Surveillance de la fonte des glaces

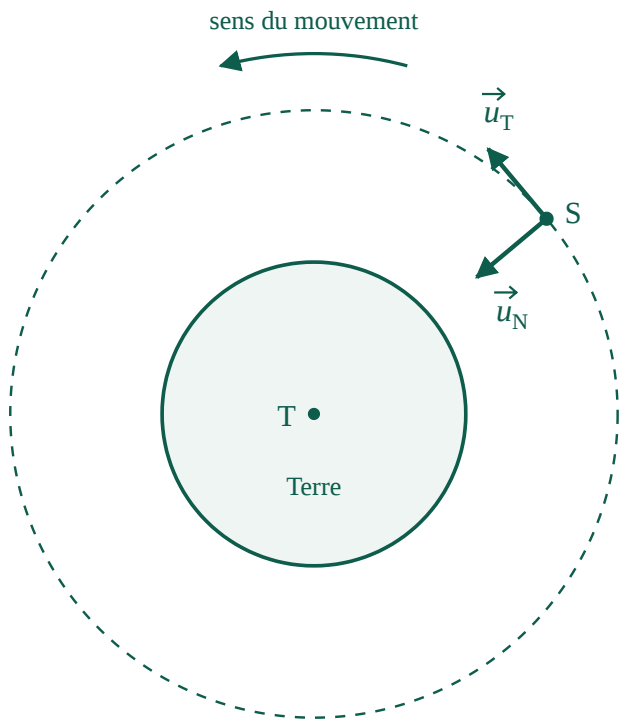
Bac 2026 Métropole J2 Secours · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

Q1 Représenter sur un schéma la Terre de centre T, le satellite S, le repère de Frenet $(S\,;\vec{u}_T,\vec{u}_N)$ et le sens du mouvement.

Voir le schéma : $\vec{u}_T$ est tangent à la trajectoire, dans le sens du mouvement ; $\vec{u}_N$ est perpendiculaire à $\vec{u}_T$ et dirigé vers le centre T de la trajectoire.

Schéma : $\vec{u}_T$ tangent à l'orbite dans le sens du mouvement, $\vec{u}_N$ dirigé de S vers T.

PIÈGE
Le repère de Frenet a pour origine le satellite S, pas le centre T. Un vecteur $\vec{u}_N$ dessiné vers l'extérieur de l'orbite fausse le signe de la force à la question suivante.



Q1 · Satellite S en orbite circulaire autour de la Terre et repère de Frenet

Q2 Exprimer, dans le repère de Frenet, la force $\vec{F}$ exercée par la Terre sur le satellite S de masse m, en fonction notamment de l'altitude h.

La distance entre le centre de la Terre et le satellite est $d_{TS} = R_T + h$. La force d'interaction gravitationnelle est attractive, dirigée de S vers T, donc selon $+\vec{u}_N$:

