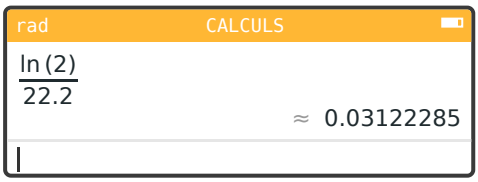
PIÈGE

Donner λ sans unité. Une constante radioactive est l'inverse d'un temps : ici des an^{-1}.

COMPRENDRE

Trois chiffres significatifs, comme la demi-vie (22,2 ans). On garde l'année comme unité de temps : c'est celle qui servira pour la datation, inutile de convertir en secondes.

À LA CALCULATRICE



Q8 Déterminer l'année de formation de la glace située à 30 m de profondeur. En déduire l'épaisseur moyenne de glace accumulée chaque année.

Données utiles mesure en 1993 ; $A_{30} = 4{,}72$ mBq ; $A_0 = 110$ mBq ; $t_{1/2} = 22{,}2$ ans ; λ_{Pb} (Q7)

L'activité est proportionnelle au nombre de noyaux, $A(t) = \lambda\, N(t)$, donc elle suit la même loi : $A(t) = A_0\, e^{-\lambda_{Pb} t}$ avec $A_0 = \lambda_{Pb}\, N_0$.

Pour la glace âgée de t : $\dfrac{A_{30}}{A_0} = e^{-\lambda_{Pb} t}$, donc $-\lambda_{Pb}\, t = \ln\left(\dfrac{A_{30}}{A_0}\right)$, soit

$$t = \frac{1}{\lambda_{Pb}} \ln\left(\frac{A_0}{A_{30}}\right) = \frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \ln\left(\frac{A_0}{A_{30}}\right)$$

$$t = \frac{22{,}2}{\ln(2)} \times \ln\left(\frac{110}{4{,}72}\right) = 101 \text{ ans}$$

Cet âge est inférieur à 150 ans : la méthode au plomb-210 est adaptée.

Année de formation : $1993 - 101 = 1892$.

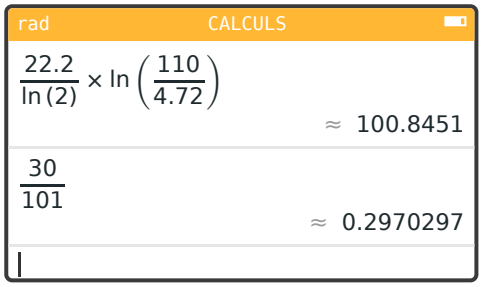
Les 30 m de glace se sont accumulés en 101 ans : $e = \dfrac{30}{101} = 0{,}30$ m par an.

La glace s'est formée vers 1892 ; il s'est accumulé en moyenne 0,30 m de glace par an.

PIÈGE
Écrire $\ln\left(\dfrac{A_{30}}{A_0}\right)$ sans le signe « − » donne un âge négatif. Le rapport des activités n'a pas d'unité : inutile de convertir les mBq.

MÉTHODE
Datation : 1) loi $A(t) = A_0\, e^{-\lambda t}$; 2) isoler t avec le logarithme ; 3) calculer avec λ et t dans la même unité ; 4) retrancher l'âge de l'année de la mesure.

À LA CALCULATRICE



Q9 Nommer le type de représentation utilisé pour la molécule de ligand sur la figure 2.

Les liaisons sont représentées par des segments, les atomes de carbone et les atomes d'hydrogène qu'ils portent ne sont pas écrits.

Il s'agit d'une formule topologique.

Q10 Nommer les deux familles fonctionnelles correspondant aux groupes caractéristiques A et B entourés sur la figure 2.

- Groupe A : atome de brome Br lié à un atome de carbone, donc famille des composés halogénés (dérivés bromés).
- Groupe B : groupe amino $-NH_2$ lié à un atome de carbone, donc famille des amines.

A : composé halogéné ; B : amine.

PIÈGE
On demande la famille, pas le nom du groupe : répondre « amine » et non « groupe amino ». Ne pas confondre avec un amide, qui exige un groupe C=O voisin de l'azote.

Q11 Écrire la constante d'équilibre de la réaction de formation de $Ag(ligand)^+$ en fonction des concentrations à l'équilibre et de la concentration standard c°.

Pour $Ag^+(aq) + ligand(aq) \rightleftarrows Ag(ligand)^+(aq)$, la constante d'équilibre est la valeur du quotient de réaction à l'équilibre :

$$K = \frac{\dfrac{[Ag(ligand)^+]_{éq}}{c^\circ}}{\dfrac{[Ag^+]_{éq}}{c^\circ} \times \dfrac{[ligand]_{éq}}{c^\circ}}$$

$$K = \frac{[Ag(ligand)^+]_{éq} \times c^\circ}{[Ag^+]_{éq} \times [ligand]_{éq}}$$

COMPRENDRE
Chaque concentration est divisée par c° : K n'a donc pas d'unité. Il reste un c° au numérateur parce qu'il y a deux réactifs pour un seul produit.

