Un champion du monde inattendu

Bac Métropole Septembre 2026 Jour 2 · Exercice 3 **5,5 points** **Durée conseillée 58 min**

Q1 Montrer que la valeur de la poussée d'Archimède F_A exercée par l'air sur la puce est négligeable devant celle de son poids P.

Données utiles $\rho_{\text{air}} = 1{,}20\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $V_{\text{puce}} = 4{,}19\times10^{-9}\ \text{m}^3$; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $m = 1{,}00\ \text{mg} = 1{,}00\times10^{-6}\ \text{kg}$

Poussée d'Archimède : $F_A = \rho_{\text{air}}\cdot V_{\text{puce}}\cdot g = 1{,}20\times4{,}19\times10^{-9}\times 9{,}81 = 4{,}93\times10^{-8}\ \text{N}$

Poids : $P = m\cdot g = 1{,}00\times10^{-6}\times9{,}81 = 9{,}81\times10^{-6}\ \text{N}$

Rapport : $\dfrac{P}{F_A} = \dfrac{9{,}81\times10^{-6}}{4{,}93\times10^{-8}} = 199$

$\dfrac{P}{F_A}\approx 2{,}0\times10^{2}$: la poussée d'Archimède est environ 200 fois plus faible que le poids, elle est négligeable.

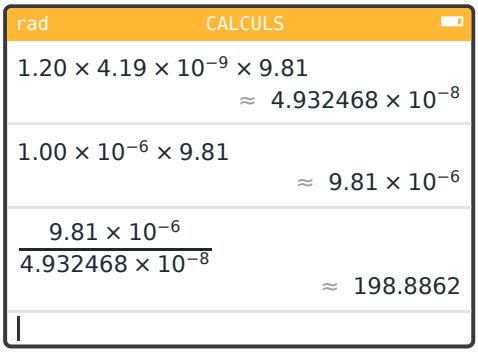
PIÈGE

Laisser la masse en milligrammes : $1{,}00\ \text{mg} = 1{,}00\times10^{-6}\ \text{kg}$, et non $10^{-3}\ \text{kg}$. Une comparaison se conclut par un rapport chiffré, pas par deux valeurs posées côte à côte.

COMPRENDRE

Toutes les données ont trois chiffres significatifs : les résultats en gardent trois. Le rapport vaut aussi $\dfrac{m}{\rho_{\text{air}}V_{\text{puce}}}$: la puce est environ 200 fois plus dense que l'air.

À LA CALCULATRICE



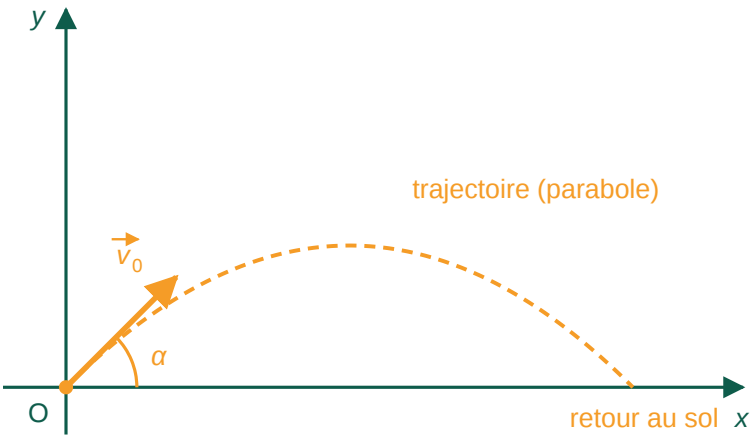
Q2 Reproduire les axes (Ox) et (Oy) et faire apparaître la position initiale de la puce en O, le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$, l'angle α entre $\vec{v}_0$ et l'axe (Ox) et l'allure de la trajectoire attendue.

Schéma ci-dessous : la puce part de O ; $\vec{v}_0$ est dirigé vers le haut et vers la droite, tangent à la trajectoire en O ; α est l'angle entre l'axe (Ox) et $\vec{v}_0$.

La trajectoire attendue est un arc de parabole partant de O, tourné vers le bas, qui retombe sur le sol ($y = 0$).

PIÈGE

Placer α entre $\vec{v}_0$ et la verticale (Oy), ou tracer $\vec{v}_0$ ailleurs qu'en O. Le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire : la parabole doit « partir » dans la direction de $\vec{v}_0$.



Q2 · Position initiale, vecteur vitesse initiale, angle et allure de la trajectoire

Q3 Établir, en utilisant une loi de Newton, les expressions des coordonnées a_x et a_y du vecteur accélération dans le repère (Ox ; Oy).

