Datation d'une roche

Bac 2025 Métropole Jour 1 · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

Q1 Rappeler la définition de noyaux isotopes.

Des noyaux isotopes ont le même nombre de protons Z (même élément chimique) mais des nombres de neutrons N différents, donc des nombres de masse A différents.

COMPRENDRE
Sur le diagramme (N,Z), les isotopes d'un élément sont dans une même colonne : ${}^{86}_{37}\mathrm{Rb}$, ${}^{87}_{37}\mathrm{Rb}$ et ${}^{88}_{37}\mathrm{Rb}$ par exemple.

Q2 Écrire l'équation de la désintégration du rubidium 87 indiquée par la flèche sur l'extrait du diagramme (N,Z).

La flèche part de ${}^{87}_{37}\mathrm{Rb}$ et arrive sur ${}^{87}_{38}\mathrm{Sr}$: le noyau fils a un proton de plus et un neutron de moins.

Conservation du nombre de masse : $87 = 87 + 0$. Conservation de la charge : $37 = 38 + (-1)$. La particule émise est donc ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$.

$${}^{87}_{37}\mathrm{Rb} \longrightarrow {}^{87}_{38}\mathrm{Sr} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

MÉTHODE
Lire A et Z des deux noyaux sur le diagramme, puis appliquer les deux lois de conservation (nombre de masse et charge) pour identifier la particule émise.

Q3 Préciser à quel type de désintégration correspond cette transformation nucléaire.

La particule émise est un électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$.

Il s'agit d'une désintégration β^-.

PIÈGE
Confondre avec β^+, qui émet un positon ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$ et fait diminuer Z d'une unité. Ici Z augmente de 37 à 38.

Q4 Rappeler la définition du temps de demi-vie $t_{1/2}$.

Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans un échantillon s'est désintégrée.

Q5 Déterminer, en justifiant, le nombre maximal de demi-vies après lequel il reste assez de rubidium 87 dans l'échantillon pour qu'on puisse le détecter.

Données utiles $N_{\mathrm{Rb}}(0) = 5{,}8 \times 10^{20}$; $N_{\min} = 2{,}0 \times 10^{9}$; $2^{38} < \dfrac{5{,}8 \times 10^{20}}{2{,}0 \times 10^{9}} < 2^{39}$

À chaque demi-vie, le nombre de noyaux est divisé par 2. Après n demi-vies :

$$N_{\mathrm{Rb}}(n\,t_{1/2}) = \frac{N_{\mathrm{Rb}}(0)}{2^n}$$

La datation reste possible si $\dfrac{N_{\mathrm{Rb}}(0)}{2^n} \geqslant N_{\min}$, soit $2^n \leqslant \dfrac{N_{\mathrm{Rb}}(0)}{N_{\min}}$.

Or $2^{38} < \dfrac{N_{\mathrm{Rb}}(0)}{N_{\min}} < 2^{39}$: la condition est vérifiée pour $n = 38$, elle ne l'est plus pour $n = 39$.

Le nombre maximal de demi-vies est $n = 38$.

PIÈGE
Répondre 39. Après 39 demi-vies, il reste $\dfrac{N_{\mathrm{Rb}}(0)}{2^{39}}$ noyaux, ce qui est inférieur à $N_{\min}$: la datation n'est plus possible.

Q6 Justifier que le rubidium 87 est adapté pour dater un échantillon de 1 g de roche du site de Meymac.

Données utiles $t_{1/2} = 49{,}2 \times 10^9$ a ; $n = 38$ (Q5) ; site âgé de plusieurs centaines de millions d'années

Durée maximale pendant laquelle la datation est possible :

$$t_{\max} = 38 \times t_{1/2} = 38 \times 49{,}2 \times 10^9 = 1{,}9 \times 10^{12} \text{ a}$$

Le site est âgé de quelques 10^8 a, soit plusieurs milliers de fois moins que $t_{\max}$.

$t_{\max} = 1{,}9 \times 10^{12}$ a, très supérieur à l'âge du site : il reste bien assez de rubidium 87, cet isotope est adapté.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme $N_{\text{Rb}}(0)$ et $N_{\min}$ dont dépend le nombre 38.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$38 \times 49.2 \times 10^9$
$\approx 1.8696 \times 10^{12}$

Q7 Vérifier que $N_{\text{Rb}}(t) = N_{\text{Rb}}(0)\, e^{-\lambda t}$ est solution de l'équation différentielle $\dfrac{\mathrm{d}N_{\text{Rb}}(t)}{\mathrm{d}t} = -\lambda\, N_{\text{Rb}}(t)$.