Q12 Justifier que la réaction de formation de $\mathrm{Ag(ligand)^+}$ est quasi-totale si le ligand est en très fort excès.

D'après Q11, à l'équilibre :

$$\frac{[\mathrm{Ag(ligand)^+}]_{\text{éq}}}{[\mathrm{Ag^+}]_{\text{éq}}} = K \times \frac{[\mathrm{ligand}]_{\text{éq}}}{c^\circ}$$

Si le ligand est en très fort excès, sa concentration reste grande, même après réaction. Le rapport ci-dessus est alors très grand : à l'équilibre, il ne reste presque plus d'ions $\mathrm{Ag^+}$ libres, ils sont presque tous sous la forme $\mathrm{Ag(ligand)^+}$.

Avec un très fort excès de ligand, le réactif limitant $\mathrm{Ag^+}$ est presque entièrement consommé : la transformation est quasi-totale.

COMPRENDRE
K ne dépend que de la température. Augmenter la quantité d'un réactif ne change pas K, mais rend Q_r plus petit que K : le système évolue dans le sens direct et le taux d'avancement final augmente.

Q13 En s'aidant de la figure 3, déterminer la couleur des solutions aqueuses contenant l'espèce $\mathrm{Ag(ligand)^+}$.

Données utiles $\lambda_{\max} = 516$ nm

L'espèce absorbe surtout autour de 516 nm, c'est-à-dire entre le cyan (500 nm) et le vert (530 nm).

La solution a la couleur complémentaire de la couleur absorbée, diamétralement opposée sur le cercle chromatique : le rouge est opposé au cyan, le magenta est opposé au vert.

La solution est d'une couleur comprise entre le rouge et le magenta (rouge-rose).

PIÈGE
Répondre « verte » : une solution n'a pas la couleur qu'elle absorbe, mais la couleur complémentaire, celle des radiations qu'elle laisse passer.

Q14 Calculer la quantité de matière en ions argent $n_{\mathrm{Ag},i}$ initialement introduite dans la solution.

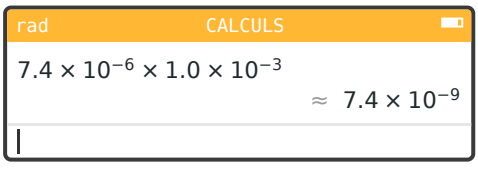
Données utiles $V_{\mathrm{Ag^+}} = 1{,}0$ mL ; $[\mathrm{Ag^+}] = 7{,}4 \times 10^{-6}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$

$$n_{\mathrm{Ag},i} = [\mathrm{Ag^+}] \times V_{\mathrm{Ag^+}}$$
$$n_{\mathrm{Ag},i} = 7{,}4 \times 10^{-6} \times 1{,}0 \times 10^{-3}$$

$$n_{\mathrm{Ag},i} = 7{,}4 \times 10^{-9}\ \mathrm{mol}$$

PIÈGE
Laisser le volume en mL : avec une concentration en $\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$, il faut $V = 1{,}0 \times 10^{-3}$ L.

À LA CALCULATRICE



Q15 À l'aide de la figure 4, déterminer le volume $V_{\mathrm{tot},L}$ de solution de ligand versé pour que les ions argent aient réagi en quasi-totalité. Calculer la quantité de matière de ligand n_L à introduire.

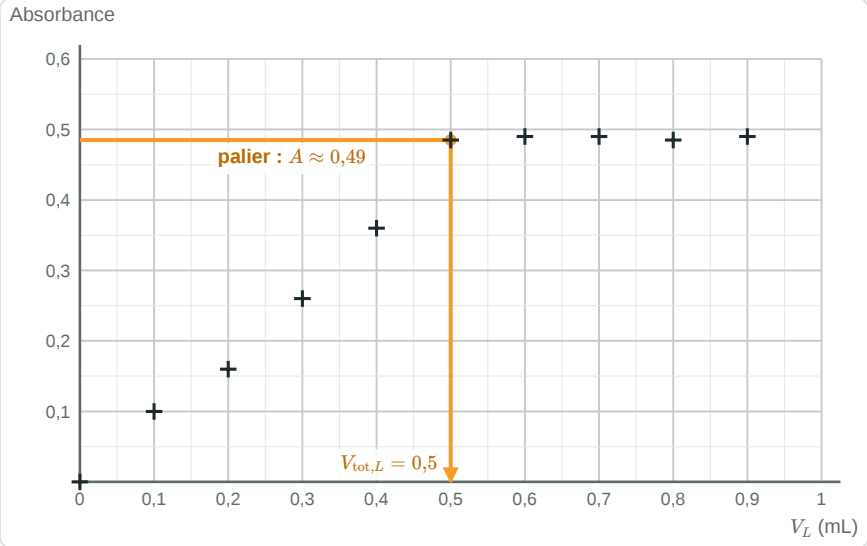
Données utiles $c_L = 1{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$

Sur la figure 4, l'absorbance augmente avec V_L puis reste constante (environ 0,49) : il ne se forme plus de $\mathrm{Ag(ligand)^+}$. Le palier débute pour $V_{\mathrm{tot},L} = 0{,}5$ mL.

$$n_L = c_L \times V_{\mathrm{tot},L} = 1{,}0 \times 10^{-3} \times 0{,}5 \times 10^{-3}$$

$V_{\mathrm{tot},L} = 0{,}5$ mL et $n_L = 5 \times 10^{-7}$ mol

COMPRENDRE
L'absorbance est proportionnelle à la concentration de l'espèce colorée. Un palier signifie donc que la quantité de $\mathrm{Ag(ligand)^+}$ n'augmente plus : tous les ions $\mathrm{Ag^+}$ ont été consommés.



