Corrigé complet — Bac 2025 Métropole Jour 1

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Un emballage intelligent au rayon poissonnerie** Chromatographie sur couche mince · Spectre d'absorption et couleur · Constante d'acidité et pKA · Titrage pH-métrique · Dilution · Temps de demi-réaction	9 pts	1 h 35	17 questions	p. 2
Ex 2	**Datation d'une roche** Isotopes · Désintégration β^- · Temps de demi-vie · Loi de décroissance radioactive · Équation différentielle du premier ordre · Datation rubidium-strontium	6 pts	1 h 03	12 questions	p. 8
Ex 3	**Viscosimètre à chute de bille** Analyse dimensionnelle · Bilan des forces et principe d'inertie · Deuxième loi de Newton · Vitesse limite · Équation différentielle du premier ordre · Accord avec une valeur de référence	5 pts	53 min	9 questions	p. 11

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Un emballage intelligent au rayon poissonnerie

Bac 2025 Métropole Jour 1 · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 35**

Q1 Donner un titre aux étapes du protocole parmi : analyse du produit brut ; transformation des réactifs ; séparation.

- Étape n°1 : transformation des réactifs (le rouge de phénol réagit avec le dibrome).
- Étape n°2 : séparation (on élimine le solvant, on filtre et on sèche le solide).
- Étapes n°3 et n°4 : analyse du produit brut (chromatographie, puis spectres d'absorption).

Transformation des réactifs pour l'étape 1, séparation pour l'étape 2, analyse du produit brut pour les deux dernières.

COMPRENDRE
Trois titres pour quatre étapes : deux étapes portent le même. La chromatographie et la spectrophotométrie ne modifient pas le produit, elles renseignent sur sa composition.

Q2 À l'aide du chromatogramme, montrer qu'une transformation chimique a eu lieu et préciser si le produit synthétisé brut est pur.

Le dépôt c (produit brut) ne donne aucune tache à la hauteur de celle du rouge de phénol (dépôt a) : ce réactif a disparu. Il donne en revanche une tache haute, absente des dépôts a et b : une espèce nouvelle s'est formée. Une transformation chimique a donc eu lieu.

Le dépôt c présente deux taches : le produit brut contient deux espèces. La tache basse est à la même hauteur que celle du dépôt b : il reste du perbromure de pyridinium.

Une transformation a eu lieu (réactif disparu, espèce nouvelle) ; le produit brut n'est pas pur (deux taches).

MÉTHODE
Sur une plaque, on lit horizontalement pour identifier (même hauteur, même espèce) et verticalement pour juger la pureté (une seule tache par dépôt pour une espèce pure).

Q3 À l'aide des spectres d'absorption, justifier que le produit brut contient du BBP.

Le spectre du produit brut a la même allure que celui du BBP de référence, avec un maximum d'absorbance à la même longueur d'onde, $\lambda_{max} \approx 590$ nm. Or la longueur d'onde du maximum d'absorption caractérise une espèce.

Même $\lambda_{max} \approx 590$ nm pour les deux spectres : le produit brut contient du BBP.

PIÈGE
Comparer les hauteurs des pics. L'absorbance dépend de la concentration : c'est la position du maximum qui identifie l'espèce, pas sa valeur.

Q4 Citer une autre méthode permettant d'identifier le produit brut.

Le produit est un solide : on peut mesurer sa température de fusion (sur un banc Kofler) et la comparer à la valeur tabulée du BBP, $\theta_{fusion} = 273$ °C.

Mesure de la température de fusion, à comparer à 273 °C.

COMPRENDRE
Les données fournissent θ_{fusion} : c'est l'indice de la réponse attendue. La spectroscopie infrarouge serait aussi acceptée.

Q5 Donner l'expression de la constante d'acidité K_A du couple $\mathrm{BH_2\,(aq)/BH^-\,(aq)}$ en fonction de $[\mathrm{BH_2}]$, $[\mathrm{BH^-}]$, $[\mathrm{H_3O^+}]$ et c°.

K_A est la constante d'équilibre de la réaction de l'acide avec l'eau : $\mathrm{BH_2\,(aq) + H_2O\,(l) \rightleftharpoons BH^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq)}$.

$$K_A = \frac{[\mathrm{BH^-}] \times [\mathrm{H_3O^+}]}{[\mathrm{BH_2}] \times c^\circ}$$

PIÈGE
Faire figurer l'eau, qui est le solvant, ou oublier c° : K_A est sans unité.

Q6 À partir de l'expression précédente, établir la relation $pH = pK_A + \log\left(\frac{[\mathrm{BH^-}]}{[\mathrm{BH_2}]}\right)$.

Par définition, $pK_A = -\log K_A$ et $pH = -\log\left(\frac{[\mathrm{H_3O^+}]}{c^\circ}\right)$.

$$pK_A = -\log\left(\frac{[\mathrm{BH^-}]}{[\mathrm{BH_2}]} \times \frac{[\mathrm{H_3O^+}]}{c^\circ}\right)$$

$$pK_A = -\log\left(\frac{[\mathrm{BH^-}]}{[\mathrm{BH_2}]}\right) - \log\left(\frac{[\mathrm{H_3O^+}]}{c^\circ}\right) = -\log\left(\frac{[\mathrm{BH^-}]}{[\mathrm{BH_2}]}\right) + pH$$

$$pH = pK_A + \log\left(\frac{[\mathrm{BH^-}]}{[\mathrm{BH_2}]}\right)$$

MÉTHODE
Regrouper d'abord $\frac{[\mathrm{H_3O^+}]}{c^\circ}$, puis utiliser $\log(a \times b) = \log a + \log b$: le pH apparaît directement.

Q7 Définir l'équivalence d'un titrage.

L'équivalence est l'état du système pour lequel le réactif titré et le réactif titrant ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction support du titrage.