Système {puce}, de masse m constante, assimilé à son centre de masse ; référentiel terrestre supposé galiléen.

Bilan des forces : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$ seulement (frottements de l'air négligés, poussée d'Archimède négligeable d'après Q1).

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical, dirigé vers le bas, et l'axe (Oy) est orienté vers le haut :

$$a_x = 0 \qquad a_y = -g$$

PIÈGE
Oublier le système, le référentiel galiléen ou le bilan des forces : chacun est attendu. Le signe « $-$ » de a_y vient de l'orientation de (Oy) vers le haut.

Q4 En déduire les équations horaires $v_x(t)$ et $v_y(t)$ de la vitesse, puis de la position $x(t)$ et $y(t)$.

Comme $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives de $a_x = 0$ et $a_y = -g$:

$$v_x(t) = C_1 \qquad v_y(t) = -g\,t + C_2$$

À $t = 0$, $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$ de coordonnées $v_0\cos(\alpha)$ et $v_0\sin(\alpha)$, donc $C_1 = v_0\cos(\alpha)$ et $C_2 = v_0\sin(\alpha)$:

$$v_x(t) = v_0\cos(\alpha) \qquad v_y(t) = -g\,t + v_0\sin(\alpha)$$

Comme $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}$, on prend de nouveau les primitives : $x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t + C_3$ $\qquad y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin(\alpha)\,t + C_4$

À $t = 0$, la puce est en O : $x(0) = 0$ et $y(0) = 0$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = 0$.

$$x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t \qquad y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin(\alpha)\,t$$

MÉTHODE
Deux intégrations successives, et à chaque fois une constante fixée par la condition initiale : la vitesse $\vec{v}_0$ pour la première, la position de départ pour la seconde. Les justifier par écrit fait partie des points.

Q5 Montrer que l'équation de la trajectoire est $y(x) = -\frac{1}{2}\,g\,\frac{x^2}{v_0^2\cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha)\,x$.

Données utiles $x(t)$ et $y(t)$ (Q4)

On élimine le temps. D'après $x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t$: $\quad t = \dfrac{x}{v_0\cos(\alpha)}$

On remplace dans $y(t)$:

$$y = -\frac{1}{2}\,g\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)^2 + v_0\sin(\alpha)\cdot\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}$$

Or $\dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \tan(\alpha)$, donc :

$y(x) = -\frac{1}{2}\,g\,\frac{x^2}{v_0^2\cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha)\,x$: c'est bien l'expression attendue.

Q6 Déterminer l'expression de la portée p du saut de la puce.

Données utiles équation de la trajectoire (Q5)

La puce retombe sur le sol quand $y = 0$ avec $x = p \neq 0$:

$$-\frac{1}{2}\,g\,\frac{p^2}{v_0^2\cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha)\,p = 0$$

On divise par p (non nul) : $\dfrac{1}{2}\,g\,\dfrac{p}{v_0^2\cos^2(\alpha)} = \tan(\alpha)$, soit $p = \dfrac{2\,v_0^2\cos^2(\alpha)\tan(\alpha)}{g}$.

Comme $\cos^2(\alpha)\tan(\alpha) = \sin(\alpha)\cos(\alpha)$:

$$p = \frac{2\,v_0^2\sin(\alpha)\cos(\alpha)}{g} = \frac{v_0^2\sin(2\alpha)}{g}$$

COMPRENDRE
L'équation $y = 0$ a deux solutions : $x = 0$ (le départ) et $x = p$ (le retour au sol). C'est l'expression de la ligne 15 du programme de la figure 2.

Q7 Calculer la valeur numérique de la portée du saut le plus long et commenter le résultat.

Données utiles $v_0 = 1{,}90\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\alpha = 45^\circ$; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $V_{\text{puce}} = 4{,}19\times10^{-9}\ \text{m}^3$

Avec $\alpha = 45^\circ$: $\sin(2\alpha) = \sin(90^\circ) = 1$.

$$p = \frac{v_0^2\sin(2\alpha)}{g} = \frac{1{,}90^2\times1}{9{,}81} = 0{,}368\ \text{m}$$

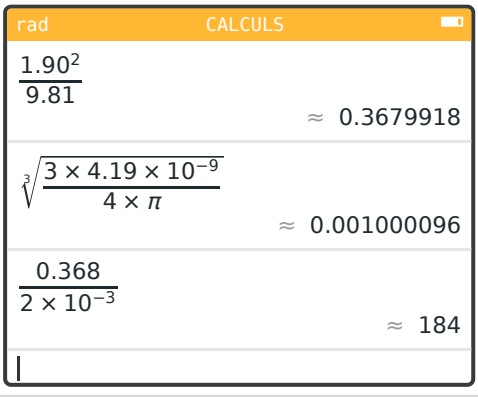
Commentaire : le volume de la puce est celui d'une boule de rayon 1,00 mm, donc de 2 mm de diamètre environ. La portée vaut près de 200 fois la taille de la puce : c'est un saut considérable à son échelle.