À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1.0 \times 10^{-3} \times 0.5 \times 10^{-3}$

$\approx 5 \times 10^{-7}$

Q15 · Figure 4 du sujet : le palier commence à $V_L = 0{,}5$ mL

Q16 Vérifier que le ligand est bien en large excès par rapport aux ions Ag^+ initialement introduits. Commenter ce résultat.

Données utiles $n_{\text{Ag},i} = 7{,}4 \times 10^{-9}$ mol (Q14) ; $n_L = 5 \times 10^{-7}$ mol (Q15)

D'après l'équation (1), un ion Ag^+ réagit avec une molécule de ligand. On compare donc directement les quantités introduites :

$$\frac{n_L}{n_{\text{Ag},i}} = \frac{5 \times 10^{-7}}{7{,}4 \times 10^{-9}} \approx 70$$

Le ligand est environ 70 fois plus abondant que les ions argent : il est en large excès et Ag^+ est le réactif limitant.

Commentaire : si la transformation était totale, $7{,}4 \times 10^{-9}$ mol de ligand suffiraient. Il en faut bien davantage parce que la réaction (1) est un équilibre : c'est l'excès de ligand qui la rend quasi-totale, en accord avec Q12.

$n_L \approx 70 \times n_{\text{Ag},i}$: le ligand est en large excès, condition pour que presque tous les ions Ag^+ réagissent.

PIÈGE

S'arrêter au calcul du rapport. « Commenter » rapporte des points : il faut relier l'excès au caractère équilibré de la réaction et à la question 12.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{5 \times 10^{-7}}{7.4 \times 10^{-9}}$

≈ 67.56757

Q17 En supposant la réaction totale et en utilisant la loi de Beer-Lambert, montrer que l'absorbance de la solution est proportionnelle à la concentration $c_{\text{Ag},i}$ en ions argent initialement en solution.

Loi de Beer-Lambert, Ag(ligand)^+ étant la seule espèce qui absorbe à 516 nm : $A = \varepsilon \times \ell \times [\text{Ag(ligand)}^+]$, avec ε le coefficient d'absorption molaire et ℓ l'épaisseur de solution traversée.

Bilan de matière, pour un avancement x :

- Ag^+ : $n_{\text{Ag},i}$ au départ, $n_{\text{Ag},i} - x$ en cours de réaction ;
- ligand : n_L au départ, $n_L - x$ en cours de réaction ;
- Ag(ligand)^+ : 0 au départ, x en cours de réaction.

Le ligand est en excès, Ag^+ est limitant. La réaction étant totale : $n_{\text{Ag},i} - x_{\max} = 0$, donc $n(\text{Ag(ligand)}^+)_f = x_{\max} = n_{\text{Ag},i}$.

En divisant par le volume V du mélange : $[\text{Ag(ligand)}^+]_f = \frac{n_{\text{Ag},i}}{V} = c_{\text{Ag},i}$.

$A = \varepsilon \times \ell \times c_{\text{Ag},i}$: A est proportionnelle à $c_{\text{Ag},i}$, avec le coefficient constant $\varepsilon \times \ell$.

COMPRENDRE

Si l'on appelle $c_{\text{Ag},i}$ la concentration de la solution d'argent avant mélange, il apparaît le facteur de dilution $\frac{V_{\text{Ag}^+}}{V_{\text{Ag}^+} + V_L}$, constant à volumes fixés : la proportionnalité demeure.

MÉTHODE

Doser une espèce incolore par spectrophotométrie : la transformer totalement en une espèce colorée grâce à un réactif en excès. La concentration de l'espèce colorée est alors égale à celle de l'espèce cherchée.

Q18 Vérifier que la valeur maximale $c_{m,\max}$ de la concentration en masse en ions argent indiquée par les chercheurs est cohérente avec une limite expérimentale de la loi de Beer-Lambert.