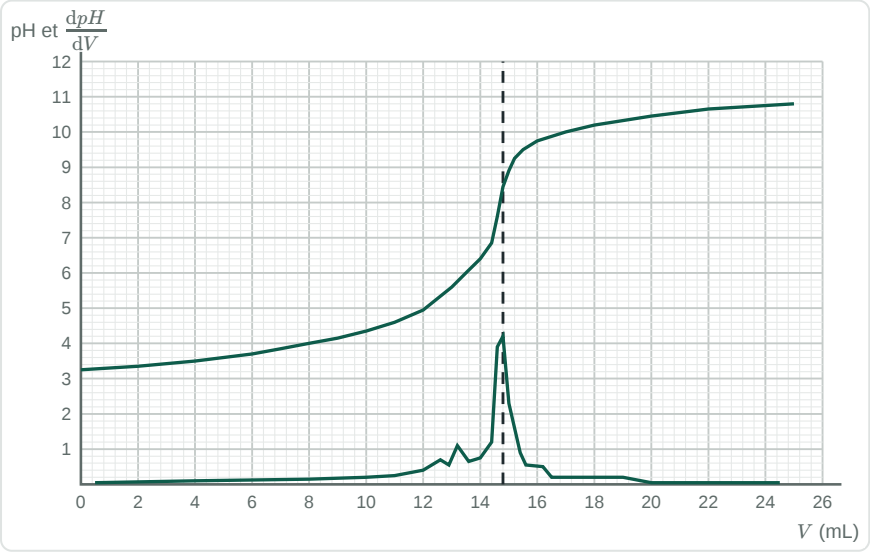
COMPRENDRE
À cet instant les deux réactifs sont entièrement consommés. Ici : $n(\mathrm{OH^-})_{\text{versé}} = n(\mathrm{BH_2})_{\text{initial}}$.

Q8 En explicitant la méthode, déterminer le volume V_E de solution S_b versé à l'équivalence.

À l'équivalence, le pH varie le plus brutalement : la dérivée $\frac{\mathrm{d}pH}{\mathrm{d}V}$ passe par son maximum. On relève l'abscisse du sommet du pic de la courbe dérivée.

$$V_E = 14{,}8\ \text{mL}$$

PIÈGE
Lire l'ordonnée du pic au lieu de son abscisse, ou prendre un des petits pics secondaires vers 13 mL.



Q8 · Figure 1 du sujet : le maximum de la dérivée repère l'équivalence

Q9 Montrer que $[\mathrm{BH}^-] = [\mathrm{BH}_2]$ à la demi-équivalence.

Soit n_0 la quantité initiale de BH_2. À l'équivalence, $n(\mathrm{OH}^-)_{\text{versé}} = n_0$; pour $V = \dfrac{V_E}{2}$, on a donc versé $\dfrac{n_0}{2}$ d'ions OH^-, réactif limitant entièrement consommé.

D'après l'équation du titrage, une mole de OH^- consomme une mole de BH_2 et forme une mole de BH^- :

$n(\mathrm{BH}_2)_{\text{restant}} = n_0 - \dfrac{n_0}{2} = \dfrac{n_0}{2}$ et $n(\mathrm{BH}^-)_{\text{formé}} = \dfrac{n_0}{2}$.

Les deux espèces sont dans le même volume de solution.

À la demi-équivalence, $[\mathrm{BH}^-] = [\mathrm{BH}_2]$.

COMPRENDRE
Avant l'équivalence, le réactif titrant est limitant : tout ce qui est versé réagit. C'est ce qui permet de compter les quantités.

Q10 En déduire, en explicitant la démarche, la valeur expérimentale du pK_A du couple $\mathrm{BH}_2\,(\mathrm{aq})/\mathrm{BH}^-\,(\mathrm{aq})$.

Données utiles $V_E = 14{,}8$ mL (Q8) ; relation de la question Q6

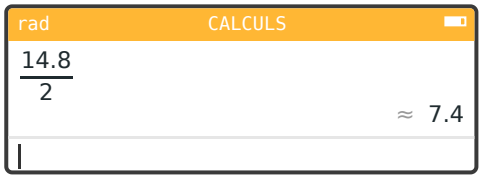
À la demi-équivalence, $\dfrac{[\mathrm{BH}^-]}{[\mathrm{BH}_2]} = 1$ et $\log 1 = 0$, donc $pH = pK_A$.

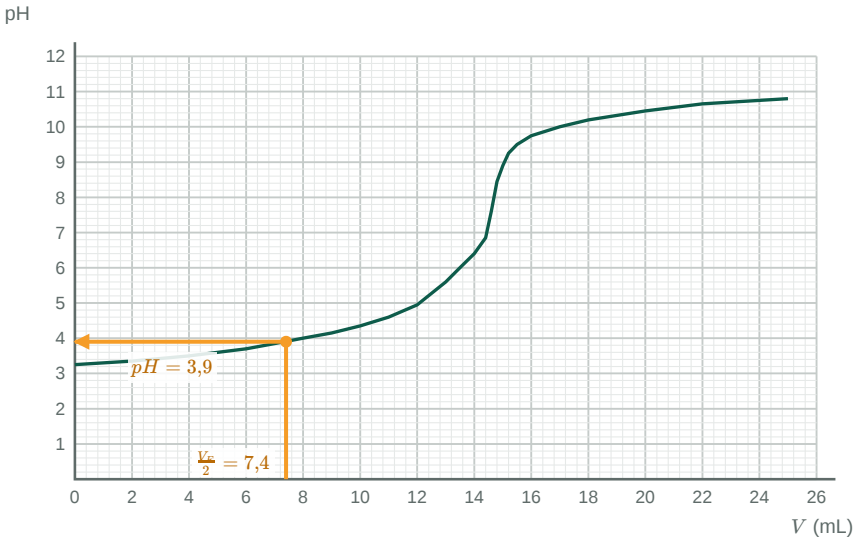
On lit le pH sur la courbe de titrage pour $V = \dfrac{V_E}{2} = \dfrac{14{,}8}{2} = 7{,}4$ mL : $pH = 3{,}9$.

$pK_A = 3{,}9$

PIÈGE
Lire sur la courbe dérivée au lieu de la courbe des croix, ou prendre la moitié du pH à l'équivalence.

À LA CALCULATRICE





Q10 · Figure 1 du sujet : lecture du pH à la demi-équivalence

Q11 Indiquer si la valeur obtenue à la question Q10 est compatible avec la présence de BBP, sachant que le pK_A tabulé vaut 4,1 et que $u(pK_A) = 0{,}3$.