On dérive l'expression proposée par rapport au temps, $N_{\text{Rb}}(0)$ et λ étant des constantes :

$$\frac{\mathrm{d}N_{\text{Rb}}(t)}{\mathrm{d}t} = N_{\text{Rb}}(0) \times (-\lambda)\, e^{-\lambda t} = -\lambda \times N_{\text{Rb}}(0)\, e^{-\lambda t}$$

On reconnaît $N_{\text{Rb}}(t)$ dans le second membre :

$\dfrac{\mathrm{d}N_{\text{Rb}}(t)}{\mathrm{d}t} = -\lambda\, N_{\text{Rb}}(t)$: l'expression proposée est bien solution.

MÉTHODE
Pour vérifier une solution, on ne résout pas l'équation : on calcule séparément la dérivée de l'expression proposée, puis on montre qu'elle est égale au second membre.

Q8 Déterminer l'expression de t_f, date à laquelle il reste $N_{\min}$ noyaux de rubidium 87, en fonction de $N_{\min}$, $N_{\text{Rb}}(0)$ et λ.

À la date t_f : $N_{\text{Rb}}(t_f) = N_{\min}$, donc $N_{\text{Rb}}(0)\, e^{-\lambda t_f} = N_{\min}$.

$$e^{-\lambda t_f} = \frac{N_{\min}}{N_{\text{Rb}}(0)} \quad \text{donc} \quad -\lambda\, t_f = \ln\left(\frac{N_{\min}}{N_{\text{Rb}}(0)}\right)$$

$$t_f = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{N_{\min}}{N_{\text{Rb}}(0)}\right) = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{N_{\text{Rb}}(0)}{N_{\min}}\right)$$

PIÈGE
Oublier le signe « − » : $\ln\left(\dfrac{N_{\min}}{N_{\text{Rb}}(0)}\right)$ est négatif, car le rapport est inférieur à 1. Une date t_f négative doit alerter.

Q9 Calculer la valeur de t_f puis la comparer à la réponse donnée dans la question Q6. Commenter.

Données utiles $\lambda = 1{,}41 \times 10^{-11}$ a^{-1} ; $N_{\text{Rb}}(0) = 5{,}8 \times 10^{20}$; $N_{\min} = 2{,}0 \times 10^9$; $t_{\max} = 1{,}9 \times 10^{12}$ a (Q6)

$$t_f = \frac{1}{1{,}41 \times 10^{-11}} \times \ln\left(\frac{5{,}8 \times 10^{20}}{2{,}0 \times 10^9}\right) = 1{,}9 \times 10^{12} \text{ a}$$

On retrouve la durée $38\, t_{1/2} = 1{,}9 \times 10^{12}$ a de la question Q6 : les deux méthodes sont cohérentes. La valeur t_f est très légèrement supérieure à $38\, t_{1/2}$, car le rapport $\dfrac{N_{\text{Rb}}(0)}{N_{\min}}$ dépasse un peu 2^{38}.

$t_f = 1{,}9 \times 10^{12}$ a, en accord avec Q6 : le rubidium 87 permet de dater des roches bien plus anciennes que celle de Meymac.

PIÈGE
Convertir λ en s^{-1} est inutile : λ est en a^{-1}, donc t_f sort directement en années.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$\dfrac{\ln\left(\dfrac{5.8 \times 10^{20}}{2.0 \times 10^9}\right)}{1.41 \times 10^{-11}}$
$\approx 1.871854 \times 10^{12}$

Q10 Donner la relation entre $N_{\text{Sr formé}}(t)$, $N_{\text{Rb}}(0)$ et $N_{\text{Rb}}(t)$, sachant que pour un noyau de rubidium 87 qui se désintègre, un noyau de strontium 87 se forme.

Le nombre de noyaux de strontium 87 formés à la date t est égal au nombre de noyaux de rubidium 87 qui se sont désintégrés depuis $t = 0$, c'est-à-dire le nombre initial moins le nombre restant.

$N_{\text{Sr formé}}(t) = N_{\text{Rb}}(0) - N_{\text{Rb}}(t)$

Q11 En déduire l'égalité $N_{\text{Sr formé}}(t) = N_{\text{Rb}}(t)\,(e^{\lambda t} - 1)$ (équation 2).

