Corrigé complet — Bac 2026 Antilles Jour 1

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Les 200 ans de la pastille de Vichy** Couples acide-base · Diagramme de prédominance · Titrage pH-métrique · Incertitude et écart normalisé · Extraction et chromatographie · Dosage par étalonnage	9 pts	1 h 35	18 questions	p. 2
Ex 2	**Le césium 137 et l'essai Trinity** Composition d'un noyau · Désintégration β^- · Loi de décroissance radioactive · Demi-vie · Activité d'un échantillon · Équation différentielle du premier ordre	5 pts		9 questions	p. 9
Ex 3	**L'astéroïde 2024 PT5** Force gravitationnelle · Deuxième loi de Newton et repère de Frenet · Troisième loi de Kepler · Pouvoir séparateur de l'œil · Lunette astronomique afocale · Grossissement	6 pts	1 h 03	12 questions	p. 13

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Les 200 ans de la pastille de Vichy

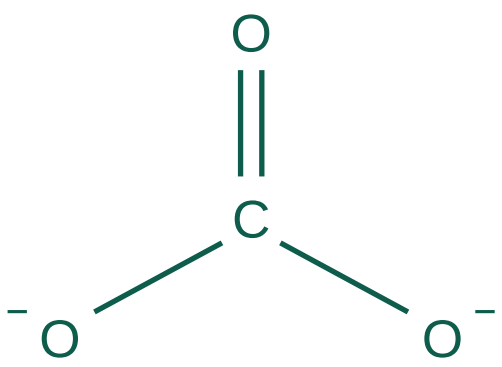
Bac 2026 Antilles Jour 1 · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 35**

Q1 Représenter la formule semi-développée de la base conjuguée de l'ion hydrogénocarbonate.

La base conjuguée s'obtient en retirant un ion H^+ à l'acide : HCO_3^- perd l'hydrogène de son groupe $-OH$.

La base conjuguée est l'ion carbonate CO_3^{2-} (formule ci-dessous).

PIÈGE
Ajouter un H^+ au lieu de l'enlever : on obtiendrait l'acide conjugué. Ne pas oublier les deux charges négatives, une sur chaque oxygène simplement lié.



Q1 · Ion carbonate : la base conjuguée de l'ion hydrogénocarbonate

Q2 Justifier le caractère amphotère de l'ion hydrogénocarbonate HCO_3^-.

Données utiles couples $CO_2\,(aq)$ / $HCO_3^-\,(aq)$ et $HCO_3^-\,(aq)$ / $CO_3^{2-}\,(aq)$

Une espèce amphotère est à la fois l'acide d'un couple et la base d'un autre couple.

- Dans le couple $CO_2\,(aq)$ / $HCO_3^-\,(aq)$, l'ion HCO_3^- est la **base** : il peut capter un ion H^+.
- Dans le couple $HCO_3^-\,(aq)$ / $CO_3^{2-}\,(aq)$, l'ion HCO_3^- est l'**acide** : il peut céder un ion H^+.

HCO_3^- est acide dans un couple et base dans l'autre : c'est une espèce amphotère.

MÉTHODE
Dans l'écriture d'un couple, l'acide est toujours à gauche et la base à droite. Une espèce qui apparaît à droite dans un couple et à gauche dans un autre est amphotère.

Q3 Tracer le diagramme de prédominance des deux couples acide-base auxquels appartient l'ion hydrogénocarbonate.

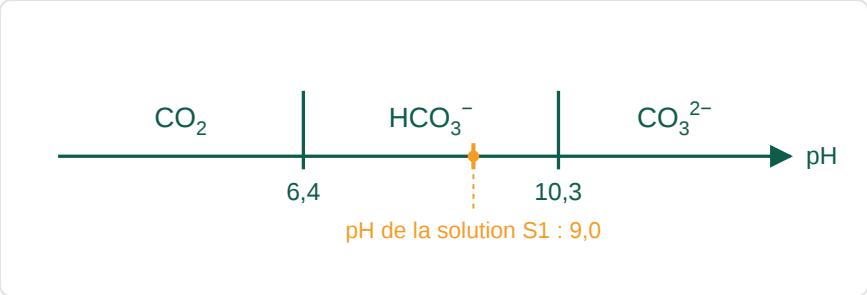
Données utiles $pK_A(CO_2\,/\,HCO_3^-) = 6{,}4$; $pK_A(HCO_3^-\,/\,CO_3^{2-}) = 10{,}3$

Pour un couple, l'acide prédomine si $pH < pK_A$ et la base prédomine si $pH > pK_A$.

On place les deux pK_A sur un axe gradué en pH :

CO_2 prédomine pour $pH < 6{,}4$; HCO_3^- pour $6{,}4 < pH < 10{,}3$; CO_3^{2-} pour $pH > 10{,}3$.

PIÈGE
Inverser l'ordre des espèces. L'espèce la plus acide (CO_2) est du côté des petits pH, la plus basique (CO_3^{2-}) du côté des grands pH.



Q3 · Diagramme de prédominance ; en orange, le pH de la solution utilisé à la question suivante

Q4 En déduire que l'ion hydrogénocarbonate est la forme majoritaire contenue dans la solution S_1.

Données utiles pH de S_1 : 9,0 ; diagramme de prédominance (Q3)

Le pH de la solution S_1 vaut 9,0 et $6{,}4 < 9{,}0 < 10{,}3$.

Cette valeur se situe dans le domaine de prédominance de $\mathrm{HCO_3^-}$.

À $\mathrm{pH} = 9{,}0$, l'ion $\mathrm{HCO_3^-}$ est la forme majoritaire dans la solution S_1 .

COMPRENDRE
Le pH est à 2,6 unités au-dessus de 6,4 et à 1,3 unité au-dessous de 10,3 : $\mathrm{CO_2}$ est négligeable et $\mathrm{CO_3^{2-}}$ reste minoritaire.

Q5 Calculer la valeur de la masse m_f d'ions hydrogénocarbonate contenus dans une pastille de Vichy.

Données utiles $m_{\text{pastille}} = 2{,}64$ g ; 0,22 % en masse d'ions $\mathrm{HCO_3^-}$

Le pourcentage massique donne : $m_f = \dfrac{0{,}22}{100} \times m_{\text{pastille}}$

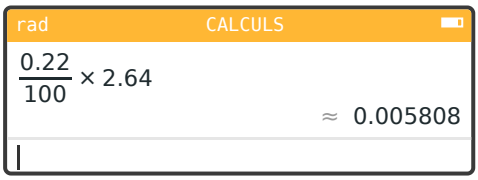
$$m_f = \frac{0{,}22}{100} \times 2{,}64 = 5{,}8 \times 10^{-3}\ \text{g}$$

$m_f = 5{,}8 \times 10^{-3}$ g, soit 5,8 mg.