Données utiles $pK_A = 3{,}9$ (Q10) ; $pK_{A,\text{ref}} = 4{,}1$; $u(pK_A) = 0{,}3$

On calcule le quotient donné par l'énoncé :

$$\frac{|pK_A - pK_{A,\text{ref}}|}{u(pK_A)} = \frac{|3{,}9 - 4{,}1|}{0{,}3} = 0{,}7$$

Ce quotient est inférieur à 2 : l'écart entre la mesure et la valeur tabulée est plus petit que l'incertitude-type.

Quotient $0{,}7 < 2$: le pK_A mesuré est compatible avec la présence de BBP.

COMPRENDRE
Le seuil usuel est 2 : en dessous, la mesure et la référence sont compatibles. Un seul chiffre significatif suffit pour ce quotient.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{4.1 - 3.9}{0.3} \approx 0.6666667$

Q12 Montrer que la solution contenant la forme acide du BBP est de couleur jaune.

Sur la figure 2, l'absorbance est maximale pour $\lambda_{max} \approx 435$ nm. D'après le cercle chromatique, cette radiation (entre 400 et 450 nm) est violette.

La solution a la couleur complémentaire de celle qu'elle absorbe le plus, c'est-à-dire la couleur diamétralement opposée sur le cercle chromatique : le jaune.

La forme acide absorbe le violet ($\lambda_{max} \approx 435$ nm) : la solution est jaune.

PIÈGE
Dire que la solution est violette. La couleur perçue correspond aux radiations transmises, pas à celles qui sont absorbées.

Q13 Montrer qu'il est impossible de préparer la solution d'acide chlorhydrique de $pH = 2{,}0$ en une seule dilution avec le matériel proposé.

Données utiles $t_m = 37\ \%$; $d = 1{,}18$; $\rho_{eau} = 1{,}0\ \text{kg} \cdot \text{L}^{-1}$; $M = 36{,}5\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; fiole $V = 200{,}0$ mL ; pipettes de 1,0 mL à 50,0 mL

Concentration de la solution commerciale. Un litre de solution a pour masse $d \times \rho_{eau} \times 1\ \text{L}$ et contient une masse $t_m \times d \times \rho_{eau} \times 1\ \text{L}$ de chlorure d'hydrogène, d'où :

$$C_{com} = \frac{t_m \times d \times \rho_{eau}}{M} = \frac{0{,}37 \times 1{,}18 \times 1{,}0 \times 10^3}{36{,}5} = 12\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Concentration de la solution à préparer. L'acide chlorhydrique est un acide fort : $C_f = [\text{H}_3\text{O}^+] = c^\circ \times 10^{-pH} = 1{,}0 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Volume à prélever. La quantité de soluté se conserve lors d'une dilution : $C_{com} \times V_{com} = C_f \times V$.

$$V_{com} = \frac{C_f \times V}{C_{com}} = \frac{1{,}0 \times 10^{-2} \times 200{,}0}{12} = 0{,}17\ \text{mL}$$

Ce volume est inférieur à celui de la plus petite pipette jaugée disponible (1,0 mL).

Il faudrait prélever $V_{com} = 0{,}17\ \text{mL} < 1{,}0$ mL : la préparation en une seule dilution est impossible.

PIÈGE
Laisser ρ_{eau} en $\text{kg} \cdot \text{L}^{-1}$ alors que M est en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$: il faut $1{,}0 \times 10^3\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme t_m et ρ_{eau}.
Autre rédaction : le facteur de dilution vaut $\frac{C_{com}}{C_f} = 1200$, alors que le matériel permet au plus $\frac{200{,}0}{1{,}0} = 200$.

MÉTHODE
Question ouverte : annoncer le plan (concentration mère, concentration fille, volume à prélever), puis confronter le résultat au matériel. Une démarche claire rapporte des points même inachevée.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{0.37 \times 1.18 \times 1.0 \times 10^3}{36.5} \approx 11.96164$

$\frac{1.0 \times 10^{-2} \times 200.0}{12} \approx 0.1666667$

Q14 Choisir, parmi les trois formules semi-développées, celle qui correspond à la N,N-diméthylméthanamine.

« Méthanamine » : la chaîne principale porte un seul atome de carbone lié à l'atome d'azote. « N,N-diméthyl » : l'azote porte en plus deux groupes méthyle. La molécule est donc $(CH_3)_3N$: un atome d'azote lié à trois groupes CH_3.

C'est la molécule B.

COMPRENDRE
La molécule A contient trois atomes d'azote et la molécule C est une amine sans substituant sur l'azote (propanamine, cas 1 du tableau).

Q15 Écrire l'équation de la réaction responsable du passage de la pastille du jaune au bleu.

La pastille jaune contient la forme acide BH_2. L'amine R_3N est une base : elle capte l'ion H^+ cédé par BH_2, qui devient BH^-, de couleur bleue.

$$BH_2\,(aq) + R_3N\,(aq) \longrightarrow BH^-\,(aq) + R_3NH^+\,(aq)$$

MÉTHODE
Réaction acide-base : l'acide d'un couple réagit avec la base de l'autre. Vérifier la conservation des charges : 0 à gauche, $-1+1=0$ à droite.

Q16 Justifier le caractère amphotère de l'ion BH^-.

L'ion BH^- est la base du couple BH_2/BH^- : il peut capter un ion H^+. Il est aussi l'acide du couple BH^-/B^{2-} : il cède un ion H^+ à l'ion hydroxyde dans la réaction de décoloration.

BH^- est à la fois un acide et une base : c'est une espèce amphotère.

Q17 Déterminer le temps de demi-réaction, puis indiquer si ce temps et la réaction associée sont adaptés à la pastille d'un emballage intelligent, en explicitant les évolutions de couleur.

Temps de demi-réaction. Il s'agit de la durée nécessaire pour que l'avancement soit égal à la moitié de l'avancement final. La transformation est totale et $\mathrm{OH^-}$ est en excès : à $t_{1/2}$, la concentration de $\mathrm{BH^-}$ est la moitié de sa valeur initiale.

Sur la figure 4, $[\mathrm{BH^-}]_0 = 5{,}6\ \mu\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$, donc $[\mathrm{BH^-}](t_{1/2}) = \dfrac{5{,}6}{2} = 2{,}8\ \mu\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$. On lit $t_{1/2} \approx 760$ s, soit environ 13 min.

