écoulement du sang dans une artère

Bac 2025 Amérique du Nord Jour 2 bis · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Expliquer pourquoi on observe un décalage de fréquence lorsqu'un écoulement sanguin est visé.

Les globules rouges entraînés par le sang renvoient une partie de l'onde ultrasonore vers la sonde. Ils sont en mouvement par rapport à l'émetteur-récepteur, qui est fixe.

Quand il y a un mouvement relatif entre la source d'une onde et son récepteur, la fréquence reçue diffère de la fréquence émise : c'est l'effet Doppler.

Le décalage $\Delta f = f_R - f_E$ est dû à l'effet Doppler, causé par le mouvement des globules rouges par rapport à la sonde.

COMPRENDRE
Les tissus immobiles renvoient l'onde sans changer sa fréquence. Seuls les réflecteurs en mouvement, ici les globules rouges, produisent un décalage : c'est ce qui permet de repérer l'écoulement.

Q2 Justifier que le décalage Doppler Δf est positif dans la situation de la figure 1.

Sur la figure 1, le vecteur vitesse $\vec{v}_B$ du globule fait un angle θ inférieur à 90° avec la direction globule-sonde : le globule se rapproche de l'émetteur-récepteur.

Lorsque la source et le récepteur se rapprochent, la fréquence perçue est plus élevée que la fréquence émise : $f_R > f_E$.

$\Delta f = f_R - f_E > 0$ car le globule rouge se rapproche de la sonde.

PIÈGE
Se contenter de « il y a un mouvement » : il faut préciser le sens (rapprochement) pour justifier le signe.

COMPRENDRE
Même situation qu'une sirène qui s'approche : le son perçu est plus aigu. Si le globule s'éloignait de la sonde ($\theta > 90^\circ$), on aurait $f_R < f_E$ et $\Delta f < 0$.

Q3 Vérifier que la vitesse v_B de l'écoulement au sein de la sténose vaut approximativement $2{,}1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Données utiles $\Delta f = 2 f_E \cos\theta \cdot \frac{v}{c}$; $\Delta f = 7{,}0$ kHz ; $\theta = 60^\circ$; $f_E = 5{,}0$ MHz ; $c = 1{,}5 \times 10^3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

On isole la vitesse dans l'expression du décalage Doppler :

$$v_B = \frac{\Delta f \cdot c}{2 f_E \cos\theta}$$

Avec $\Delta f = 7{,}0 \times 10^3$ Hz, $f_E = 5{,}0 \times 10^6$ Hz et $\cos 60^\circ = 0{,}5$:

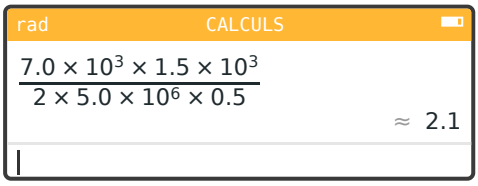
$$v_B = \frac{7{,}0 \times 10^3 \times 1{,}5 \times 10^3}{2 \times 5{,}0 \times 10^6 \times \cos 60^\circ} = 2{,}1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$v_B = 2{,}1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$: on retrouve la valeur annoncée.

PIÈGE
Laisser Δf en kHz ou f_E en MHz : les deux fréquences se convertissent en hertz. Si l'on saisit $\cos 60$, la calculatrice doit être en mode degrés.

COMPRENDRE
Les données ont deux chiffres significatifs : le résultat s'écrit avec deux chiffres, $2{,}1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

À LA CALCULATRICE



Q4 Calculer la vitesse v_A de l'écoulement au point A.

Données utiles $D_V = v \cdot S$; $S_A = 1{,}9 \times 10^{-5}\ \text{m}^2$; $D_V = 1{,}1 \times 10^{-5}\ \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

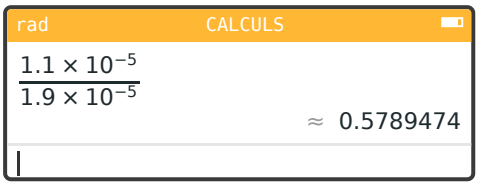
Au point A : $D_V = v_A \cdot S_A$, donc

$$v_A = \frac{D_V}{S_A} = \frac{1{,}1 \times 10^{-5}}{1{,}9 \times 10^{-5}} = 0{,}58\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$\boxed{v_A = 0{,}58\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$

MÉTHODE
Contrôle par les unités : $\frac{\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}}{\text{m}^2} = \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, c'est bien une vitesse.