PIÈGE
Utiliser 0,30 %, la teneur en sels minéraux.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs : le résultat ne peut pas être plus précis que la donnée la moins précise, ici 0,22 %.

À LA CALCULATRICE



Q6 Écrire l'équation de la réaction support du titrage.

L'ion $\mathrm{HCO_3^-}$ est titré par un acide : il réagit en tant que base du couple $\mathrm{CO_2}$ / $\mathrm{HCO_3^-}$ avec l'acide $\mathrm{H_3O^+}$ du couple $\mathrm{H_3O^+}$ / $\mathrm{H_2O}$.

$$\mathrm{HCO_3^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq) \longrightarrow CO_2\,(aq) + 2\,H_2O\,(l)}$$

PIÈGE
Écrire $\mathrm{CO_3^{2-}}$ dans les produits : face à un acide, $\mathrm{HCO_3^-}$ capte un $\mathrm{H^+}$, il n'en cède pas. Les ions $\mathrm{Cl^-}$ sont spectateurs et n'apparaissent pas.

Q7 Déterminer, en réalisant une construction sur l'annexe 1, la valeur du volume V_E.

Données utiles V_E compris entre 10,0 mL et 15,0 mL

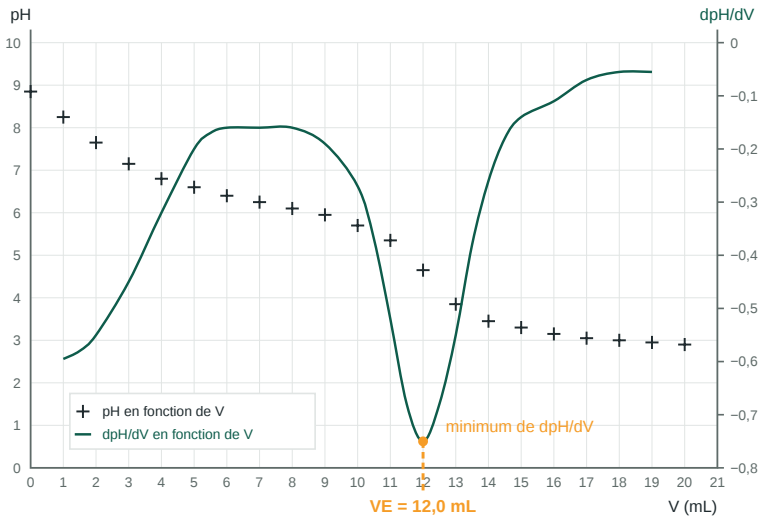
À l'équivalence, le pH varie brusquement : la courbe dérivée $\dfrac{\mathrm{d\,pH}}{\mathrm{d}V}$ passe par un extremum. Le pH diminue au cours du titrage, la dérivée est négative : l'extremum est ici un **minimum**.

On trace la verticale passant par ce minimum et on lit son abscisse sur l'axe des volumes.

$V_E = 12{,}0$ mL

PIÈGE
Chercher un maximum de la dérivée : vers 6 à 8 mL, le pH varie au contraire très peu.

COMPRENDRE
Le résultat est bien entre 10,0 et 15,0 mL. À la demi-équivalence ($V = 6$ mL), on lit $\mathrm{pH} \approx 6{,}4$, soit le $\mathrm{p}K_A$ du couple $\mathrm{CO_2}$ / $\mathrm{HCO_3^-}$: la courbe est cohérente.



Q7 · Annexe 1 complétée : la verticale passant par le minimum de la dérivée donne le volume à l'équivalence

Q8 Calculer la valeur de la quantité de matière n_1 d'ions hydrogénocarbonate titrés dans le volume V_1.

Données utiles $c_A = 0{,}50 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V_E = 12{,}0\ \text{mL}$

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction de titrage (une mole de H_3O^+ pour une mole de HCO_3^-) :

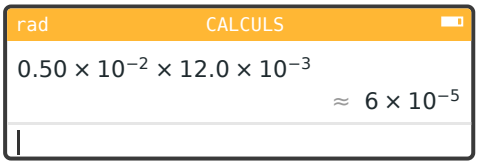
$$n_1 = n_E(\text{H}_3\text{O}^+) = c_A \times V_E$$

$$n_1 = 0{,}50 \times 10^{-2} \times 12{,}0 \times 10^{-3} = 6{,}0 \times 10^{-5}\ \text{mol}$$

$$\boxed{n_1 = 6{,}0 \times 10^{-5}\ \text{mol}}$$

PIÈGE
Laisser V_E en mL : il faut $12{,}0 \times 10^{-3}$ L. Ne pas diviser par V_1 : la question demande une quantité de matière, pas une concentration.

À LA CALCULATRICE



Q9 Montrer que la masse m_{exp} d'ions hydrogénocarbonate contenus dans une pastille de Vichy vaut $7{,}3 \times 10^{-3}$ g.

Données utiles $n_1 = 6{,}0 \times 10^{-5}$ mol (Q8) ; $V_0 = 100$ mL ; $V_1 = 50{,}0$ mL ; $M(\text{HCO}_3^-) = 61{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

La pastille entière est dissoute dans $V_0 = 100$ mL, mais on ne titre que $V_1 = 50{,}0$ mL de cette solution. La quantité d'ions dans la pastille est donc :

$$n_{\text{pastille}} = n_1 \times \frac{V_0}{V_1} = 6{,}0 \times 10^{-5} \times \frac{100}{50{,}0} = 1{,}2 \times 10^{-4}\ \text{mol}$$

La masse correspondante est $m_{\text{exp}} = n_{\text{pastille}} \times M(\text{HCO}_3^-)$:

$$m_{\text{exp}} = 1{,}2 \times 10^{-4} \times 61{,}0 = 7{,}3 \times 10^{-3}\ \text{g}$$

$$\boxed{m_{\text{exp}} = 7{,}3 \times 10^{-3}\ \text{g} \text{ : c'est bien la valeur attendue.}}$$

PIÈGE
Oublier le facteur $\frac{V_0}{V_1} = 2$: on ne trouverait que la masse contenue dans la moitié de la solution, soit $3{,}7 \times 10^{-3}$ g.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{6.0 \times 10^{-5} \times 100}{50.0} \approx 1.2 \times 10^{-4}$

$1.2 \times 10^{-4} \times 61.0 \approx 0.00732$

Q10 Vérifier si la masse m_{exp} obtenue expérimentalement est compatible avec la valeur de référence m_f calculée à partir des données du fabricant.

