EXERCICE 3 (5 points)
PERFORMANCES DES BOLOMÈTRES DE PLANCK

« Le satellite Planck est un satellite de l'Agence Spatiale Européenne (ESA) qui a fourni des cartes de tout le ciel dans le domaine sub-millimétique et radio (30 à 850 GHz). L'objectif du satellite Planck a été d'analyser, avec la plus haute précision jamais atteinte, les restes du rayonnement qui remplissait l'Univers juste après le Big Bang, ce que nous observons aujourd'hui comme le Fond Diffus Cosmologique. »

D'après https://www.ias.u-psud.fr/fr/content/planck-hfi

Dans la suite du sujet, le Fond Diffus Cosmologique sera noté CMB (de l'anglais, Cosmic Microwave Background). Les mesures du CMB sont réalisées par des bolomètres qui permettent de mesurer la puissance transportée par un rayonnement électromagnétique.

L'objectif de cet exercice est d'étudier les performances d'un des bolomètres du satellite Planck.

Données :

- célérité de la lumière : $c = 3{,}00\times10^{8}$ m·s^{-1} ;
- différents domaines du spectre électromagnétique :

Nom du domaine	Rayon X	Ultraviolet	Visible	Infrarouge	Micro-onde	Radio
Domaine de longueur d'onde λ	de 0,01 à 100 nm	de 10 à 400 nm	de 400 à 800 nm	de 0,8 à 1 mm	de 1 à 300 mm	de 0,1 à 1 km

Le CMB se caractérise par un rayonnement thermique de température caractéristique $T_{CMB} = 2{,}725$ K. Afin d'étudier les variations de température autour de cette valeur, le satellite Planck est équipé d'un bolomètre sensible au rayonnement de fréquence $f_0 = 217$ GHz.

Q1. Calculer la longueur d'onde λ_0 correspondant à la fréquence f_0 et nommer le domaine du spectre auquel appartient l'onde électromagnétique associée au CMB.

Données :

- la puissance P_{CN} reçue par une surface S soumise au rayonnement d'un corps à la température T_{CN} est donnée par : $P_{CN} = \sigma \cdot T^4 \cdot S$ où σ est la constante de Stefan-Boltzmann, $\sigma = 5{,}67\times10^{-8}$ W·m^{-2}·K^{-4} ;
- la surface de la partie sensible au CMB vaut $S_{CMB} = 9{,}93\times10^{-8}$ m^{2}·. Pour étudier le CMB autour de la fréquence f_0, un filtre est placé devant cette surface, il sélectionne 25,2 % de la puissance reçue.

Q2. Montrer que la puissance P_{CMB} reçue par le bolomètre de la part du CMB au travers du filtre vaut $P_{CMB} = 7{,}82\times10^{-14}$ W.

Les bolomètres, comme indiqué sur le schéma simplifié ci-après, sont composés d'une partie sensible au rayonnement et d'un thermostat. L'énergie cédée par le rayonnement à la partie sensible provoque une élévation de sa température.

Cette partie sensible est en contact avec un thermostat plus froid qui permet d'évacuer l'énergie reçue, le matériau permettant le contact possède une résistance thermique $R_{contact}$.