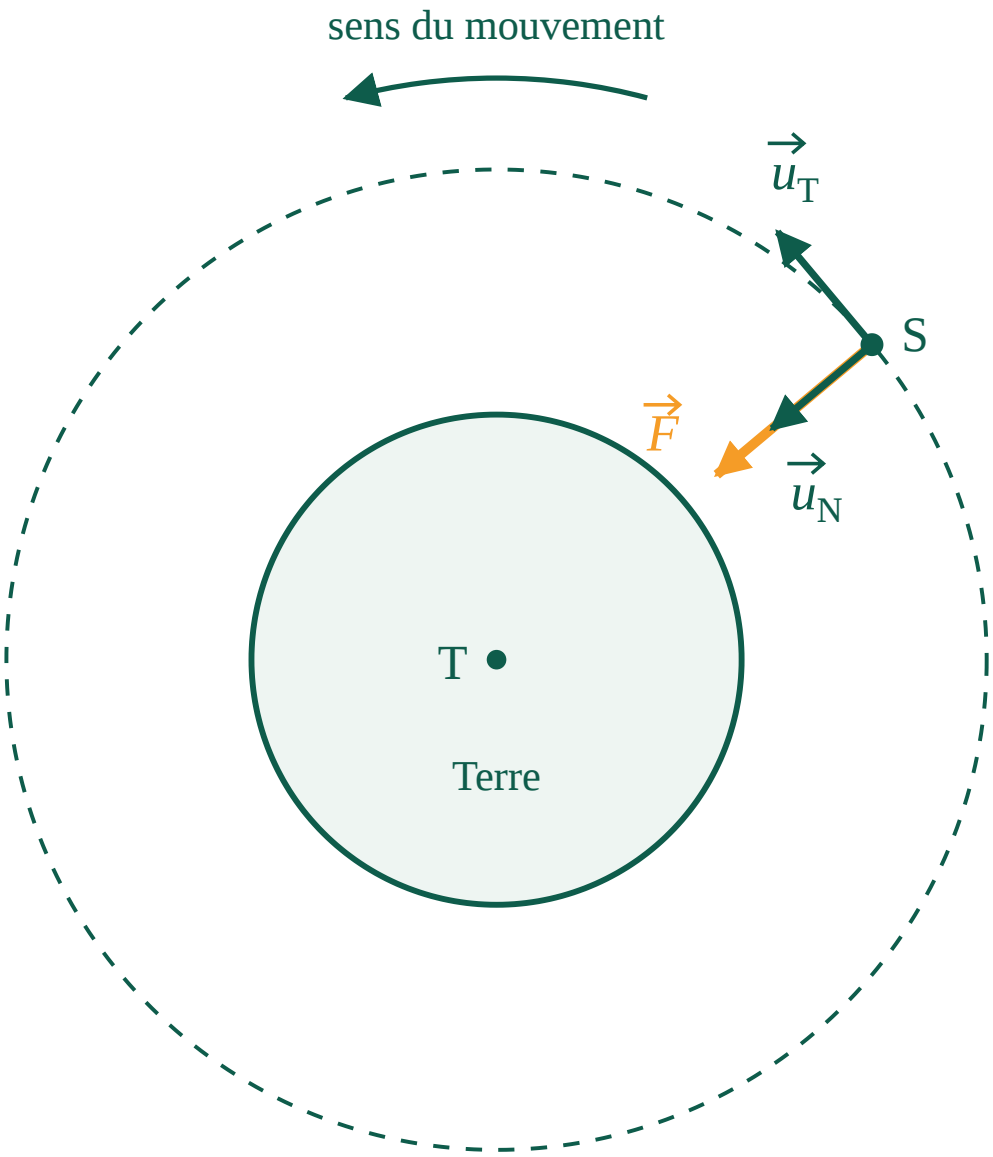
$$\vec{F} = G\,\frac{m\,M_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{u}_N$$

PIÈGE
Écrire h^2 au dénominateur : la distance qui intervient est celle entre les centres, $R_T + h$, pas l'altitude.

Q3 Représenter, sans souci d'échelle, le vecteur force $\vec{F}$ sur le schéma de la question Q1.

$\vec{F}$ a pour point d'application S ; elle est portée par la droite (ST) et dirigée vers T, comme $\vec{u}_N$.

$\vec{F}$: flèche partant de S et pointant vers T.



Q3 · Force exercée par la Terre sur le satellite (en orange)

Q4 Montrer que le vecteur accélération du satellite dans le référentiel géocentrique est $\vec{a} = G\,\dfrac{M_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{u}_N$.

Système : {satellite}, de masse m constante. Référentiel : géocentrique, supposé galiléen. Seule force : $\vec{F}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit

$$G\,\frac{m\,M_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{u}_N = m\,\vec{a}$$

En simplifiant par m :

$\vec{a} = G\,\dfrac{M_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{u}_N$, ce qui est l'expression attendue.