Données utiles $m_{\text{exp}} = 7{,}3 \times 10^{-3}$ g (Q9) ; $m_f = 5{,}8 \times 10^{-3}$ g (Q5) ; $u(c_A) = 0{,}01 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} ; $u(V_E) = 0{,}2$ mL

Incertitude-type sur m_{exp} :

$$u(m_{\text{exp}}) = 7{,}3 \times 10^{-3} \times \sqrt{\left(\frac{0{,}01 \times 10^{-2}}{0{,}50 \times 10^{-2}}\right)^2 + \left(\frac{0{,}2}{12{,}0}\right)^2} = 1{,}9 \times 10^{-4} \text{ g}$$

Quotient z, avec m_f pour valeur de référence :

$$z = \frac{|m_{\text{exp}} - m_f|}{u(m_{\text{exp}})} = \frac{|7{,}3 \times 10^{-3} - 5{,}8 \times 10^{-3}|}{1{,}9 \times 10^{-4}} = 7{,}9$$

$z \approx 7{,}9 > 2$: la masse mesurée n'est pas compatible avec la valeur calculée à partir des données du fabricant.

COMPRENDRE
L'écart entre les deux masses, $1{,}5 \times 10^{-3}$ g, représente environ 8 incertitudes-types : il ne s'explique pas par la seule imprécision des mesures.

MÉTHODE
Dans chaque rapport $\dfrac{u(X)}{X}$, les deux grandeurs sont dans la même unité : les puissances de dix et les mL se simplifient, aucune conversion n'est nécessaire.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$7.3 \times 10^{-3} \times \sqrt{\left(\frac{0.01 \times 10^{-2}}{0.50 \times 10^{-2}}\right)^2 + \left(\frac{0.2}{12.0}\right)^2} \approx 1.900494 \times 10^{-4}$

$\dfrac{7.3 \times 10^{-3} - 5.8 \times 10^{-3}}{1.9 \times 10^{-4}} \approx 7.894737$

Q11 Proposer une interprétation au résultat obtenu à la question précédente en considérant la composition des agents d'enrobage.

La masse mesurée est supérieure à la masse attendue : $m_{\text{exp}} > m_f$.

Les agents d'enrobage contiennent des ions carboxylate RCOO^-. Ce sont des bases (couple $\text{RCOOH} / \text{RCOO}^-$) : ils réagissent eux aussi avec les ions H_3O^+ de la solution titrante.

L'hypothèse « les seuls ions titrés sont les ions hydrogénocarbonate » n'est donc pas vérifiée : le volume V_E correspond au titrage de toutes les bases présentes.

Les ions carboxylate sont titrés en même temps que HCO_3^- : V_E est plus grand que prévu et la masse m_{exp} est surestimée.

COMPRENDRE
Le sens de l'écart est un argument : une espèce supplémentaire qui consomme du réactif titrant ne peut que faire augmenter V_E, donc la masse calculée.

Q12 Choisir, en justifiant, un indicateur coloré adapté au titrage de l'eau de Vichy. Préciser le changement de couleur observé.

Données utiles $\mathrm{pH}_E = 4{,}3$; zones de virage de la figure 4

Un indicateur coloré est adapté si sa zone de virage contient le pH à l'équivalence.

Ici $\mathrm{pH}_E = 4{,}3$: seule la zone de virage du vert de bromocrésol, $3{,}8 - 5{,}4$, contient cette valeur.

Avant l'équivalence, la solution titrée a un pH supérieur à $5{,}4$: l'indicateur est sous sa forme basique, bleue. Après l'équivalence, le pH est inférieur à $3{,}8$: il est sous sa forme acide, jaune.

Vert de bromocrésol : la solution passe du bleu au jaune à l'équivalence.

PIÈGE
Donner le changement de couleur à l'envers. On verse un acide dans une solution basique : le pH diminue, on passe de la teinte basique à la teinte acide.

COMPRENDRE
Le rouge de méthyle $(4{,}8 - 6{,}0)$ ne convient pas : il aurait fini de virer avant que le pH atteigne $4{,}3$, donc avant l'équivalence.

Q13 Calculer le volume V_{Vichy} d'eau minérale qu'il faut boire pour ingérer la même quantité d'ions hydrogénocarbonate que celle contenue dans une pastille. L'exprimer en mL et commenter.

Données utiles $c_{me} = 4{,}37 \times 10^{3}\ \text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$; $m_f = 5{,}8 \times 10^{-3}\ \text{g} = 5{,}8\ \text{mg}$ (Q5)

On retient la masse m_f déduite des données du fabricant, la valeur m_{exp} étant surestimée (Q11).

Même quantité d'ions, donc même masse : $c_{me} = \dfrac{m_f}{V_{\text{Vichy}}}$, soit $V_{\text{Vichy}} = \dfrac{m_f}{c_{me}}$

$$V_{\text{Vichy}} = \frac{5{,}8}{4{,}37 \times 10^{3}} = 1{,}3 \times 10^{-3}\ \text{L}$$

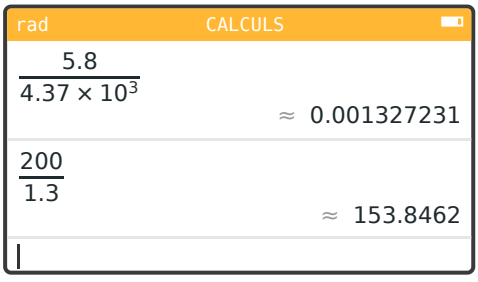
Ce volume est très faible, bien moins qu'une gorgée : une pastille apporte très peu d'ions hydrogénocarbonate. Un verre de 200 mL d'eau de Vichy en apporte autant qu'environ 150 pastilles.

$V_{\text{Vichy}} = 1{,}3\ \text{mL}$: une pastille contient très peu d'ions hydrogénocarbonate par rapport à l'eau minérale.

PIÈGE
Mélanger les unités : c_{me} est en $\text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$, la masse doit être en mg ($5{,}8$ mg) et le volume sort en L.

COMPRENDRE
Avec $m_{\text{exp}} = 7{,}3$ mg, on trouverait $1{,}7$ mL : même ordre de grandeur, même conclusion. Il suffit d'annoncer clairement la masse choisie.

À LA CALCULATRICE



Q14 À partir de la figure 5, identifier le schéma du montage qui a été utilisé pour réaliser l'hydrodistillation de la solution.

Lors d'une hydrodistillation, les vapeurs formées dans le ballon chauffé sont condensées dans un réfrigérant incliné, puis le liquide obtenu (le distillat) est recueilli dans un récipient séparé.

Le montage B comporte un ballon chauffé, un thermomètre en tête de colonne, un réfrigérant droit incliné et un erlenmeyer de récupération.

Le montage A est un chauffage à reflux : le réfrigérant est vertical, les vapeurs condensées retombent dans le ballon, on ne recueille rien.