D'après la loi de décroissance, $N_{\text{Rb}}(t) = N_{\text{Rb}}(0)\,e^{-\lambda t}$, donc $N_{\text{Rb}}(0) = N_{\text{Rb}}(t)\,e^{\lambda t}$.

On remplace dans la relation de la question Q10 :

$$N_{\text{Sr formé}}(t) = N_{\text{Rb}}(t)\,e^{\lambda t} - N_{\text{Rb}}(t)$$

$N_{\text{Sr formé}}(t) = N_{\text{Rb}}(t)\,(e^{\lambda t} - 1)$: on retrouve l'équation 2.

COMPRENDRE
On élimine $N_{\text{Rb}}(0)$, inconnu des géologues, au profit de $N_{\text{Rb}}(t)$, mesurable aujourd'hui dans la roche. Rappel : $\dfrac{1}{e^{-\lambda t}} = e^{\lambda t}$.

Q12 Déterminer l'âge t_{roche} de la roche du site de Meymac.

Données utiles modélisation de la figure 1 : $y = 0{,}7105 + 0{,}0042\,x$; équation 3 : $y = b + (e^{\lambda t} - 1)\,x$; $\lambda = 1{,}41 \times 10^{-11}$ a^{-1}

Les échantillons sont prélevés à la date t_{roche}. Par identification, le coefficient directeur de la droite modèle vaut :

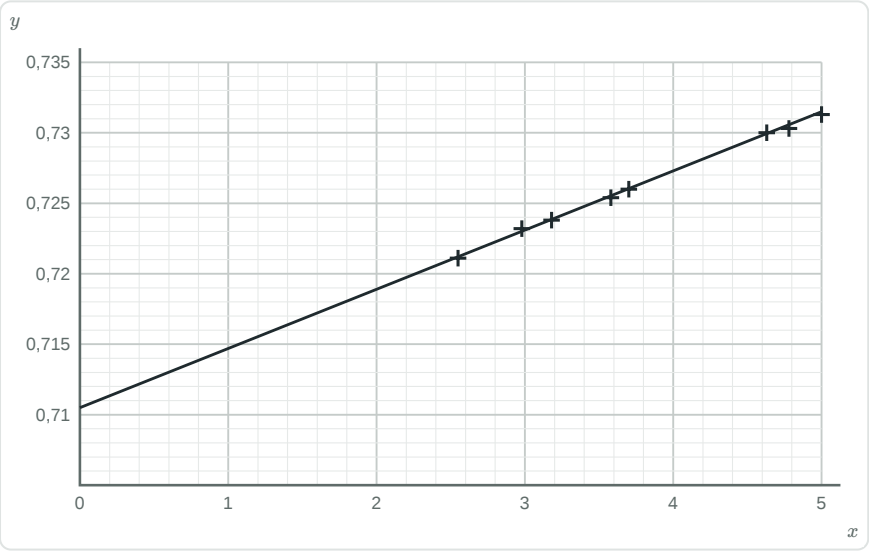
$$e^{\lambda\, t_{\text{roche}}} - 1 = 0{,}0042 \quad \text{donc} \quad e^{\lambda\, t_{\text{roche}}} = 1{,}0042$$

$$t_{\text{roche}} = \frac{\ln(1{,}0042)}{\lambda} = \frac{\ln(1{,}0042)}{1{,}41 \times 10^{-11}} = 3{,}0 \times 10^{8}\ \text{a}$$

$t_{\text{roche}} = 3{,}0 \times 10^{8}$ a, soit environ 300 millions d'années, en accord avec « plusieurs centaines de millions d'années ».

PIÈGE
Utiliser l'ordonnée à l'origine $0{,}7105$: elle correspond à b, le strontium présent à la formation de la roche. L'âge se lit dans le coefficient directeur.

COMPRENDRE
Le coefficient directeur $0{,}0042$ n'a que deux chiffres significatifs : le résultat aussi. Écrire $2{,}97 \times 10^{8}$ a afficherait une précision que la mesure n'a pas.



Q12 · Figure 1 du sujet : la droite modèle a pour ordonnée à l'origine $b = 0{,}7105$ et pour coefficient directeur $e^{\lambda t} - 1 = 0{,}0042$

À LA CALCULATRICE