Données utiles $A = 6{,}5 \times 10^4 \times c$ (c en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$) ; $A_{\max} = 0{,}9$; $M(\text{Ag}) = 108\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $c_{m,\max} = 1{,}5\ \mu\text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$

Le spectrophotomètre ne mesure pas d'absorbance supérieure à $A_{\max} = 0{,}9$. La plus grande concentration en quantité de matière mesurable est donc :

$$c_{\max} = \frac{A_{\max}}{6{,}5 \times 10^4} = \frac{0{,}9}{6{,}5 \times 10^4} = 1{,}4 \times 10^{-5}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Concentration en masse correspondante : $c_m = c_{\max} \times M(\text{Ag})$

$$c_m = \frac{0{,}9}{6{,}5 \times 10^4} \times 108 = 1{,}5 \times 10^{-3}\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$$

Conversion : $1\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1} = \dfrac{10^6\ \mu\text{g}}{10^3\ \text{mL}} = 10^3\ \mu\text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$, donc $c_m = 1{,}5\ \mu\text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$.

On trouve $c_m = 1{,}5\ \mu\text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$, égale à la valeur $c_{m,\max} = 1{,}5\ \mu\text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$ annoncée : la limite haute correspond à la saturation du spectrophotomètre.

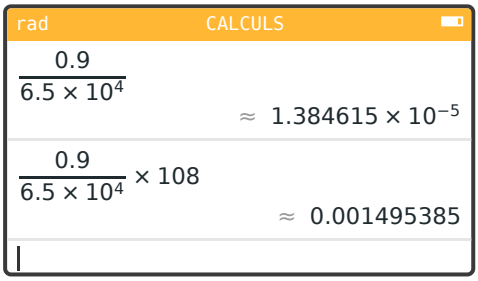
PIÈGE

La relation $A = 6{,}5 \times 10^4 \times c$ utilise une concentration en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$: il faut passer par la masse molaire, puis convertir les $\text{g} \cdot \text{L}^{-1}$ en $\mu\text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$ (facteur 10^3).

COMPRENDRE

La loi de Beer-Lambert n'est valable que pour des solutions peu concentrées, dont l'absorbance reste dans le domaine de mesure de l'appareil. Au-delà, la proportionnalité entre A et c n'est plus garantie.

À LA CALCULATRICE



Le mölkky

Bac 2025 Polynésie Jour 1 · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

Q1 Énoncer la deuxième loi de Newton et l'utiliser pour établir les coordonnées $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération du point G.

Deuxième loi de Newton : dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un système de masse m constante est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération de son centre de masse : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$.

Système {bâton}, référentiel terrestre supposé galiléen ; seule force : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

$m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical et dirigé vers le bas, donc opposé à $\vec{j}$:

$$a_x(t) = 0 \quad \text{et} \quad a_y(t) = -g$$

PIÈGE
Oublier le signe : l'axe (Oy) est orienté vers le haut alors que $\vec{g}$ pointe vers le bas, donc $a_y = -g$ et non $+g$.

MÉTHODE
Toujours dans cet ordre : système, référentiel galiléen, bilan des forces, deuxième loi de Newton, puis projection sur les axes du repère.

Q2 Établir les expressions des coordonnées $v_x(t)$ et $v_y(t)$ du vecteur vitesse du point G.

Comme $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives de a_x et a_y :

$v_x(t) = C_1 \quad$ et $\quad v_y(t) = -g\,t + C_2$

À $t = 0$, $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$, de coordonnées $v_0\cos(\alpha)$ et $v_0\sin(\alpha)$ d'après la figure 1. Donc $C_1 = v_0\cos(\alpha)$ et $C_2 = v_0\sin(\alpha)$.

$$v_x(t) = v_0\cos(\alpha) \quad \text{et} \quad v_y(t) = -g\,t + v_0\sin(\alpha)$$

PIÈGE
Inverser sinus et cosinus. L'angle α est mesuré par rapport à l'horizontale : le côté adjacent est selon (Ox), d'où le cosinus pour v_{0x}.

COMPRENDRE
La vitesse horizontale reste constante pendant tout le vol : aucune force n'agit selon (Ox). Seule la vitesse verticale varie.

Q3 À partir de $v_x(t)$, $v_y(t)$ et de la figure 1, établir les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du point G.

Comme $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives de v_x et v_y :

$x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t + C_3 \quad$ et $\quad y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin(\alpha)\,t + C_4$

À $t = 0$, d'après la figure 1, G est sur l'axe (Oy) à la hauteur h : $x(0) = 0$ et $y(0) = h$. Donc $C_3 = 0$ et $C_4 = h$.

$$x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t \quad \text{et} \quad y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin(\alpha)\,t + h$$

PIÈGE
Poser $y(0) = 0$ par habitude. Ici l'origine O est au sol et le bâton part de la hauteur h : la constante C_4 n'est pas nulle.

Q4 Montrer que l'équation de la trajectoire s'écrit $y(x) = -0{,}27\,x^2 + 0{,}58\,x + 0{,}70$, avec x et y en mètres.