L'hydrodistillation a été réalisée avec le montage B.

MÉTHODE
Pour distinguer les deux montages, regarder le réfrigérant : vertical au-dessus du ballon, c'est un reflux ; incliné vers un second récipient, c'est une distillation.

Q15 À partir de la figure 6, justifier le choix du dichlorométhane comme solvant d'extraction.

Un solvant d'extraction doit remplir deux conditions, toutes deux vérifiées ici d'après la figure 6 :

- l'espèce à extraire doit y être plus soluble que dans le solvant de départ : la solubilité de la phase huileuse odorante est très forte dans le dichlorométhane, alors qu'elle est très faible dans l'eau salée ;
- il ne doit pas être miscible avec le solvant de départ : la solubilité du dichlorométhane dans l'eau et dans l'eau salée est quasi nulle, on obtient deux phases que l'on sépare dans l'ampoule à décanter.

Le dichlorométhane dissout très bien la phase odorante et n'est pas miscible à l'eau salée : il convient comme solvant d'extraction.

PIÈGE
Ne citer qu'un seul des deux critères. Le pictogramme (danger pour la santé) n'est pas un argument pour ce choix : il impose seulement de travailler sous hotte, avec gants et lunettes.

COMPRENDRE
L'étape 1 (ajout d'eau salée) rend la phase odorante encore moins soluble dans la phase aqueuse : c'est le relargage, qui améliore l'extraction.

Q16 En déduire la nature probable de l'arôme contenu dans une pastille de Vichy.

Sur le chromatogramme, le dépôt 1 (phase organique extraite) donne deux taches : il contient au moins deux espèces chimiques.

Ces deux taches sont à la même hauteur que les deux taches du dépôt 2 (huile essentielle de menthe verte) : elles ont le même rapport frontal, sur la même plaque et avec le même éluant.

Les deux dépôts contiennent donc vraisemblablement les mêmes espèces chimiques.

L'arôme de la pastille de Vichy est probablement de l'huile essentielle de menthe verte.

COMPRENDRE
« Probable » : deux espèces différentes peuvent migrer à la même hauteur. Les taches du dépôt 1 sont plus pâles car l'extrait est moins concentré que l'huile commerciale.

MÉTHODE
Lecture d'un chromatogramme : verticalement, le nombre de taches donne le nombre minimal d'espèces du dépôt ; horizontalement, deux taches à la même hauteur signalent une même espèce.

Q17 Déterminer le nombre de groupes hydroxyle apparaissant sur la représentation de la molécule de saccharose de la figure 9.

Un groupe hydroxyle est un groupe $-\mathrm{OH}$ lié à un atome de carbone.

On compte sur la figure 9 : quatre groupes $-\mathrm{OH}$ sur le cycle de gauche (à six atomes, en comptant celui du $-\mathrm{CH_2OH}$) et quatre groupes $-\mathrm{OH}$ sur le cycle de droite (à cinq atomes).

La molécule de saccharose comporte 8 groupes hydroxyle.

PIÈGE
Compter les trois atomes d'oxygène sans hydrogène (un dans chaque cycle et celui qui relie les deux cycles) : ce ne sont pas des groupes hydroxyle. « HO » et « OH » désignent le même groupe.

Q18 Vérifier l'information donnée par le fabricant : 100 mL de boisson contiennent 9,5 g de sucre.

Données utiles $V_{\text{boisson}} = 268{,}0$ mL ; $m_{\text{boisson}} = 276{,}8$ g ; courbe d'étalonnage de la figure 10

Masse volumique de la boisson :

$$\rho = \frac{m_{\text{boisson}}}{V_{\text{boisson}}} = \frac{276{,}8}{268{,}0} = 1{,}033 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$$

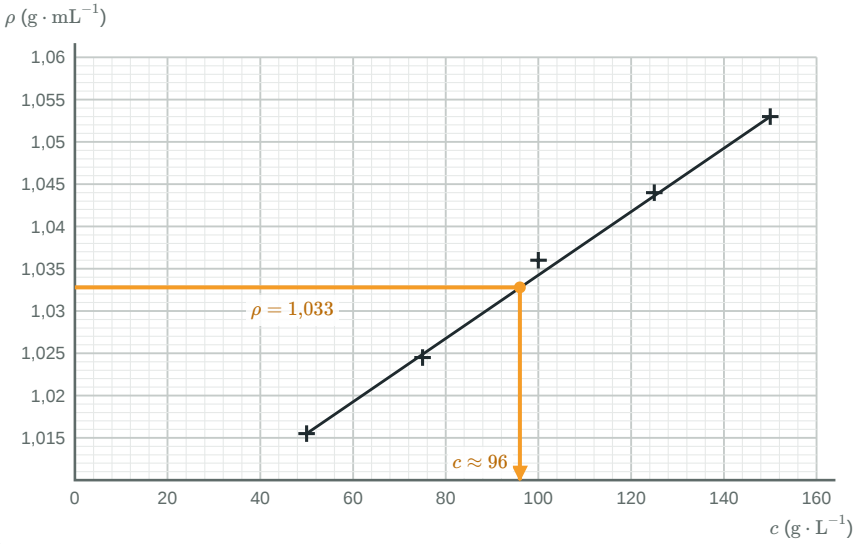
Concentration en masse de saccharose : on reporte $\rho = 1{,}033$ g · mL^{-1} sur la droite d'étalonnage de la figure 10 et on lit l'abscisse : $c \approx 96$ g · L^{-1}.

Masse de sucre dans 100 mL :

$$m = c \times V = 96 \times 0{,}100 = 9{,}6 \text{ g}$$

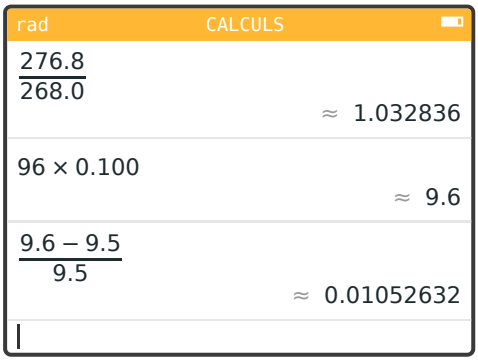
Comparaison : l'écart relatif avec la valeur annoncée est $\frac{9{,}6 - 9{,}5}{9{,}5} \approx 1\ \%$, inférieur à la précision de la lecture graphique (environ 2 g · L^{-1}, soit 0,2 g pour 100 mL).

On trouve 9,6 g de sucre pour 100 mL, pour 9,5 g annoncés : l'information du fabricant est vérifiée.



Q18 · Figure 10 du sujet, avec la lecture pour la boisson

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Arrondir ρ trop tôt : avec 1,03 g · mL^{-1} on lirait 89 g · L^{-1}. Sur cette courbe, le troisième chiffre après la virgule compte.