MÉTHODE

Toujours annoncer le système, le référentiel galiléen et le bilan des forces avant d'écrire la deuxième loi de Newton : ces trois éléments sont notés.

Q5 En déduire l'expression de la valeur de la vitesse v du satellite. Justifier que cette vitesse est constante au cours du mouvement.

Pour un mouvement circulaire de rayon $R_T + h$, dans le repère de Frenet :

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{u}_T + \frac{v^2}{R_T + h}\,\vec{u}_N$$

Par identification avec l'expression de Q4 :

- selon $\vec{u}_T$: $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$, donc la valeur de la vitesse est constante : le mouvement est uniforme ;
- selon $\vec{u}_N$: $\dfrac{v^2}{R_T + h} = \dfrac{G\,M_T}{(R_T + h)^2}$, soit $v^2 = \dfrac{G\,M_T}{R_T + h}$.

$v = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{R_T + h}}$, constante car $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$.

PIÈGE
Dire « $\vec{a}$ est constant donc v est constante » est faux : le vecteur $\vec{a}$ change de direction. C'est la composante nulle selon $\vec{u}_T$ qui prouve que le mouvement est uniforme.

COMPRENDRE
La vitesse ne dépend pas de la masse m du satellite, seulement de l'altitude de l'orbite. Ce constat resservira à la question Q14.

Q6 Montrer que la période de révolution du satellite peut s'écrire $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{(R_T + h)^3}{G\,M_T}}$.

La période T est la durée d'un tour. À vitesse constante, le satellite parcourt le périmètre $2\pi(R_T + h)$ de l'orbite pendant T :

$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v} = 2\pi(R_T + h)\sqrt{\frac{R_T + h}{G\,M_T}}$$

Comme $(R_T + h) = \sqrt{(R_T + h)^2}$:

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{(R_T + h)^3}{G\,M_T}}$, ce qui est l'expression attendue.

Q7 Calculer la période de révolution T du satellite.

Données utiles $G = 6{,}674 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}}$; $M_T = 5{,}972 \times 10^{24}$ kg ; $R_T = 6371$ km ; $h = 490$ km

$$R_T + h = 6371 + 490 = 6861\ \mathrm{km} = 6{,}861 \times 10^6\ \mathrm{m}$$

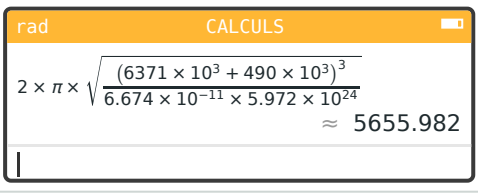
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(6{,}861 \times 10^6)^3}{6{,}674 \times 10^{-11} \times 5{,}972 \times 10^{24}}}$$

$T = 5{,}66 \times 10^3$ s, soit environ 94 min.

PIÈGE
Laisser R_T et h en kilomètres : G est en unités SI, les longueurs doivent être en mètres. L'erreur donne une période de 0,18 s, absurde pour un satellite.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme l'altitude h, donnée la moins précise. Le satellite fait donc environ 15 tours de la Terre par jour.

À LA CALCULATRICE



Q8 Représenter sur l'annexe, pour chaque position A, B et C du satellite, la force $\vec{F}_1$ exercée par la Terre, la force $\vec{F}_2$ exercée par l'objet massif M et la vitesse $\vec{v}$.