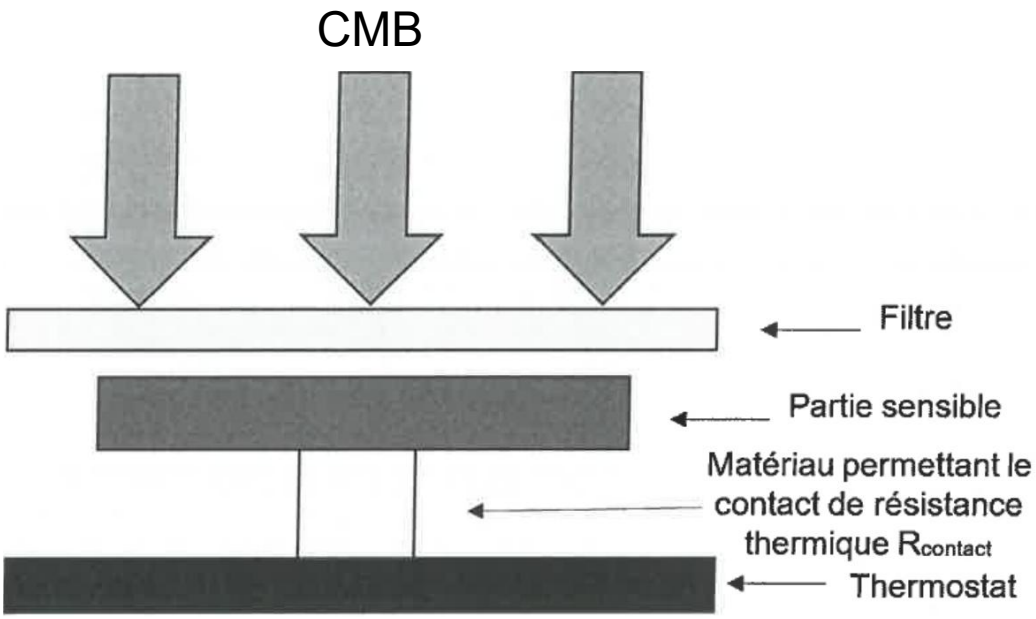


Schéma simplifié d'un bolomètre.

On cherche à modéliser l'évolution de la température de la partie sensible en fonction du temps par un bilan d'énergie. On note T_T la température du thermostat et T la température de la partie sensible du bolomètre.

Données :

- la puissance P_{syst} reçue par un système à la température T en contact avec un thermostat à la température T_0 par l'intermédiaire d'une résistance thermique R_{th} s'exprime :

$$P_{syst} = -\frac{\left(T_{syst} - T_0\right)}{R_{th}}$$

Q3. Exprimer la puissance reçue P_T par la partie sensible du bolomètre de la part du thermostat en fonction des grandeurs associées au bolomètre qui sont T, T_T et $R_{contact}$. Justifier le signe de la valeur de cette grandeur.

Q4. Exprimer le transfert thermique Q_{tot} échangé par la partie sensible du bolomètre avec l'ensemble des sources extérieures pendant une durée Δt en fonction de P_{CMB}, T, T_T , Δt et $R_{contact}$. On admettra que, pendant la durée Δt, la puissance reçue de la part du thermostat reste constante.

Q5. Énoncer le premier principe de la thermodynamique en précisant le nom de chaque grandeur ainsi que leur unité.

On démontre que l'équation différentielle régissant l'évolution de la température en fonction du temps est donnée par : $\frac{dT}{dt} + \frac{T}{R_{contact} \cdot C_{bolo}} = \frac{P_{CMB}}{C_{bolo}} + \frac{T_T}{R_{contact} \cdot C_{bolo}}$

Données :

- température du thermostat relié à la partie sensible : T_T = 0,100 K ;
- résistance thermique du matériau qui permet le contact entre la partie sensible du bolomètre et le thermostat : $R_{contact} = 3{,}75 \times 10^{9}$ K·W^{-1} ;
- capacité thermique de la partie sensible du bolomètre : $C_{bolo} = 0{,}40 \times 10^{-12}$ J·K^{-1} ;
- dans le système international d'unités, le watt est équivalent à des joules par seconde J·s^{-1}.

Q6. Par une analyse dimensionnelle, montrer que la quantité $\tau = R_{contact} \cdot C_{bolo}$ est homogène à un temps, appelé temps caractéristique. Calculer sa valeur.

Q7. Sachant que la fonction $T(t) = T_T + T_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ est la solution de l'équation différentielle satisfaisant à la condition initiale $T(0) = T_T$, donner l'expression de T_1 ainsi que sa valeur.

On admet que le bolomètre réalise une mesure de puissance fiable, dès que sa température se stabilise, au bout d'une durée égale à 5τ.

Afin d'étudier le CMB, le ciel est divisé en petites zones. Le satellite Planck balaie chaque zone pendant une durée Δt_{scan} = 14 ms.

Q8. Montrer que le bolomètre du satellite Planck peut obtenir une mesure fiable du CMB.