COMPRENDRE
La boisson est dégazée car les bulles fausseraient la mesure du volume. La méthode attribue toute la masse volumique au sucre : les autres solutés (acide citrique, arômes) sont supposés négligeables.

MÉTHODE
Dosage par étalonnage : 1) mesurer la grandeur pour l'échantillon ; 2) la reporter sur la courbe d'étalonnage ; 3) lire la concentration ; 4) convertir dans l'unité de l'étiquette et conclure par un écart relatif.

Le césium 137 et l'essai Trinity

Bac 2026 Antilles Jour 1 · Exercice 2 **5 points**

Q1 Donner la composition d'un noyau de césium 137.

Données utiles $^{137}_{55}\mathrm{Cs}$

Le numéro atomique est $Z = 55$: le noyau contient 55 protons.

Le nombre de masse est $A = 137$: le noyau contient 137 nucléons, donc $N = A - Z = 137 - 55 = 82$ neutrons.

Le noyau de césium 137 est composé de **55 protons** et de **82 neutrons**.

PIÈGE
Répondre « 137 neutrons » : 137 est le nombre de nucléons (protons et neutrons). Ne pas citer d'électrons : la question porte sur le noyau, pas sur l'atome.

Q2 Écrire l'équation de désintégration de type β du césium 137.

Données utiles $^{137}_{55}\mathrm{Cs}$; noyau fils : $^{137}_{56}\mathrm{Ba}$

On note $^{A}_{Z}\mathrm{X}$ la particule émise avec le noyau de baryum. Lois de conservation :

- nombre de masse : $137 = 137 + A$, donc $A = 0$;
- nombre de charge : $55 = 56 + Z$, donc $Z = -1$.

La particule émise est un électron $^{0}_{-1}\mathrm{e}$: c'est une désintégration β^-.

$$^{137}_{55}\mathrm{Cs} \longrightarrow {}^{137}_{56}\mathrm{Ba} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

COMPRENDRE
Le numéro atomique augmente d'une unité (55 à 56) : un neutron du noyau s'est transformé en proton, avec émission d'un électron. Pour une désintégration β^+, la particule émise serait un positon $^{0}_{1}\mathrm{e}$ et Z diminuerait.

Q3 Établir que l'évolution du nombre N de noyaux de césium 137 est régie par l'équation différentielle $\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda N$.

Données utiles $A(t) = -\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}$; $A(t) = \lambda N(t)$

D'après les données, l'activité s'écrit de deux façons :

$$A(t) = -\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} \qquad \text{et} \qquad A(t) = \lambda N(t)$$

En égalant ces deux expressions : $-\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \lambda N$, soit

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda N$$

COMPRENDRE
Le signe « $-$ » traduit la diminution de N : $\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}$ est négatif, alors qu'une activité est toujours positive.

Q4 Vérifier que $N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$ est solution de l'équation différentielle précédente.

On dérive la fonction proposée par rapport au temps :

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = N_0 \times (-\lambda)\,\mathrm{e}^{-\lambda t} = -\lambda \times \left(N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}\right) = -\lambda N(t)$$

On retrouve bien l'équation différentielle. De plus, à $t = 0$: $N(0) = N_0\,\mathrm{e}^{0} = N_0$, ce qui respecte la condition initiale.

$\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda N$: $N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$ est bien solution.

MÉTHODE
Pour « vérifier qu'une fonction est solution », on ne résout pas l'équation : on dérive la fonction, on remplace dans l'équation et on constate l'égalité. La dérivée de e^{at} est $a\,\mathrm{e}^{at}$.

Q5 Montrer que le temps de demi-vie est lié à la constante radioactive par la relation $t_{1/2} = \dfrac{\ln(2)}{\lambda}$.

Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents s'est désintégrée : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

Avec $N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$:

$$N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{N_0}{2} \quad \text{donc} \quad \mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

En prenant le logarithme népérien : $-\lambda\, t_{1/2} = \ln\left(\dfrac{1}{2}\right) = -\ln(2)$, d'où

$$\boxed{t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}}$$

PIÈGE

Oublier de définir la demi-vie : la relation $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$ est le point de départ attendu.

Attention aussi au signe : $\ln\left(\dfrac{1}{2}\right) = -\ln(2)$.

Q6 Exploiter la courbe de l'annexe 2 pour estimer la valeur de la constante radioactive du césium 137, en an^{-1}, en faisant apparaître la construction graphique.

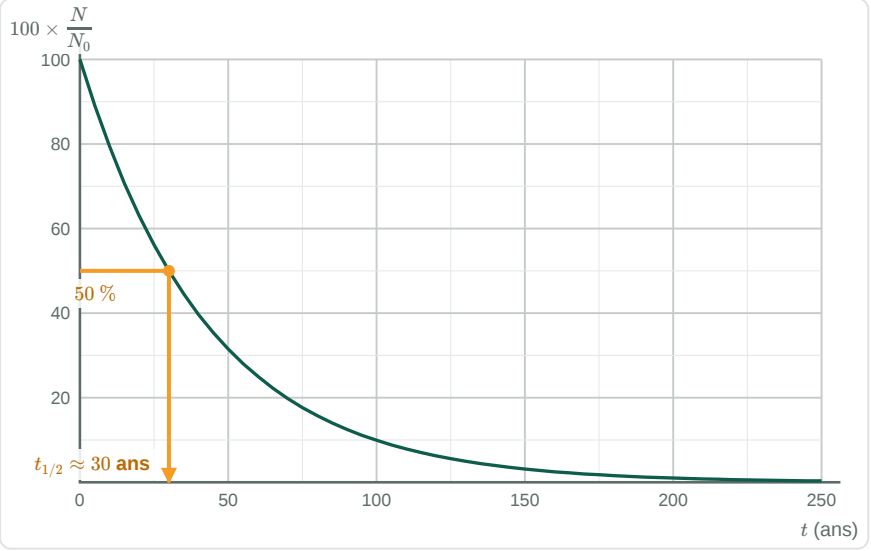
Données utiles $t_{1/2} = \dfrac{\ln(2)}{\lambda}$ (Q5)

Au bout d'une demi-vie, il reste 50 % des noyaux initiaux. Sur l'annexe, on trace l'horizontale d'ordonnée 50 % jusqu'à la courbe, puis la verticale jusqu'à l'axe des abscisses : on lit $t_{1/2} \approx 30$ ans.