Données utiles $v_0 = 4{,}9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $h = 0{,}70\ \text{m}$; $\alpha = 30^\circ$; $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

D'après $x(t)$: $t = \dfrac{x}{v_0\cos(\alpha)}$. On remplace t dans $y(t)$:

$$y(x) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)^2 + v_0\sin(\alpha)\frac{x}{v_0\cos(\alpha)} + h$$

$$y(x) = -\frac{g}{2\,v_0^2\cos^2(\alpha)}\,x^2 + \tan(\alpha)\,x + h$$

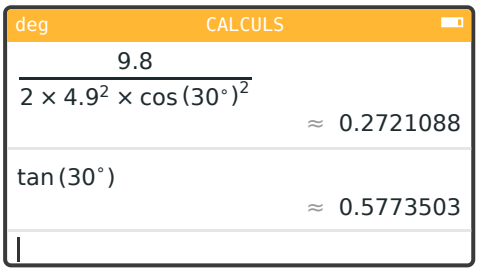
Application numérique : $\dfrac{9{,}8}{2\times 4{,}9^2\times\cos^2(30^\circ)} = 0{,}27\ \text{m}^{-1}$ et $\tan(30^\circ) = 0{,}58$.

$y(x) = -0{,}27\,x^2 + 0{,}58\,x + 0{,}70$: c'est bien l'expression attendue.

PIÈGE
Calculatrice en radians : $\cos(30)$ donne alors $0{,}15$ au lieu de $0{,}87$. Vérifier le mode degré avant tout calcul.

COMPRENDRE
Les données ont deux chiffres significatifs : les coefficients et tous les résultats suivants s'écrivent avec deux chiffres significatifs.

À LA CALCULATRICE



Q5 Vérifier que la partie est remportée par le joueur si le lancer est réalisé dans les conditions des données.

Données utiles score actuel : 41 points, à atteindre : 50 points ; $x_{q9} = 3{,}0$ m ; $x_{q1} = 4{,}0$ m ; $x_{q5} = 5{,}0$ m ; $y(x)$ (Q4)

Il manque $50 - 41 = 9$ points : le joueur gagne si le bâton renverse la quille 9 seule, donc s'il touche le sol en $x_{q9} = 3{,}0$ m.

Le bâton touche le sol quand $y(x) = 0$: $\quad -0{,}27\,x^2 + 0{,}58\,x + 0{,}70 = 0$

$\Delta = 0{,}58^2 - 4\times(-0{,}27)\times 0{,}70 = 1{,}09 > 0$: deux solutions, dont une seule positive :

$$x = \frac{-0{,}58 - \sqrt{1{,}09}}{2\times(-0{,}27)} = 3{,}0\ \text{m}$$

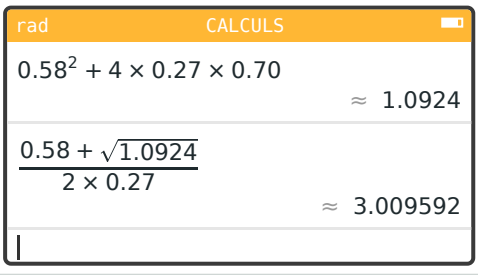
Le bâton arrive au sol en $x = 3{,}0\ \text{m} = x_{q9}$: il renverse la quille 9, le score passe à $41 + 9 = 50$ points, la partie est gagnée.

PIÈGE
Garder la racine négative ($x = -0{,}86$ m) : elle correspond à un point situé derrière le joueur, sans sens physique ici.

COMPRENDRE
Sans rebond, le bâton s'arrête à 3,0 m : les quilles 1 et 5, placées à 4,0 m et 5,0 m, restent debout. Le score est donc exactement 50.

MÉTHODE
Autre démarche acceptée : calculer $y(3{,}0) = 0{,}01$ m. Le centre du bâton est à un centimètre du sol à l'abscisse de la quille 9 : il la touche.

À LA CALCULATRICE



Q6 À partir de la figure 3, déterminer la masse m du bâton de mölkky. Justifier.

La ligne 18 calcule l'énergie cinétique, d'expression $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ avec $v^2 = v_x^2 + v_y^2$. Dans `Ec=0,5*0,4*(...)`, le facteur qui suit $0{,}5$ est la masse.

La ligne 20 le confirme : $E_p = m\,g\,y$ est codée `0.4*9,81*y[i]`.

$m = 0{,}4$ kg

COMPRENDRE
L'extrait du sujet contient des coquilles : virgules décimales (Python exige le point) et parenthèses mal placées ligne 18. La ligne correcte est $\texttt{Ec=0.5*0.4*(vxl[i]**2+vyl[i]2)}$. Cela ne change pas la lecture de la masse.

Q7 Écrire et compléter la ligne 22 du programme, qui calcule l'énergie mécanique E_m du bâton.

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur : $E_m = E_c + E_p$.

Ligne 22 : `Em=Ec+Ep`

PIÈGE
Écrire `Em=Ecl+Epl` : ce sont des listes, Python les mettrait bout à bout au lieu d'additionner les valeurs. Dans la boucle, on additionne les deux nombres `Ec` et `Ep` de l'instant en cours.

Q8 Attribuer chaque courbe de la figure 4 à l'énergie représentée. Justifier.

Courbe C : elle est constante. Le bâton n'est soumis qu'à son poids, son énergie mécanique se conserve : c'est E_m.