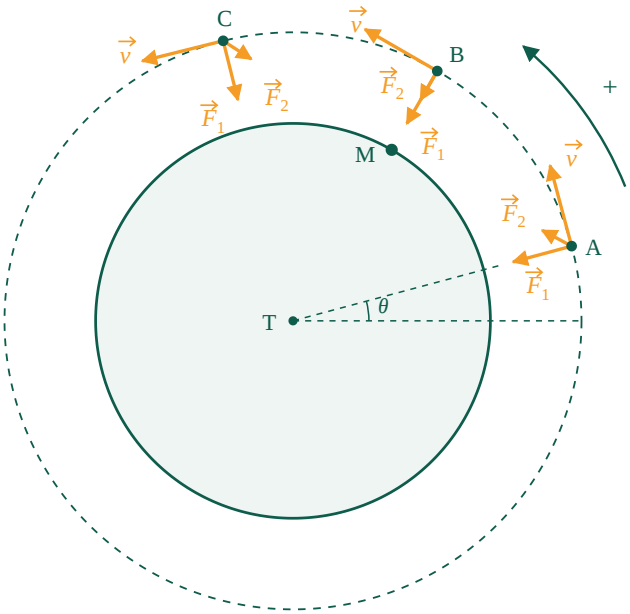
En chaque position :

- $\vec{F}_1$ part du satellite et pointe vers le centre T de la Terre ;
- $\vec{F}_2$ part du satellite et pointe vers l'objet M (force attractive) ;
- $\vec{v}$ est tangente à la trajectoire, dans le sens du mouvement (sens $+$).

En B, le point M est sur le segment [TB] : $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ ont la même direction et le même sens.

Annexe complétée : $\vec{F}_1$ vers T, $\vec{F}_2$ vers M, $\vec{v}$ tangente à l'orbite, en A, B et C.

PIÈGE
Tracer $\vec{F}_2$ parallèle à $\vec{F}_1$ en A et en C. Elle vise M, pas T : c'est son inclinaison par rapport à $\vec{v}$ qui sert aux questions Q10 et Q11.



Q8 · Annexe 2 complétée : forces et vitesse en A, B et C (en orange)

Q9 Justifier que le travail de la force $\vec{F}_1$ est nul entre les points A et C.

La trajectoire est un cercle de centre T. En tout point, $\vec{F}_1$ est dirigée selon le rayon, vers T, alors que le déplacement, de même direction que $\vec{v}$, est tangent au cercle. La force $\vec{F}_1$ est donc perpendiculaire au déplacement à chaque instant : son travail est nul sur chaque petite portion de la trajectoire.

$W_{AC}(\vec{F}_1) = 0$ car $\vec{F}_1$ reste perpendiculaire au déplacement.

PIÈGE
Écrire $W = \vec{F}_1 \cdot \overrightarrow{AC}$: cette formule ne vaut que pour une force constante. Ici $\vec{F}_1$ change de direction ; il faut raisonner à chaque instant.

Q10 Justifier que le travail de la force $\vec{F}_2$ est positif entre les points A et B puis négatif entre les points B et C.

Le signe du travail est celui de $\cos\alpha$, où α est l'angle entre $\vec{F}_2$ et le déplacement (de même sens que $\vec{v}$).

- Entre A et B, le satellite se rapproche de M : $\vec{F}_2$ pointe vers l'avant, l'angle α est aigu, $\cos\alpha > 0$. Le travail est positif (moteur).
- Entre B et C, le satellite s'éloigne de M : $\vec{F}_2$ pointe vers l'arrière, l'angle α est obtus, $\cos\alpha < 0$. Le travail est négatif (résistant).

En B, $\vec{F}_2$ est perpendiculaire à $\vec{v}$: le travail change de signe.

$W_{AB}(\vec{F}_2) > 0$ (angle aigu) et $W_{BC}(\vec{F}_2) < 0$ (angle obtus).

MÉTHODE
Pour le signe d'un travail, regarder l'angle entre la force et la vitesse sur le schéma : aigu, la force aide le mouvement ; obtus, elle s'y oppose ; droit, elle ne travaille pas.

Q11 En déduire que la valeur de la vitesse du satellite augmente jusqu'au point B et diminue ensuite.

Théorème de l'énergie cinétique appliqué au satellite, dans le référentiel géocentrique, entre deux positions 1 et 2 :

$$\frac{1}{2}m\,v_2^2 - \frac{1}{2}m\,v_1^2 = W(\vec{F}_1) + W(\vec{F}_2) = W(\vec{F}_2)$$

puisque le travail de $\vec{F}_1$ est nul (Q9).