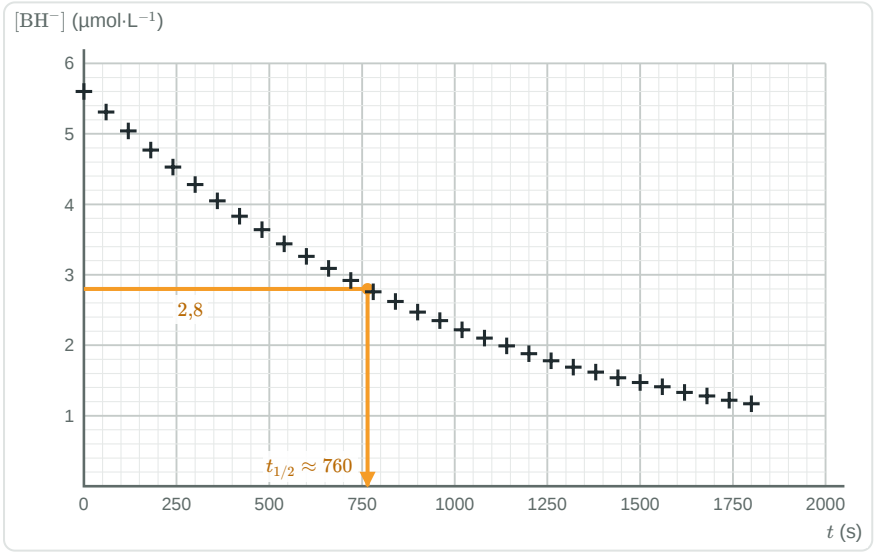
Évolution de la couleur. Poisson frais : la pastille contient $\mathrm{BH_2}$, elle est jaune. Quand le poisson se dégrade, en plusieurs jours, l'amine transforme $\mathrm{BH_2}$ en $\mathrm{BH^-}$: la pastille devient bleue. Mais si le milieu devient très basique, $\mathrm{BH^-}$ est à son tour consommé, et sa concentration est divisée par deux toutes les 13 minutes environ : la teinte bleue s'efface en une heure à peu près.

Conclusion. La décoloration est très rapide devant la durée de dégradation du poisson : le signal bleu disparaît et le client ne voit plus l'avertissement.

$t_{1/2} \approx 760\ \mathrm{s} \approx 13\ \mathrm{min}$: la pastille passe du jaune au bleu puis se décolore rapidement ; cette réaction nuit à l'emballage, le BBP n'est pas adapté en milieu très basique.

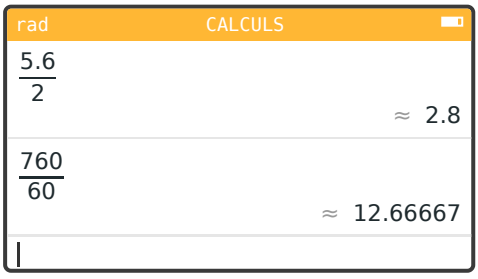
PIÈGE
Chercher la date où la concentration vaut la moitié du maximum de l'axe (3,0) au lieu de la moitié de la valeur initiale lue à $t = 0$ (5,6).

COMPRENDRE
La lecture graphique donne entre 750 s et 780 s : toute valeur de cet ordre est acceptée. Ce qui compte, c'est la comparaison entre des minutes et des jours.



Q17 · Figure 4 du sujet : lecture du temps de demi-réaction

À LA CALCULATRICE



Datation d'une roche

Bac 2025 Métropole Jour 1 · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

Q1 Rappeler la définition de noyaux isotopes.

Des noyaux isotopes ont le même nombre de protons Z (même élément chimique) mais des nombres de neutrons N différents, donc des nombres de masse A différents.

COMPRENDRE
Sur le diagramme (N,Z), les isotopes d'un élément sont dans une même colonne : ${}^{86}_{37}\mathrm{Rb}$, ${}^{87}_{37}\mathrm{Rb}$ et ${}^{88}_{37}\mathrm{Rb}$ par exemple.

Q2 Écrire l'équation de la désintégration du rubidium 87 indiquée par la flèche sur l'extrait du diagramme (N,Z).

La flèche part de ${}^{87}_{37}\mathrm{Rb}$ et arrive sur ${}^{87}_{38}\mathrm{Sr}$: le noyau fils a un proton de plus et un neutron de moins.

Conservation du nombre de masse : $87 = 87 + 0$. Conservation de la charge : $37 = 38 + (-1)$. La particule émise est donc ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$.

$${}^{87}_{37}\mathrm{Rb} \longrightarrow {}^{87}_{38}\mathrm{Sr} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

MÉTHODE
Lire A et Z des deux noyaux sur le diagramme, puis appliquer les deux lois de conservation (nombre de masse et charge) pour identifier la particule émise.

Q3 Préciser à quel type de désintégration correspond cette transformation nucléaire.

La particule émise est un électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$.

Il s'agit d'une désintégration β^-.

PIÈGE
Confondre avec β^+, qui émet un positon ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$ et fait diminuer Z d'une unité. Ici Z augmente de 37 à 38.

Q4 Rappeler la définition du temps de demi-vie $t_{1/2}$.

Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans un échantillon s'est désintégrée.

Q5 Déterminer, en justifiant, le nombre maximal de demi-vies après lequel il reste assez de rubidium 87 dans l'échantillon pour qu'on puisse le détecter.

Données utiles $N_{\mathrm{Rb}}(0) = 5{,}8 \times 10^{20}$; $N_{\min} = 2{,}0 \times 10^{9}$; $2^{38} < \dfrac{5{,}8 \times 10^{20}}{2{,}0 \times 10^{9}} < 2^{39}$

À chaque demi-vie, le nombre de noyaux est divisé par 2. Après n demi-vies :

$$N_{\mathrm{Rb}}(n\,t_{1/2}) = \frac{N_{\mathrm{Rb}}(0)}{2^n}$$

La datation reste possible si $\dfrac{N_{\mathrm{Rb}}(0)}{2^n} \geqslant N_{\min}$, soit $2^n \leqslant \dfrac{N_{\mathrm{Rb}}(0)}{N_{\min}}$.

Or $2^{38} < \dfrac{N_{\mathrm{Rb}}(0)}{N_{\min}} < 2^{39}$: la condition est vérifiée pour $n = 38$, elle ne l'est plus pour $n = 39$.