Courbe A : elle augmente, passe par un maximum puis s'annule à la fin. C'est $E_p = m\,g\,y$, qui suit l'altitude : le bâton monte, atteint le sommet, puis redescend jusqu'au sol où $y = 0$.

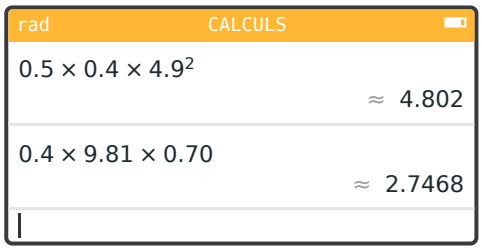
Courbe B : elle diminue puis augmente. C'est $E_c = \frac{1}{2} m v^2$: la vitesse diminue pendant la montée et augmente pendant la descente.

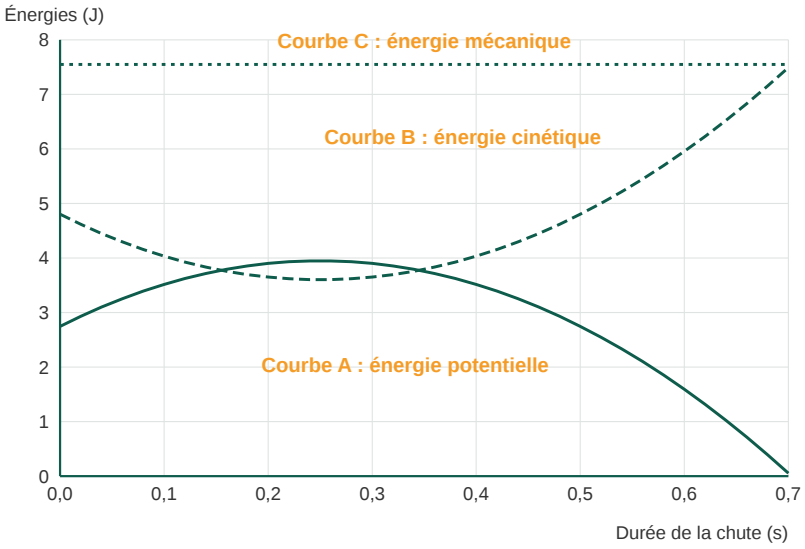
Courbe A : E_p ; courbe B : E_c ; courbe C : E_m.

COMPRENDRE
E_c ne s'annule jamais : au sommet, la vitesse verticale est nulle mais la vitesse horizontale $v_0 \cos(\alpha)$ demeure.

MÉTHODE
Vérifier avec les valeurs à $t = 0$: $E_c = 0{,}5 \times 0{,}4 \times 4{,}9^2 = 4{,}8$ J (départ de B) et $E_p = 0{,}4 \times 9{,}81 \times 0{,}70 = 2{,}7$ J (départ de A).

À LA CALCULATRICE





Q8 · Figure 4 du sujet, avec l'attribution des trois courbes

Q9 Déterminer la durée de vol du bâton (durée de chute) et en déduire, à l'aide des équations horaires de Q3, que la partie est remportée par le joueur.

Données utiles $v_0 = 4{,}9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\alpha = 30^\circ$; $x_{q9} = 3{,}0$ m ; figure 4

Le vol s'achève quand le bâton touche le sol : $y = 0$, donc $E_p = 0$. Sur la figure 4, la courbe A (Q8) s'annule à $t_{\text{vol}} = 0{,}70$ s.

Abscisse du bâton à cette date, d'après $x(t)$ (Q3) :

$$x(t_{\text{vol}}) = v_0 \cos(\alpha)\, t_{\text{vol}} = 4{,}9 \times \cos(30^\circ) \times 0{,}70 = 3{,}0\ \text{m}$$

$t_{\text{vol}} = 0{,}70$ s et $x(t_{\text{vol}}) = 3{,}0\ \text{m} = x_{q9}$: le bâton tombe sur la quille 9, la partie est gagnée.

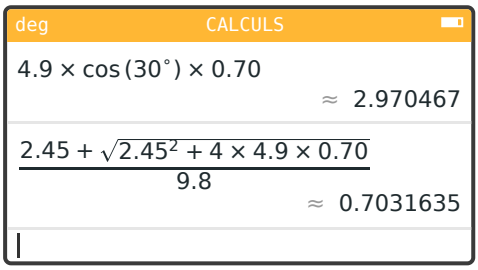
COMPRENDRE

On retrouve le résultat de Q5 par un autre chemin : la trajectoire $y(x)$ donnait le point de chute, les équations horaires donnent en plus la date d'arrivée.

MÉTHODE

Vérification par le calcul : $y(t) = 0$ s'écrit $-4{,}9\,t^2 + 2{,}45\,t + 0{,}70 = 0$, de racine positive $t = 0{,}70$ s. Même durée que sur le graphique.

À LA CALCULATRICE



Performances des bolomètres de Planck

Bac 2025 Polynésie Jour 1 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Calculer la longueur d'onde λ_0 correspondant à la fréquence f_0 et nommer le domaine du spectre auquel appartient l'onde associée au CMB.