- De A à B : $W(\vec{F}_2) > 0$, l'énergie cinétique augmente, donc v augmente.
- De B à C : $W(\vec{F}_2) < 0$, l'énergie cinétique diminue, donc v diminue.

La vitesse augmente de A à B, est maximale en B, puis diminue de B à C.

Q12 Déterminer à quel domaine appartient l'onde électromagnétique utilisée par les satellites de GRACE.

Données utiles $c = 3{,}00 \times 10^8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\lambda \approx 10^{-2}\ \text{m}$

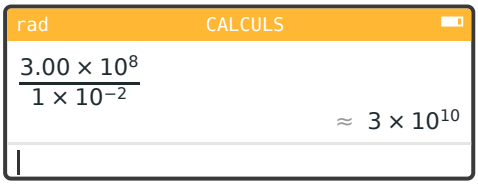
$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3{,}00 \times 10^8}{10^{-2}} = 3 \times 10^{10}\ \text{Hz}$$

Cette fréquence est comprise entre 3×10^9 Hz et 3×10^{11} Hz.

$\nu \approx 3 \times 10^{10}$ Hz : l'onde appartient au domaine des **micro-ondes**.

PIÈGE
L'axe du sujet est gradué en fréquence, pas en longueur d'onde : il faut convertir λ en ν avant de se placer sur l'axe.

À LA CALCULATRICE



Q13 Choisir, en justifiant, parmi les propositions (1), (2) et (3), celle qui décrit correctement l'évolution des vitesses des satellites et de leur distance relative.

Les deux satellites suivent la même trajectoire l'un derrière l'autre : chacun voit sa vitesse augmenter puis diminuer au passage de l'objet (Q11), mais le satellite de tête (sat 1) y passe avant l'autre. Les deux pics de vitesse sont donc décalés dans le temps : la proposition (3) est éliminée.

Quand le satellite de tête accélère, le second a encore sa vitesse habituelle : $v_1 > v_2$, la distance augmente. Ensuite $v_2 > v_1$: le second rattrape son retard et la distance diminue, jusqu'à retrouver sa valeur initiale. La distance passe donc par un maximum, ce qui élimine la proposition (1).

La proposition correcte est la **(2)**.

COMPRENDRE
La distance est maximale à l'instant où les deux courbes de vitesse se croisent : tant que $v_1 > v_2$ l'écart se creuse, dès que $v_2 > v_1$ il se réduit.

Q14 Préciser, en justifiant, si cette méthode de mesure nécessite que les deux satellites aient la même masse.

Les forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ sont toutes deux proportionnelles à la masse m du satellite. Dans la deuxième loi de Newton, $m\,\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, la masse m se simplifie : l'accélération, donc la vitesse et ses variations, ne dépendent pas de la masse du satellite (comme l'expression de v à la question Q5).

Non : le mouvement d'un satellite ne dépend pas de sa masse, les deux satellites n'ont pas besoin d'avoir la même masse.

Q15 Indiquer l'effet de la fonte progressive des glaces sur la masse de l'Antarctique. En déduire comment varie, sur plusieurs années, la distance maximale séparant les deux satellites lors de leurs passages au-dessus de ce continent.

L'eau de fonte s'écoule vers l'océan : la masse de l'Antarctique diminue au fil des années.

La force $\vec{F}_2$ exercée sur chaque satellite est proportionnelle à la masse de l'objet survolé : elle diminue, son travail aussi. Les variations de vitesse des satellites au passage sont plus faibles, et l'écart qui se creuse entre eux également.

La masse de l'Antarctique diminue, donc la distance maximale entre les deux satellites au-dessus de ce continent diminue d'année en année.

COMPRENDRE
C'est le principe de la mission : suivre année après année la distance entre les deux satellites revient à peser, depuis l'orbite, les masses de glace survolées.