Le nombre maximal de demi-vies est $n = 38$.

PIÈGE
Répondre 39. Après 39 demi-vies, il reste $\dfrac{N_{\mathrm{Rb}}(0)}{2^{39}}$ noyaux, ce qui est inférieur à $N_{\min}$: la datation n'est plus possible.

Q6 Justifier que le rubidium 87 est adapté pour dater un échantillon de 1 g de roche du site de Meymac.

Données utiles $t_{1/2} = 49{,}2 \times 10^9$ a ; $n = 38$ (Q5) ; site âgé de plusieurs centaines de millions d'années

Durée maximale pendant laquelle la datation est possible :

$$t_{\max} = 38 \times t_{1/2} = 38 \times 49{,}2 \times 10^9 = 1{,}9 \times 10^{12} \text{ a}$$

Le site est âgé de quelques 10^8 a, soit plusieurs milliers de fois moins que $t_{\max}$.

$t_{\max} = 1{,}9 \times 10^{12}$ a, très supérieur à l'âge du site : il reste bien assez de rubidium 87, cet isotope est adapté.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme $N_{\text{Rb}}(0)$ et $N_{\min}$ dont dépend le nombre 38.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$38 \times 49.2 \times 10^9$
$\approx 1.8696 \times 10^{12}$

Q7 Vérifier que $N_{\text{Rb}}(t) = N_{\text{Rb}}(0)\, e^{-\lambda t}$ est solution de l'équation différentielle $\dfrac{\mathrm{d}N_{\text{Rb}}(t)}{\mathrm{d}t} = -\lambda\, N_{\text{Rb}}(t)$.

On dérive l'expression proposée par rapport au temps, $N_{\text{Rb}}(0)$ et λ étant des constantes :

$$\frac{\mathrm{d}N_{\text{Rb}}(t)}{\mathrm{d}t} = N_{\text{Rb}}(0) \times (-\lambda)\, e^{-\lambda t} = -\lambda \times N_{\text{Rb}}(0)\, e^{-\lambda t}$$

On reconnaît $N_{\text{Rb}}(t)$ dans le second membre :

$\dfrac{\mathrm{d}N_{\text{Rb}}(t)}{\mathrm{d}t} = -\lambda\, N_{\text{Rb}}(t)$: l'expression proposée est bien solution.

MÉTHODE
Pour vérifier une solution, on ne résout pas l'équation : on calcule séparément la dérivée de l'expression proposée, puis on montre qu'elle est égale au second membre.

Q8 Déterminer l'expression de t_f, date à laquelle il reste $N_{\min}$ noyaux de rubidium 87, en fonction de $N_{\min}$, $N_{\text{Rb}}(0)$ et λ.

À la date t_f : $N_{\text{Rb}}(t_f) = N_{\min}$, donc $N_{\text{Rb}}(0)\, e^{-\lambda t_f} = N_{\min}$.

$$e^{-\lambda t_f} = \frac{N_{\min}}{N_{\text{Rb}}(0)} \quad \text{donc} \quad -\lambda\, t_f = \ln\left(\frac{N_{\min}}{N_{\text{Rb}}(0)}\right)$$

$$t_f = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{N_{\min}}{N_{\text{Rb}}(0)}\right) = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{N_{\text{Rb}}(0)}{N_{\min}}\right)$$

PIÈGE
Oublier le signe « − » : $\ln\left(\dfrac{N_{\min}}{N_{\text{Rb}}(0)}\right)$ est négatif, car le rapport est inférieur à 1. Une date t_f négative doit alerter.

Q9 Calculer la valeur de t_f puis la comparer à la réponse donnée dans la question Q6. Commenter.

Données utiles $\lambda = 1{,}41 \times 10^{-11}$ a^{-1} ; $N_{\text{Rb}}(0) = 5{,}8 \times 10^{20}$; $N_{\min} = 2{,}0 \times 10^9$; $t_{\max} = 1{,}9 \times 10^{12}$ a (Q6)

$$t_f = \frac{1}{1{,}41 \times 10^{-11}} \times \ln\left(\frac{5{,}8 \times 10^{20}}{2{,}0 \times 10^9}\right) = 1{,}9 \times 10^{12} \text{ a}$$

On retrouve la durée $38\, t_{1/2} = 1{,}9 \times 10^{12}$ a de la question Q6 : les deux méthodes sont cohérentes. La valeur t_f est très légèrement supérieure à $38\, t_{1/2}$, car le rapport $\dfrac{N_{\text{Rb}}(0)}{N_{\min}}$ dépasse un peu 2^{38}.

$t_f = 1{,}9 \times 10^{12}$ a, en accord avec Q6 : le rubidium 87 permet de dater des roches bien plus anciennes que celle de Meymac.

PIÈGE
Convertir λ en s^{-1} est inutile : λ est en a^{-1}, donc t_f sort directement en années.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$\dfrac{\ln\left(\dfrac{5.8 \times 10^{20}}{2.0 \times 10^9}\right)}{1.41 \times 10^{-11}}$
$\approx 1.871854 \times 10^{12}$

Q10 Donner la relation entre $N_{\text{Sr formé}}(t)$, $N_{\text{Rb}}(0)$ et $N_{\text{Rb}}(t)$, sachant que pour un noyau de rubidium 87 qui se désintègre, un noyau de strontium 87 se forme.

Le nombre de noyaux de strontium 87 formés à la date t est égal au nombre de noyaux de rubidium 87 qui se sont désintégrés depuis $t = 0$, c'est-à-dire le nombre initial moins le nombre restant.

$N_{\text{Sr formé}}(t) = N_{\text{Rb}}(0) - N_{\text{Rb}}(t)$

Q11 En déduire l'égalité $N_{\text{Sr formé}}(t) = N_{\text{Rb}}(t)\,(e^{\lambda t} - 1)$ (équation 2).

D'après la loi de décroissance, $N_{\text{Rb}}(t) = N_{\text{Rb}}(0)\,e^{-\lambda t}$, donc $N_{\text{Rb}}(0) = N_{\text{Rb}}(t)\,e^{\lambda t}$.