Données utiles $c = 3{,}00 \times 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $f_0 = 217\ \text{GHz} = 217 \times 10^9\ \text{Hz}$; micro-ondes : de 1 à 300 mm

Pour une onde électromagnétique dans le vide : $\lambda_0 = \dfrac{c}{f_0}$.

$$\lambda_0 = \frac{3{,}00 \times 10^8}{217 \times 10^9} = 1{,}38 \times 10^{-3}\ \text{m}$$

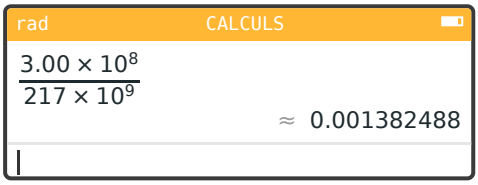
Cette longueur d'onde est comprise entre 1 mm et 300 mm.

$\lambda_0 = 1{,}38\ \text{mm}$: l'onde appartient au domaine des **micro-ondes**.

PIÈGE
Laisser la fréquence en gigahertz : $1\ \text{GHz} = 10^9\ \text{Hz}$. Sans cette conversion, on trouve une longueur d'onde de plus de mille kilomètres.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme c et f_0. Le nom anglais du CMB (« microwave ») permet de contrôler le domaine trouvé.

À LA CALCULATRICE



Q2 Montrer que la puissance P_{CMB} reçue par le bolomètre de la part du CMB au travers du filtre vaut $7{,}82 \times 10^{-14}$ W.

Données utiles $P_{CN} = \sigma\, T_{CN}^4\, S$; $\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$; $T_{CMB} = 2{,}725\ \text{K}$; $S_{CMB} = 9{,}93 \times 10^{-8}\ \text{m}^2$; filtre : 25,2 %

Sans filtre, la surface sensible recevrait la puissance $\sigma\, T_{CMB}^4\, S_{CMB}$. Le filtre n'en laisse passer que 25,2 %, donc :

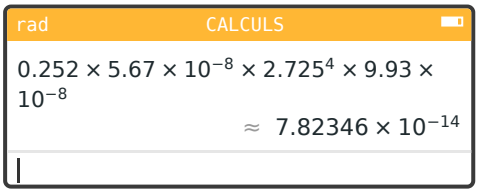
$$P_{CMB} = 0{,}252 \times \sigma\, T_{CMB}^4\, S_{CMB}$$

$$P_{CMB} = 0{,}252 \times 5{,}67 \times 10^{-8} \times 2{,}725^4 \times 9{,}93 \times 10^{-8}$$

$P_{CMB} = 7{,}82 \times 10^{-14}\ \text{W}$, ce qui est bien la valeur annoncée.

PIÈGE
Oublier le facteur 0,252 du filtre, ou la puissance 4 sur la température : le résultat n'a alors plus rien à voir avec la valeur à retrouver.

À LA CALCULATRICE



Q3 Exprimer la puissance P_T reçue par la partie sensible de la part du thermostat en fonction de T, T_T et $R_{contact}$. Justifier le signe de cette grandeur.

Données utiles $P_{syst} = -\dfrac{T_{syst} - T_0}{R_{th}}$

Le système est la partie sensible, à la température T ; le thermostat est à la température T_T et le contact a pour résistance thermique $R_{contact}$. La relation donnée s'écrit alors :

$$P_T = -\frac{T - T_T}{R_{contact}}$$

Le thermostat est plus froid que la partie sensible : $T > T_T$, donc $T - T_T > 0$. Comme $R_{contact} > 0$, on a $P_T < 0$.

$P_T = -\dfrac{T - T_T}{R_{contact}} < 0$: la partie sensible cède de l'énergie au thermostat.

COMPRENDRE
Une grandeur « reçue » est algébrique : négative, elle signifie que le système perd de l'énergie. Le transfert thermique va spontanément du corps chaud vers le corps froid.

Q4 Exprimer le transfert thermique Q_{tot} échangé par la partie sensible avec l'ensemble des sources extérieures pendant une durée Δt, en fonction de P_{CMB}, T, T_T, Δt et $R_{contact}$.

Données utiles P_T (Q3), supposée constante pendant Δt

La partie sensible échange de l'énergie avec deux sources : le rayonnement du CMB (puissance P_{CMB}) et le thermostat (puissance P_T).

Les puissances étant constantes pendant Δt, l'énergie échangée est le produit de la puissance totale par la durée : $Q_{tot} = (P_{CMB} + P_T)\,\Delta t$.

$$Q_{tot} = \left(P_{CMB} - \frac{T - T_T}{R_{contact}}\right)\Delta t$$

PIÈGE
Écrire $P_{CMB} - P_T$: la puissance P_T est déjà négative, on additionne donc les deux puissances reçues, le signe moins vient de l'expression de P_T.

Q5 Énoncer le premier principe de la thermodynamique en précisant le nom et l'unité de chaque grandeur.