D'après Q5 : $\lambda = \dfrac{\ln(2)}{t_{1/2}}$

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{30} = 2{,}3 \times 10^{-2}\ \mathrm{an}^{-1}$$

$\boxed{t_{1/2} \approx 30 \text{ ans, donc } \lambda \approx 2{,}3 \times 10^{-2}\ \mathrm{an}^{-1}}$



Q6 · Annexe 2 complétée : lecture de la demi-vie à 50 %

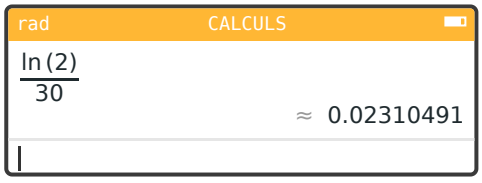
COMPRENDRE

La lecture graphique donne $t_{1/2}$ avec deux chiffres significatifs : on en garde deux pour λ. Le résultat est cohérent avec la valeur $0{,}0231\ \mathrm{an}^{-1}$ fournie dans la partie 2.

MÉTHODE

Vérification possible avec un second point : à $t = 2\,t_{1/2} = 60$ ans, la courbe doit passer par 25 %, ce qui est bien le cas.

À LA CALCULATRICE



Q7 Recopier la ligne 9 du programme et la compléter.

Données utiles « pourcentage » désigne $100 \times \dfrac{N}{N_0}$; t en années (ligne 6) ; $\lambda \approx 0{,}023\ \text{an}^{-1}$ (Q6)

D'après Q4, $\dfrac{N}{N_0} = \mathrm{e}^{-\lambda t}$, donc $100 \times \dfrac{N}{N_0} = 100 \times \mathrm{e}^{-\lambda t}$, avec t en années et λ en an^{-1}.

```
pourcentage = 100*np.exp(-0.023*t)
```

PIÈGE
Oublier le signe « − » (la courbe serait croissante), écrire une virgule décimale au lieu du point, ou omettre le symbole `*` entre la constante et `t`.

COMPRENDRE
On peut aussi écrire `100*np.exp(-np.log(2)/30*t)`, ou définir une variable pour λ sur une ligne précédente. L'unité de λ doit être l'inverse de celle de `t`, ici l'année.

Q8 Montrer que l'activité d'un échantillon de trinitite est donnée par $A(t) = A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$, où $A_0 = \lambda\, N_0$.

Données utiles $A(t) = \lambda\, N(t)$; $N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$ (Q4)

L'activité est proportionnelle au nombre de noyaux : $A(t) = \lambda\, N(t)$.

Or $N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$, donc

$$A(t) = \lambda\, N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$$

À la date $t = 0$: $A_0 = A(0) = \lambda\, N_0$.

$A(t) = A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$ avec $A_0 = \lambda\, N_0$

COMPRENDRE
L'activité et le nombre de noyaux suivent la même loi de décroissance, avec la même demi-vie : l'activité est divisée par deux tous les 30 ans environ.

Q9 À partir de l'étude de 2010, déterminer la masse de trinitite à partir de laquelle une demande de détention doit être effectuée en 2026. Commenter cette valeur.

Données utiles $A_{\text{étude}} = 48{,}3$ Bq pour un gramme en 2010 ; $\lambda = 0{,}0231\ \text{an}^{-1}$; seuil : 10 Bq ; $A(t) = A_0\,\text{e}^{-\lambda t}$ (Q8)

Activité d'un gramme de trinitite en 2026. On prend 2010 comme origine des dates ; la durée écoulée est $\Delta t = 2026 - 2010 = 16$ ans.

$$A_{2026} = A_{\text{étude}}\,\text{e}^{-\lambda\,\Delta t} = 48{,}3 \times \text{e}^{-0{,}0231\times 16} = 33{,}4\ \text{Bq}$$

L'activité massique de la trinitite en 2026 est donc $a = 33{,}4\ \text{Bq}\cdot\text{g}^{-1}$.

Remarque sur l'énoncé. Cette activité massique ne dépend pas de la masse de l'échantillon, et elle dépasse déjà $10\ \text{Bq}\cdot\text{g}^{-1}$. Pour qu'une masse limite existe, on interprète le seuil comme une activité de 10 Bq pour l'échantillon détenu.

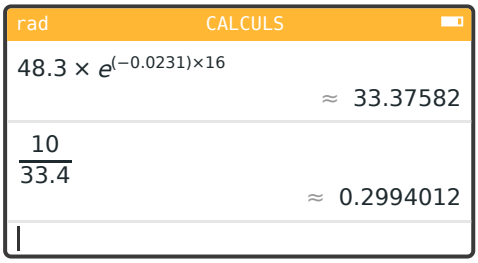
Masse limite. L'activité d'un échantillon de masse m est $A = a \times m$. Le seuil est atteint pour :

$$m_{\text{lim}} = \frac{A_{\text{seuil}}}{a} = \frac{10}{33{,}4} = 0{,}30\ \text{g}$$

Commentaire. Cette masse est très faible : un fragment de trinitite de moins d'un tiers de gramme suffit pour atteindre le seuil. En pratique, presque tout morceau de trinitite nécessite donc une demande de détention en 2026, plus de 80 ans après l'essai.

$A_{2026} = 33{,}4$ Bq pour un gramme, donc $m_{\text{lim}} \approx 0{,}30$ g : masse très faible.

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Utiliser 81 ans (depuis 1945) au lieu de 16 ans : la valeur de 48,3 Bq date de 2010, pas de l'explosion. Garder λ en an^{-1} et Δt en années, sans conversion en secondes.

COMPRENDRE
Tel que l'énoncé rédige le seuil ($10\ \text{Bq}\cdot\text{g}^{-1}$), aucune masse n'est exemptée en 2026. L'activité massique ne repassera sous ce seuil qu'au bout de $\dfrac{\ln(48{,}3/10)}{\lambda} \approx 68$ ans après 2010, soit vers 2078.

MÉTHODE
Question ouverte : annoncer les étapes (activité en 2026, puis masse limite, puis commentaire), signaler toute hypothèse d'interprétation, et conclure par une phrase. Une démarche claire rapporte des points même si le résultat final est discutable.

L'astéroïde 2024 PT5

Bac 2026 Antilles Jour 1 · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

Q1 Donner l'expression vectorielle de la force $\overrightarrow{F}_{T/L}$ exercée par la Terre sur la Lune.

La force est attractive, dirigée de L vers le centre de la Terre, donc selon $+\vec{u}_n$:

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{T/L} = \frac{G\,M_T\,M_L}{d_{T/L}^2}\,\vec{u}_n}$$

PIÈGE
Donner seulement la norme : « expression vectorielle » exige le vecteur unitaire $\vec{u}_n$, sans signe « $-$ » puisqu'il pointe vers la Terre.

Q2 En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que $v_L = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{d_{T/L}}}$.

Système {Lune}, de masse M_L constante ; référentiel géocentrique supposé galiléen ; seule force : $\overrightarrow{F}_{T/L}$.