On remplace dans la relation de la question Q10 :

$$N_{\text{Sr formé}}(t) = N_{\text{Rb}}(t)\,e^{\lambda t} - N_{\text{Rb}}(t)$$

$N_{\text{Sr formé}}(t) = N_{\text{Rb}}(t)\,(e^{\lambda t} - 1)$: on retrouve l'équation 2.

COMPRENDRE
On élimine $N_{\text{Rb}}(0)$, inconnu des géologues, au profit de $N_{\text{Rb}}(t)$, mesurable aujourd'hui dans la roche. Rappel : $\dfrac{1}{e^{-\lambda t}} = e^{\lambda t}$.

Q12 Déterminer l'âge t_{roche} de la roche du site de Meymac.

Données utiles modélisation de la figure 1 : $y = 0{,}7105 + 0{,}0042\,x$; équation 3 : $y = b + (e^{\lambda t} - 1)\,x$; $\lambda = 1{,}41 \times 10^{-11}$ a^{-1}

Les échantillons sont prélevés à la date t_{roche}. Par identification, le coefficient directeur de la droite modèle vaut :

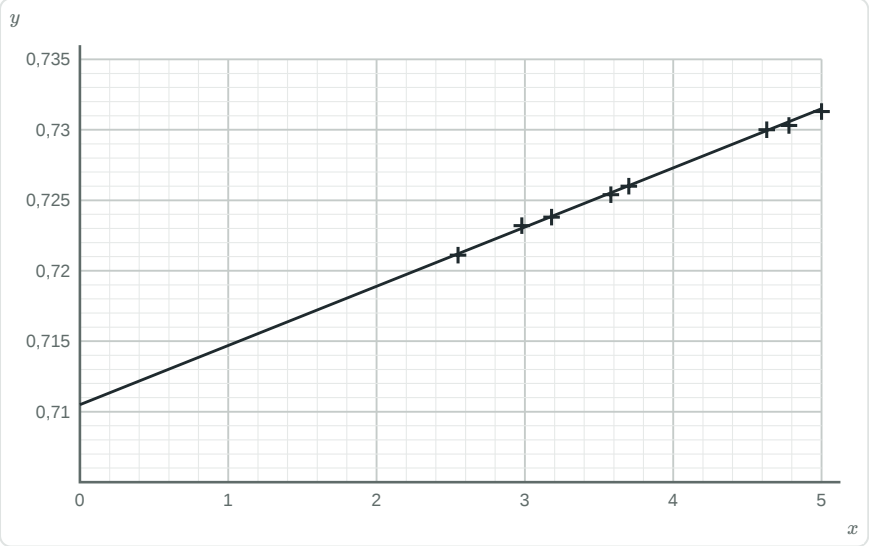
$$e^{\lambda\, t_{\text{roche}}} - 1 = 0{,}0042 \quad \text{donc} \quad e^{\lambda\, t_{\text{roche}}} = 1{,}0042$$

$$t_{\text{roche}} = \frac{\ln(1{,}0042)}{\lambda} = \frac{\ln(1{,}0042)}{1{,}41 \times 10^{-11}} = 3{,}0 \times 10^{8}\ \text{a}$$

$t_{\text{roche}} = 3{,}0 \times 10^{8}$ a, soit environ 300 millions d'années, en accord avec « plusieurs centaines de millions d'années ».

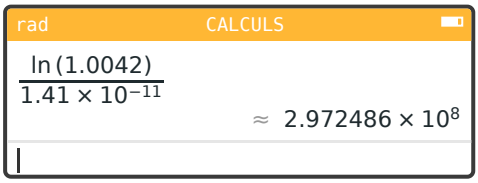
PIÈGE
Utiliser l'ordonnée à l'origine $0{,}7105$: elle correspond à b, le strontium présent à la formation de la roche. L'âge se lit dans le coefficient directeur.

COMPRENDRE
Le coefficient directeur $0{,}0042$ n'a que deux chiffres significatifs : le résultat aussi. Écrire $2{,}97 \times 10^{8}$ a afficherait une précision que la mesure n'a pas.



Q12 · Figure 1 du sujet : la droite modèle a pour ordonnée à l'origine $b = 0{,}7105$ et pour coefficient directeur $e^{\lambda t} - 1 = 0{,}0042$

À LA CALCULATRICE



Viscosimètre à chute de bille

Bac 2025 Métropole Jour 1 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Montrer, par un raisonnement sur les unités, que la viscosité η_C s'exprime en $\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-2}\cdot\mathrm{s}$.

Données utiles $\vec{f} = -\alpha\cdot\eta_C\cdot v\cdot\vec{k}$; α est homogène à une distance

La valeur de la force de frottement est $f = \alpha\cdot\eta_C\cdot v$, d'où $\eta_C = \dfrac{f}{\alpha\cdot v}$.

Or f est en N, α en m et v en $\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$:

$$\text{unité de } \eta_C = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}\times\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}} = \frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}}{\mathrm{m}^2}$$

η_C s'exprime bien en $\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-2}\cdot\mathrm{s}$.

MÉTHODE
Pour trouver l'unité d'une grandeur : l'isoler dans une relation connue, remplacer chaque grandeur par son unité, puis simplifier comme dans un calcul littéral.

Q2 Préciser, en justifiant, si la valeur de la force de frottement augmente ou diminue quand la vitesse de la bille augmente.

La valeur de la force de frottement est $f = \alpha\cdot\eta_C\cdot v$, où α et η_C sont des constantes positives : f est proportionnelle à v.

Quand la vitesse de la bille augmente, la valeur de $\vec{f}$ **augmente**.

Q3 Représenter sur un schéma, sans calcul et en justifiant, les forces appliquées au système {bille} lorsque la vitesse limite est atteinte.