Pour un système fermé, macroscopiquement au repos, la variation de son énergie interne entre deux états est égale à la somme du travail et du transfert thermique qu'il reçoit de l'extérieur.

- ΔU : variation de l'énergie interne du système, en joules (J) ;
- W : travail reçu par le système, en joules (J) ;
- Q : transfert thermique reçu par le système, en joules (J).

$\Delta U = W + Q$

COMPRENDRE
Ici la partie sensible ne reçoit aucun travail : $\Delta U = Q_{tot}$. Avec $\Delta U = C_{bolo}\,\Delta T$, on obtient l'équation différentielle donnée ensuite par le sujet.

Q6 Par une analyse dimensionnelle, montrer que $\tau = R_{contact} \cdot C_{bolo}$ est homogène à un temps, puis calculer sa valeur.

Données utiles $R_{contact} = 3{,}75 \times 10^{9}\ \mathrm{K \cdot W^{-1}}$; $C_{bolo} = 0{,}40 \times 10^{-12}\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$; $1\ \mathrm{W} = 1\ \mathrm{J \cdot s^{-1}}$

Unité du produit $R_{contact} \cdot C_{bolo}$:

$$\mathrm{K \cdot W^{-1} \times J \cdot K^{-1}} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{W}} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{J \cdot s^{-1}}} = \mathrm{s}$$

Le produit s'exprime en secondes : τ est bien homogène à un temps.

$$\tau = 3{,}75 \times 10^{9} \times 0{,}40 \times 10^{-12} = 1{,}5 \times 10^{-3}\ \mathrm{s}$$

$\tau = 1{,}5 \times 10^{-3}\ \mathrm{s} = 1{,}5\ \mathrm{ms}$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs seulement : $C_{bolo} = 0{,}40 \times 10^{-12}\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$ est la donnée la moins précise.

MÉTHODE
Pour une analyse dimensionnelle, remplacer chaque grandeur par son unité, simplifier, puis ramener les unités composées (ici le watt) aux unités de base.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$3.75 \times 10^{9} \times 0.40 \times 10^{-12}$

$\approx$ 0.0015

Q7 Sachant que $T(t) = T_T + T_1\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ est la solution de l'équation différentielle vérifiant $T(0) = T_T$, donner l'expression de T_1 et sa valeur.

Données utiles $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + \dfrac{T}{R_{contact}\,C_{bolo}} = \dfrac{P_{CMB}}{C_{bolo}} + \dfrac{T_T}{R_{contact}\,C_{bolo}}$; $P_{CMB} = 7{,}82 \times 10^{-14}$ W (Q2) ; $R_{contact} = 3{,}75 \times 10^{9}$ K · W^{-1}

Quand t devient très grand, $e^{-t/\tau}$ tend vers 0 : la température tend vers la valeur constante $T_\infty = T_T + T_1$.

En régime permanent, $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = 0$ et l'équation différentielle devient :

$$\frac{T_\infty}{R_{contact}\,C_{bolo}} = \frac{P_{CMB}}{C_{bolo}} + \frac{T_T}{R_{contact}\,C_{bolo}}$$

En multipliant par $R_{contact}\,C_{bolo}$: $T_\infty = R_{contact}\,P_{CMB} + T_T$. Par comparaison avec $T_\infty = T_T + T_1$:

$$T_1 = R_{contact}\,P_{CMB} = 3{,}75 \times 10^{9} \times 7{,}82 \times 10^{-14}$$

$\boxed{T_1 = R_{contact}\,P_{CMB} = 2{,}93 \times 10^{-4}\ \text{K}}$

COMPRENDRE

T_1 est l'échauffement final de la partie sensible : environ 0,3 mK au-dessus des 0,100 K du thermostat. Il est proportionnel à P_{CMB} : mesurer cet écart de température revient à mesurer la puissance reçue.

MÉTHODE

Pour identifier une constante dans une solution donnée, exploiter le régime permanent : dérivée nulle dans l'équation, exponentielle nulle dans la solution.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$3.75 \times 10^{9} \times 7.82 \times 10^{-14}$

$\approx$ 2.9325×10^{-4}

Q8 Montrer que le bolomètre du satellite Planck peut obtenir une mesure fiable du CMB.

Données utiles mesure fiable au bout de 5τ ; $\tau = 1{,}5$ ms (Q6) ; $\Delta t_{scan} = 14$ ms

La température de la partie sensible est stabilisée au bout de :

$$5\tau = 5 \times 1{,}5 = 7{,}5\ \text{ms}$$

Or chaque zone du ciel est balayée pendant $\Delta t_{scan} = 14$ ms, durée supérieure à 5τ.

$5\tau = 7{,}5\ \text{ms} < \Delta t_{scan} = 14\ \text{ms}$: la température a le temps de se stabiliser, la mesure est fiable.

PIÈGE

Comparer τ seul à Δt_{scan} : au bout de τ, l'échauffement n'a atteint que 63 % de sa valeur finale. Le critère de l'énoncé est 5τ.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

5×1.5

$\approx$ 7.5