Deuxième loi de Newton : $M_L\,\vec{a} = \overrightarrow{F}_{T/L}$, donc $\vec{a} = \dfrac{G\,M_T}{d_{T/L}^2}\,\vec{u}_n$.

Le mouvement est circulaire uniforme, de rayon $d_{T/L}$: dans le repère de Frenet, $\vec{a} = \dfrac{v_L^2}{d_{T/L}}\,\vec{u}_n$.

Par identification selon $\vec{u}_n$: $\dfrac{v_L^2}{d_{T/L}} = \dfrac{G\,M_T}{d_{T/L}^2}$, soit $v_L^2 = \dfrac{G\,M_T}{d_{T/L}}$.

$$\boxed{v_L = \sqrt{\frac{G\,M_T}{d_{T/L}}}}$$

COMPRENDRE
La masse M_L se simplifie : la vitesse sur une orbite circulaire ne dépend que de l'astre attracteur et du rayon de l'orbite.

MÉTHODE
Toujours les mêmes étapes : système, référentiel, bilan des forces ; deuxième loi de Newton ; accélération dans le repère de Frenet ; identification selon $\vec{u}_n$.

Q3 Exprimer la période de révolution T de la Lune en fonction de $d_{T/L}$, puis retrouver la troisième loi de Kepler $\dfrac{T^2}{d_{T/L}^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_T}$.

En une période, la Lune parcourt le périmètre $2\pi\,d_{T/L}$ à la vitesse constante v_L :

$$T = \frac{2\pi\,d_{T/L}}{v_L} = 2\pi\,d_{T/L}\sqrt{\frac{d_{T/L}}{G\,M_T}} = 2\pi\sqrt{\frac{d_{T/L}^3}{G\,M_T}}$$

En élevant au carré : $T^2 = \dfrac{4\pi^2\,d_{T/L}^3}{G\,M_T}$.

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{d_{T/L}^3}{G\,M_T}}$ et $\dfrac{T^2}{d_{T/L}^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_T}$: on retrouve la troisième loi de Kepler.

COMPRENDRE
Le rapport T^2/d^3 ne dépend que de la masse de l'astre attracteur : il est le même pour tout satellite de la Terre.

Q4 Calculer la valeur de la distance Terre-Lune $d_{T/L}$.

Données utiles $T = 27{,}3$ jours ; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$; $M_T = 5{,}972 \times 10^{24}$ kg

D'après la troisième loi de Kepler (Q3) : $d_{T/L} = \sqrt[3]{\dfrac{G\,M_T\,T^2}{4\pi^2}}$

avec $T = 27{,}3 \times 24 \times 3600 = 2{,}36 \times 10^6$ s (valeur non arrondie gardée en mémoire pour le calcul).

$$d_{T/L} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}972 \times 10^{24} \times (2{,}36 \times 10^6)^2}{4\pi^2}}$$

$$\boxed{d_{T/L} = 3{,}83 \times 10^8\ \text{m} = 3{,}83 \times 10^5\ \text{km}}$$

PIÈGE
Laisser T en jours : G est en unités SI, la période doit être en secondes et le résultat sort en mètres.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme T et G, les données les moins précises. L'ordre de grandeur attendu est connu : environ 380 000 km.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$27.3 \times 24 \times 3600$ ≈ 2358720

$\sqrt[3]{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.972 \times 10^{24} \times (27.3 \times 24 \times 3600)^2}{4 \times \pi^2}}$ ≈ 3.828949×10^8

Q5 Calculer la valeur du rayon de la sphère de Hill de la Terre.

Données utiles $d_{T/S} = 1{,}496 \times 10^8$ km ; $M_T = 5{,}972 \times 10^{24}$ kg ; $M_S = 1{,}989 \times 10^{30}$ kg

$$r_{\text{Hill}} = d_{T/S} \cdot \sqrt[3]{\frac{M_T}{3\,M_S}} = 1{,}496 \times 10^8 \times \sqrt[3]{\frac{5{,}972 \times 10^{24}}{3 \times 1{,}989 \times 10^{30}}}$$

$$\boxed{r_{\text{Hill}} = 1{,}496 \times 10^6\ \text{km}}$$

PIÈGE
Racine cubique, et non racine carrée. Le rapport des masses est sans unité : r_{Hill} a l'unité de $d_{T/S}$, ici le kilomètre, inutile de convertir.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1.496 \times 10^8 \times \sqrt[3]{\frac{5.972 \times 10^{24}}{3 \times 1.989 \times 10^{30}}}$ ≈ 1496418

Q6 Indiquer si la Lune se situe dans la sphère de Hill de la Terre.

Données utiles $d_{T/L} = 3{,}83 \times 10^5$ km (Q4) ; $r_{\text{Hill}} = 1{,}496 \times 10^6$ km (Q5)

$d_{T/L} = 3{,}83 \times 10^5\ \text{km} < r_{\text{Hill}} = 1{,}496 \times 10^6\ \text{km}$: la Lune est environ quatre fois plus proche de la Terre que la limite de la sphère de Hill.

$\boxed{d_{T/L} < r_{\text{Hill}}}$: la Lune se situe **dans** la sphère de Hill de la Terre.

COMPRENDRE
C'est cohérent : l'attraction de la Terre y domine celle du Soleil, la Lune reste durablement satellite de la Terre.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{1.496 \times 10^6}{3.83 \times 10^5}$ ≈ 3.906005

Q7 À l'aide de la figure 2 et des réponses précédentes, donner un argument expliquant que l'astéroïde est venu orbiter autour de la Terre entre novembre et janvier « sans jamais être capturé par sa gravité ».

Données utiles $r_{\text{Hill}} = 1{,}496 \times 10^6$ km (Q5) ; $1\ \text{au} = 1{,}496 \times 10^8$ km

Rayon de la sphère de Hill en unité astronomique : $r_{\text{Hill}} = \dfrac{1{,}496 \times 10^6}{1{,}496 \times 10^8} = 0{,}010$ au.

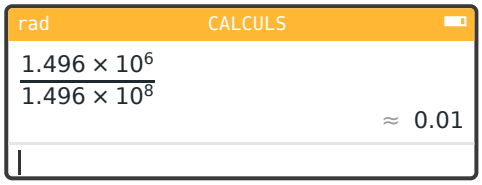
Sur la figure 2, entre novembre 2024 et janvier 2025, la distance Terre-astéroïde diminue d'environ $0{,}027$ au à un minimum d'environ $0{,}012$ au (début janvier), puis augmente à nouveau : elle reste toujours supérieure à $0{,}010$ au.