Une fois la vitesse limite atteinte, le mouvement de la bille est rectiligne uniforme dans le référentiel terrestre galiléen. D'après le principe d'inertie, les forces se compensent :

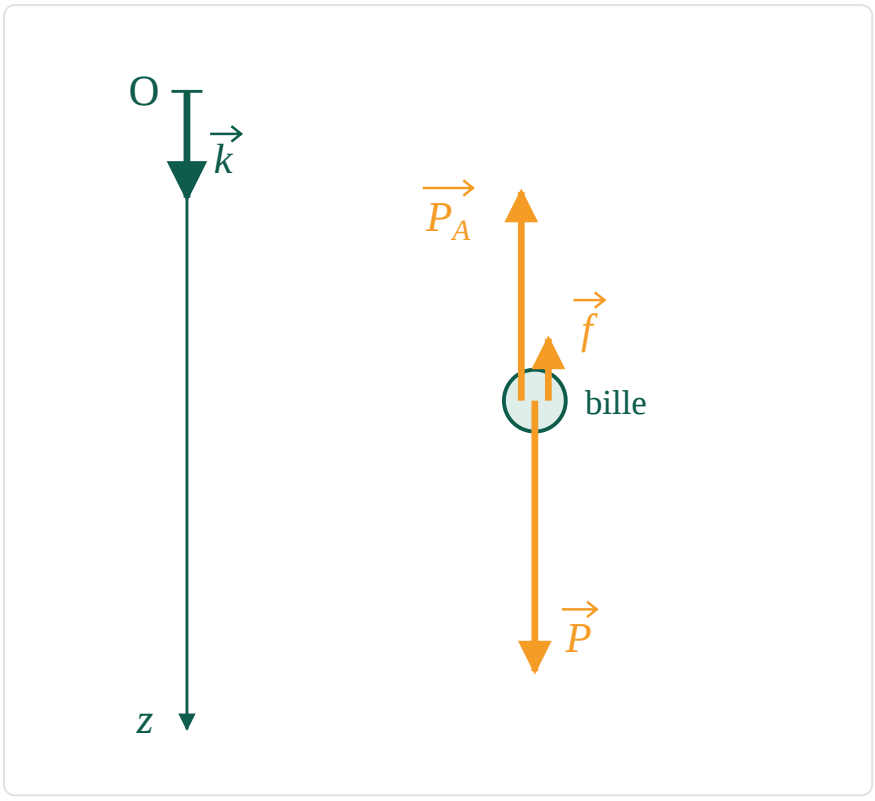
$$\vec{P} + \vec{P}_A + \vec{f} = \vec{0}$$

- le poids $\vec{P}$ est vertical, vers le bas (sens de $\vec{k}$) ;
- la poussée d'Archimède $\vec{P}_A$ et la force de frottement $\vec{f}$ sont de sens opposé à $\vec{k}$: verticales, vers le haut.

Sur le schéma, les trois forces partent du centre de la bille et la longueur de $\vec{P}$ est égale à la somme des longueurs de $\vec{P}_A$ et de $\vec{f}$.

PIÈGE
Dessiner des flèches de longueurs quelconques. À vitesse constante la somme des forces est nulle : la flèche du poids doit être aussi longue que les deux flèches vers le haut mises bout à bout.

COMPRENDRE
« Sans calcul » : seuls les directions, les sens et la compensation sont attendus. On ne peut pas dire laquelle de $\vec{P}_A$ ou $\vec{f}$ est la plus grande sans application numérique.



Q3 · Forces sur la bille à la vitesse limite : $P = P_A + f$ (flèches du haut légèrement écartées pour la lisibilité)

Q4 Montrer que la vitesse limite vérifie $\alpha \cdot \eta_C \cdot v_{lim} = \dfrac{4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g \cdot (\rho_b - \rho_h)}{3}$.

Données utiles $V_b = \dfrac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$; $\vec{P}_A = -\rho_h \cdot V_b \cdot g \cdot \vec{k}$

À la vitesse limite : $\vec{P} + \vec{P}_A + \vec{f} = \vec{0}$ (Q3). En projection sur l'axe (Oz), orienté vers le bas :

$$m \cdot g - \rho_h \cdot V_b \cdot g - \alpha \cdot \eta_C \cdot v_{lim} = 0$$

La masse de la bille est $m = \rho_b \cdot V_b$, donc :

$$\alpha \cdot \eta_C \cdot v_{lim} = \rho_b \cdot V_b \cdot g - \rho_h \cdot V_b \cdot g = V_b \cdot g \cdot (\rho_b - \rho_h)$$

Avec $V_b = \dfrac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$:

$$\boxed{\alpha \cdot \eta_C \cdot v_{lim} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g \cdot (\rho_b - \rho_h)}{3}}$$

PIÈGE
Confondre les deux masses volumiques : le poids fait intervenir celle de la bille ($m = \rho_b \cdot V_b$), la poussée d'Archimède celle de l'huile déplacée (ρ_h).

Q5 Calculer la valeur de la viscosité η_C de l'huile C.

Données utiles $v_{lim} = 5{,}37\ \text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$; $r = 0{,}993\ \text{mm}$; $g = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $\rho_b = 1{,}06 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\rho_h = 8{,}31 \times 10^2\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\alpha = 1{,}92 \times 10^{-2}\ \text{m}$

D'après la relation de Q4 :

$$\eta_C = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g \cdot (\rho_b - \rho_h)}{3 \cdot \alpha \cdot v_{lim}}$$

$$\eta_C = \frac{4 \times \pi \times (0{,}993 \times 10^{-3})^3 \times 9{,}81 \times (1{,}06 \times 10^3 - 8{,}31 \times 10^2)}{3 \times 1{,}92 \times 10^{-2} \times 5{,}37 \times 10^{-3}}$$

$$\boxed{\eta_C = 8{,}9 \times 10^{-2}\ \text{N} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}}$$

PIÈGE
Laisser r en mm et v_{lim} en $\text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$. Le rayon est au cube : l'oubli de la conversion fausse le résultat d'un facteur 10^9.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs : $\rho_b = 1\,060\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ n'est connue qu'à la dizaine, donc la différence $\rho_b - \rho_h \approx 2{,}3 \times 10^2\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ aussi. C'est cohérent avec l'incertitude de $0{,}003$ donnée ensuite.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{4\times\pi\times(0.993\times10^{-3})^3\times9.81\times(1.06\times10^3-8.31\times10^2)}{3\times1.92\times10^{-2}\times5.37\times10^{-3}}\approx 0.08936456$$

Q6 Déterminer si la valeur de η_C obtenue expérimentalement est en accord avec la valeur de référence.