$p = 0{,}368\ \text{m} = 36{,}8\ \text{cm}$, soit environ 200 fois la taille de la puce.

PIÈGE
Calculatrice en radians : $\sin(90)$ ne vaut alors pas 1. Vérifier le mode degré avant tout calcul d'angle.

COMPRENDRE
Pour une vitesse v_0 donnée, $\sin(2\alpha)$ est maximal pour $\alpha = 45^\circ$: c'est l'angle qui donne la plus grande portée. Le modèle néglige les frottements de l'air : la portée réelle est un peu plus faible.

À LA CALCULATRICE



Q8 Recopier les lignes 6 et 9 du programme et les compléter avec les valeurs des paramètres expérimentaux du saut le plus long.

Données utiles $v_0 = 1{,}90\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\alpha = 45^\circ$

Ligne 6 : « v0 = 1.90 # valeur de la vitesse initiale en m/s »

Ligne 9 : « alpha = 45 * np.pi / 180 # en radian »

« v0 = 1.90 » et « alpha = 45 * np.pi / 180 »

PIÈGE
Écrire « alpha = 45 » : le commentaire de la ligne 9 impose le radian, comme les fonctions « np.sin » et « np.cos ». La ligne 10 montre la conversion à imiter. En Python, le séparateur décimal est le point.

Q9 Écrire un commentaire possible à la ligne 14 expliquant la ligne 15.

La ligne 15 calcule $x = \dfrac{2\,v_0^2\sin(\alpha)\cos(\alpha)}{g}$: c'est l'expression de la portée établie à la question Q6.

Ligne 14 : « # Calcul de la portée x du saut, en m »

Q10 Écrire la valeur de l'incertitude-type sur la portée avec deux chiffres significatifs, puis la valeur de la portée avec un nombre adapté de chiffres significatifs.

Données utiles affichage du programme : $x = 0{,}36836734693877554\ \text{m}$; $u(x) = 0{,}08356410024988821\ \text{m}$

Incertitude-type arrondie à deux chiffres significatifs : $u(p) = 0{,}084\ \text{m}$.

Le dernier chiffre de l'incertitude-type est celui des millièmes de mètre : on arrondit la portée au millième de mètre.

$u(p) = 0{,}084\ \text{m}$ et $p = 0{,}368\ \text{m}$

PIÈGE
Recopier tous les chiffres affichés par Python. La valeur s'arrête au même rang décimal que le dernier chiffre de son incertitude-type.

COMPRENDRE
Le programme utilise $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ et affiche $0{,}3684\ \text{m}$; le calcul de Q7 avec $g = 9{,}81$ donne $0{,}3680\ \text{m}$. L'écart est très inférieur à l'incertitude-type : les deux s'écrivent $0{,}368\ \text{m}$.

Q11 Discuter de l'accord du résultat de la portée du saut de puce le plus long avec la portée de référence.

Données utiles $p = 0{,}368\ \text{m}$ et $u(p) = 0{,}084\ \text{m}$ (Q10) ; $p_{\text{ref}} = 17{,}9\ \text{cm} = 0{,}179\ \text{m}$

On calcule le quotient donné par l'énoncé :

$$\frac{|p - p_{\text{ref}}|}{u(p)} = \frac{|0{,}368 - 0{,}179|}{0{,}084} = 2{,}25$$

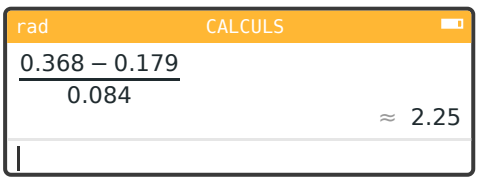
Ce quotient est supérieur à 2 : la portée du saut le plus long n'est pas compatible avec la portée de référence. C'est cohérent : la référence est la moyenne de tous les sauts, alors que ce saut est le meilleur de l'étude.

$\dfrac{|p - p_{\text{ref}}|}{u(p)} \approx 2{,}3 > 2$: le résultat n'est pas en accord avec la portée de référence.

PIÈGE
Garder $17{,}9$ en centimètres avec p et $u(p)$ en mètres. Les trois grandeurs du quotient doivent être dans la même unité.