À LA CALCULATRICE



Q5 En considérant le débit volumique conservé entre A et B, déterminer le rapport $\frac{S_B}{S_A}$ au sein de la sténose. Indiquer les mesures médicales préconisées.

Données utiles $v_B = 2{,}1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $v_A = 0{,}58\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (Q4) ; tableau 1

Le débit volumique est le même en A et en B : $v_A \cdot S_A = v_B \cdot S_B$, donc

$$\frac{S_B}{S_A} = \frac{v_A}{v_B} = \frac{0{,}58}{2{,}1} = 0{,}28$$

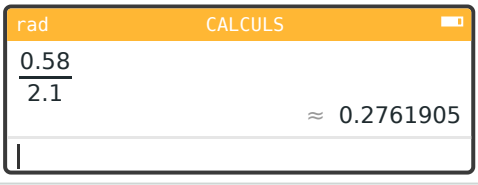
Comme $0{,}16 < 0{,}28 < 0{,}36$, le tableau 1 indique une sténose modérée.

$\boxed{\frac{S_B}{S_A} = 0{,}28}$: sténose modérée, traitement médical en l'absence de symptôme, traitement chirurgical s'il y a des symptômes.

PIÈGE
Inverser le rapport et écrire $\frac{v_B}{v_A} \approx 3{,}6$: une section rétrécie donne forcément un rapport $\frac{S_B}{S_A}$ inférieur à 1.

COMPRENDRE
À débit constant, vitesse et section varient en sens inverse : le sang va environ 3,6 fois plus vite là où la section est 3,6 fois plus petite.

À LA CALCULATRICE



Q6 Montrer que la relation de Bernoulli appliquée entre A et B s'écrit $P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho\,(v_B^2 - v_A^2)$.

Données utiles $\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + P = \text{constante}$; figure 2

La quantité $\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + P$ a la même valeur en A et en B :

$$\frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A + P_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B + P_B$$

D'après la figure 2, A et B sont tous deux sur l'axe horizontal (Ox) : $z_A = z_B$. Les termes $\rho g z$ se simplifient :

$$\frac{1}{2}\rho v_A^2 + P_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + P_B$$

$$P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho v_B^2 - \frac{1}{2}\rho v_A^2$$

$\boxed{P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho\,(v_B^2 - v_A^2)}$

PIÈGE
Supprimer les termes d'altitude sans le justifier : il faut écrire $z_A = z_B$ en s'appuyant sur la figure 2.

MÉTHODE
Bernoulli entre deux points : écrire l'égalité complète, repérer ce qui est commun aux deux points (ici l'altitude), simplifier, puis isoler la grandeur demandée.

Q7 À partir de l'expression littérale, sans calcul, préciser en justifiant si la pression dans l'écoulement augmente ou diminue entre A et B.

La section diminue entre A et B alors que le débit est conservé : la vitesse augmente, $v_B > v_A$.

Alors $v_B^2 - v_A^2 > 0$ et, comme $\rho > 0$, $P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho\,(v_B^2 - v_A^2) > 0$.

$P_A > P_B$: la pression diminue entre A et B.

COMPRENDRE
C'est l'effet Venturi : dans un rétrécissement, le fluide accélère et sa pression baisse. La pression est donc plus faible dans la sténose, là où le sang va le plus vite.

Q8 Calculer la valeur de la différence de pression $P_A - P_B$.

Données utiles $\rho = 1{,}1 \times 10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $v_B = 2{,}1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_A = 0{,}58\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (Q4)

$$P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho\,(v_B^2 - v_A^2) = \frac{1}{2} \times 1{,}1 \times 10^3 \times (2{,}1^2 - 0{,}58^2)$$

$P_A - P_B = 2{,}2 \times 10^3\ \text{Pa}$

PIÈGE
Écrire $(v_B - v_A)^2$ à la place de $v_B^2 - v_A^2$: ce n'est pas la même chose, et le résultat serait presque deux fois trop petit.

COMPRENDRE
Avec ρ en $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ et les vitesses en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, le résultat est en pascals. Cette baisse reste faible devant la pression atmosphérique, de l'ordre de 10^5 Pa.

À LA CALCULATRICE