Données utiles $\eta_{réf}=0{,}093\ \text{N}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}$; $u(\eta_C)=0{,}003\ \text{N}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}$; $\eta_C=0{,}089\ \text{N}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}$ (Q5)

On calcule le quotient proposé par l'énoncé :

$$\frac{|\eta_C-\eta_{réf}|}{u(\eta_C)}=\frac{|0{,}089-0{,}093|}{0{,}003}=1{,}3$$

Ce quotient est inférieur à 2 : l'écart à la référence représente à peine plus d'une incertitude-type.

Quotient $=1{,}3<2$: la valeur mesurée est **en accord** avec la valeur de référence.

MÉTHODE
Critère usuel : quotient inférieur ou égal à 2, la mesure est compatible avec la référence ; au-delà, elle ne l'est pas. Toujours écrire la comparaison à 2 avant de conclure.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{0.093-0.089}{0.003}\approx 1.333333$$

Q7 À l'aide de la deuxième loi de Newton, montrer que $a=g\cdot\left(1-\dfrac{\rho_h\cdot V_b}{m}\right)-\dfrac{\alpha\cdot\eta_C}{m}\cdot v$.

Système {bille}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen ; forces : $\vec{P}$, $\vec{P}_A$ et $\vec{f}$.

Deuxième loi de Newton : $\vec{P}+\vec{P}_A+\vec{f}=m\cdot\vec{a}$, soit

$$m\cdot g\cdot\vec{k}-\rho_h\cdot V_b\cdot g\cdot\vec{k}-\alpha\cdot\eta_C\cdot v\cdot\vec{k}=m\cdot a\cdot\vec{k}$$

En projection sur (Oz) : $m\cdot a=m\cdot g-\rho_h\cdot V_b\cdot g-\alpha\cdot\eta_C\cdot v$.

On divise par m et on factorise g :

$$a=g\cdot\left(1-\frac{\rho_h\cdot V_b}{m}\right)-\frac{\alpha\cdot\eta_C}{m}\cdot v$$

PIÈGE
Reprendre la somme nulle de Q3. Pendant la phase d'accélération, les forces ne se compensent pas : la somme vaut $m\cdot\vec{a}$. Les points de rédaction vont au système, au référentiel et au nom de la loi.

Q8 En déduire que la vitesse obéit à l'équation différentielle $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}+\dfrac{3\,\alpha\cdot\eta_C}{4\cdot\rho_b\cdot\pi\cdot r^3}\cdot v=g\cdot\left(1-\dfrac{\rho_h}{\rho_b}\right)$.

Le mouvement a lieu selon (Oz) : $a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$. De plus $m=\rho_b\cdot V_b$, donc la relation de Q7 devient :

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=g\cdot\left(1-\frac{\rho_h\cdot V_b}{\rho_b\cdot V_b}\right)-\frac{\alpha\cdot\eta_C}{\rho_b\cdot V_b}\cdot v=g\cdot\left(1-\frac{\rho_h}{\rho_b}\right)-\frac{\alpha\cdot\eta_C}{\rho_b\cdot V_b}\cdot v$$

Avec $V_b=\dfrac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3$: $\dfrac{\alpha\cdot\eta_C}{\rho_b\cdot V_b}=\dfrac{3\,\alpha\cdot\eta_C}{4\cdot\rho_b\cdot\pi\cdot r^3}$

En regroupant les termes en v dans le membre de gauche :

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}+\frac{3\,\alpha\cdot\eta_C}{4\cdot\rho_b\cdot\pi\cdot r^3}\cdot v=g\cdot\left(1-\frac{\rho_h}{\rho_b}\right)$$

COMPRENDRE
L'équation est de la forme $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}+\dfrac{v}{\tau}=\text{constante}$: le coefficient de v est l'inverse du temps caractéristique τ donné ensuite. Quand $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0$, on retrouve la vitesse limite de Q4.

Q9 Calculer τ avec la viscosité de référence, puis justifier que la vitesse de la bille est pratiquement égale à sa valeur limite durant tout le mouvement, le tube mesurant environ 15 cm.

Données utiles $\tau = \dfrac{4 \cdot \rho_b \cdot \pi \cdot r^3}{3 \cdot \alpha \cdot \eta_C}$; $\eta_{réf} = 0{,}093\ \text{N} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}$; $v_{lim} = 5{,}37\ \text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$; $H \approx 15\ \text{cm}$

$$\tau = \frac{4 \times 1{,}06 \times 10^3 \times \pi \times (0{,}993 \times 10^{-3})^3}{3 \times 1{,}92 \times 10^{-2} \times 0{,}093} = 2{,}4 \times 10^{-3}\ \text{s}$$

La vitesse limite est pratiquement atteinte au bout de $5\,\tau = 5 \times 2{,}4 \times 10^{-3} = 1{,}2 \times 10^{-2}$ s.

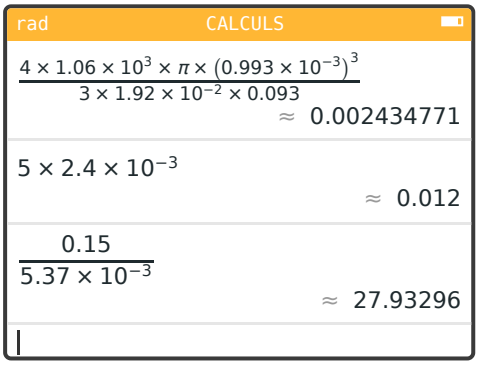
À la vitesse limite, la bille parcourt la hauteur du tube en :

$$\Delta t = \frac{H}{v_{lim}} = \frac{0{,}15}{5{,}37 \times 10^{-3}} = 28\ \text{s}$$

La phase d'accélération ($0{,}012$ s) est environ 2 000 fois plus courte que la chute (28 s).

$\tau = 2{,}4 \times 10^{-3}$ s ; $5\,\tau \ll \Delta t$: la bille est pratiquement à v_{lim} pendant toute la chute.

À LA CALCULATRICE



COMPRENDRE

Pour $t = 5\,\tau$, $v = v_{lim} \cdot (1 - e^{-5})$, soit 99 % de v_{lim}. C'est le critère habituel pour dire qu'un régime permanent est atteint.

MÉTHODE

« Justifier qu'on peut négliger » : comparer deux grandeurs de même nature par un rapport. Ici deux durées ; on peut aussi comparer la distance parcourue en $5\,\tau$ (moins de $0{,}07$ mm) aux 15 cm du tube.