MÉTHODE
Critère usuel : quotient inférieur ou égal à 2, résultat compatible avec la référence ; quotient supérieur à 2, résultat non compatible. Toujours conclure par une phrase, et chercher une explication physique à l'écart.

À LA CALCULATRICE



Q12 Calculer les énergies cinétiques en début de saut de la puce et d'Arne Tvervaag, puis déterminer la puissance par kilogramme de muscle développée durant l'impulsion par la puce et par le sauteur humain. Commenter.

Données utiles puce : $m_1 = 1{,}00 \times 10^{-6}$ kg, 11 % de muscles, $v_0 = 1{,}90$ m · s^{-1}, $\Delta t_1 = 1{,}2 \times 10^{-3}$ s ; sauteur : $m_2 = 70$ kg, 40 % de muscles, $v_2 = 6{,}0$ m · s^{-1}, $\Delta t_2 = 0{,}40$ s

Énergies cinétiques en début de saut

Puce : $E_{c1} = \dfrac{1}{2} m_1 v_0^2 = \dfrac{1}{2} \times 1{,}00 \times 10^{-6} \times 1{,}90^2 = 1{,}81 \times 10^{-6}$ J

Sauteur : $E_{c2} = \dfrac{1}{2} m_2 v_2^2 = \dfrac{1}{2} \times 70 \times 6{,}0^2 = 1{,}3 \times 10^{3}$ J

Puissance développée durant l'impulsion

Avant l'impulsion, la puce comme l'athlète sont immobiles : l'énergie cinétique passe de 0 à E_c pendant la durée Δt. La puissance moyenne développée est $\mathcal{P} = \dfrac{E_c}{\Delta t}$.

Puce : $\mathcal{P}_1 = \dfrac{1{,}81 \times 10^{-6}}{1{,}2 \times 10^{-3}} = 1{,}5 \times 10^{-3}$ W Sauteur : $\mathcal{P}_2 = \dfrac{1{,}3 \times 10^{3}}{0{,}40} = 3{,}2 \times 10^{3}$ W

Puissance par kilogramme de muscle

Masse de muscles : $0{,}11 \times m_1 = 1{,}1 \times 10^{-7}$ kg pour la puce ; $0{,}40 \times m_2 = 28$ kg pour le sauteur.

Puce : $\dfrac{\mathcal{P}_1}{0{,}11\, m_1} = \dfrac{1{,}5 \times 10^{-3}}{1{,}1 \times 10^{-7}} = 1{,}4 \times 10^{4}$ W · kg^{-1}

Sauteur : $\dfrac{\mathcal{P}_2}{0{,}40\, m_2} = \dfrac{3{,}2 \times 10^{3}}{28} = 1{,}1 \times 10^{2}$ W · kg^{-1}

Commentaire : le rapport des deux valeurs est d'environ 120. À masse de muscle égale, la puce développe une puissance plus de cent fois supérieure à celle du recordman du monde. Cela confirme le texte : la puce libère brusquement une énergie élastique stockée, ce que la seule contraction musculaire ne permet pas.

Puce : $1{,}4 \times 10^{4}$ W · kg^{-1} ; sauteur : $1{,}1 \times 10^{2}$ W · kg^{-1} ; la puce développe environ 120 fois plus de puissance par kilogramme de muscle.

PIÈGE
Diviser par la masse totale au lieu de la masse de muscles (11 % et 40 %). Garder les valeurs non arrondies dans la calculatrice : enchaîner les arrondis donnerait un rapport de 127 au lieu de 122.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs suffisent : les durées, les pourcentages et les données du sauteur n'en ont que deux. La puissance est une énergie divisée par une durée : la puce gagne par la brièveté de son impulsion, 0,0012 s.

MÉTHODE
Question ouverte : annoncer le plan (énergie, puis puissance, puis puissance par kilogramme de muscle), écrire chaque relation littérale avant le calcul, terminer par une comparaison chiffrée reliée au texte de l'énoncé.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$0.5 \times 1.00 \times 10^{-6} \times 1.90^2$
$\approx 1.805 \times 10^{-6}$

$0.5 \times 70 \times 6.0^2$
≈ 1260

$$\frac{\frac{1.805 \times 10^{-6}}{1.2 \times 10^{-3}}}{0.11 \times 1.00 \times 10^{-6}}$$
≈ 13674.24

$$\frac{\frac{1260}{0.40}}{0.40 \times 70}$$
≈ 112.5

$$\frac{13\,674.24242}{112.5}$$
≈ 121.5488