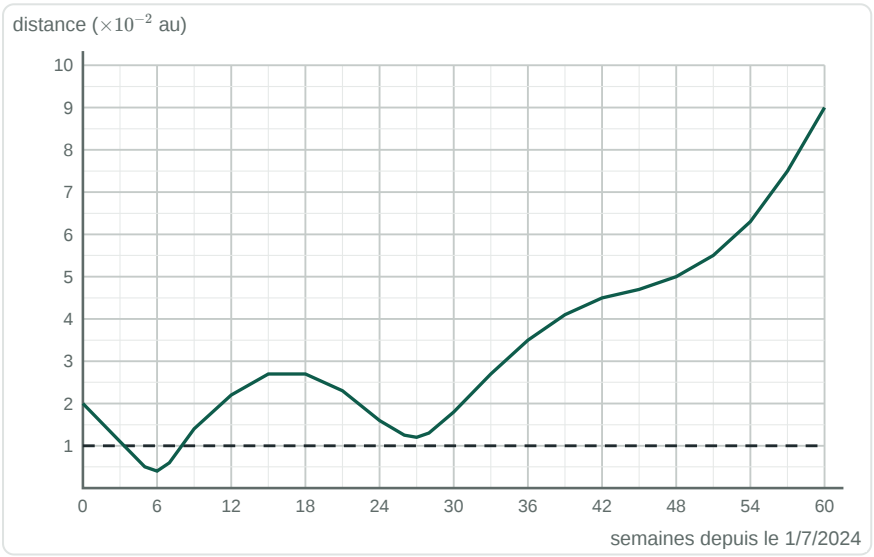
Sur cette période, l'astéroïde reste **hors de la sphère de Hill** ($0{,}012\ \text{au} > 0{,}010\ \text{au}$) : l'attraction du Soleil l'emporte sur celle de la Terre, il s'approche puis s'éloigne sans être capturé.

COMPRENDRE
En août 2024, la courbe descend sous $0{,}010$ au : l'astéroïde a traversé brièvement la sphère de Hill. Y entrer ne suffit pas pour rester en orbite ; la question porte sur novembre à janvier.

MÉTHODE
Pour comparer, mettre les deux grandeurs dans la même unité : ici, convertir r_{Hill} en au et tracer l'horizontale $0{,}010$ au sur la figure 2.

À LA CALCULATRICE





Q7 · Allure de la figure 2 (relevé approché) ; en tirets, le rayon de la sphère de Hill, $0{,}010$ au

Q8 Montrer que l'angle θ sous lequel on voit deux points diamétralement opposés de l'astéroïde, situé à la distance $d_{A/T}$, vaut $1{,}9 \times 10^{-8}$ rad.

Données utiles $d = 11$ m ; $d_{A/T} = 5{,}67 \times 10^5$ km ; $\tan\theta \approx \theta$

Dans le triangle rectangle de la figure 3, avec $AB = d$ et la distance d'observation $d_{A/T}$: $\tan\theta = \dfrac{d}{d_{A/T}}$.

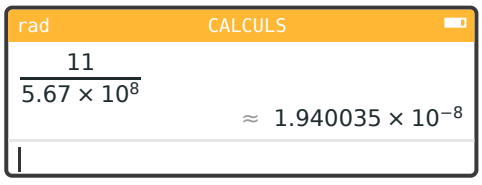
L'angle est très petit : $\theta \approx \tan\theta$, avec $d_{A/T} = 5{,}67 \times 10^5\ \text{km} = 5{,}67 \times 10^8\ \text{m}$.

$$\theta = \frac{d}{d_{A/T}} = \frac{11}{5{,}67 \times 10^8}$$

$\theta = 1{,}9 \times 10^{-8}$ rad : c'est la valeur attendue.

PIÈGE
Diviser des mètres par des kilomètres : on trouve $1{,}9 \times 10^{-5}$, mille fois trop. Les deux longueurs doivent être dans la même unité.

À LA CALCULATRICE



Q9 En ne tenant compte que du pouvoir séparateur de l'œil, commenter la phrase : « Une deuxième lune temporaire qu'on ne pourra malheureusement pas distinguer à l'œil nu ».

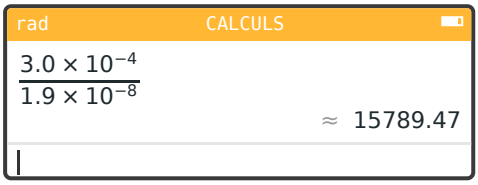
Données utiles $\theta = 1{,}9 \times 10^{-8}$ rad (Q8) ; $\varepsilon = 3{,}0 \times 10^{-4}$ rad

L'objet est vu distinctement si $\theta > \varepsilon$. Or $\theta = 1{,}9 \times 10^{-8}$ rad est très inférieur à $\varepsilon = 3{,}0 \times 10^{-4}$ rad : $\dfrac{\varepsilon}{\theta} \approx 1{,}6 \times 10^{4}$.

$\theta < \varepsilon$: même au plus près de la Terre, l'œil ne peut pas séparer deux points opposés de l'astéroïde. La phrase de l'article est justifiée.

COMPRENDRE
Le calcul est fait dans le cas le plus favorable (distance minimale). Plus loin, θ est encore plus petit : la conclusion vaut pour tout le passage.

À LA CALCULATRICE

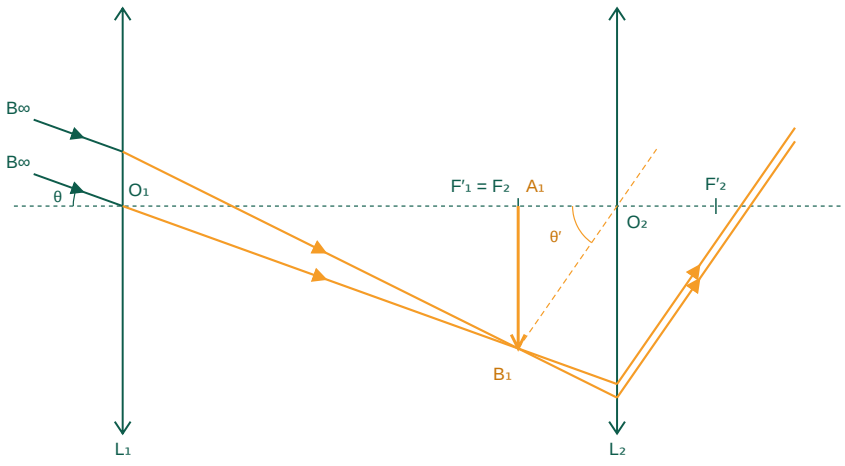


Q10 Sur l'annexe 3, tracer la marche des deux rayons issus du point B, situé à l'infini, au travers de la lunette. Faire apparaître l'image intermédiaire A_1B_1.

- Le rayon qui passe par le centre optique O_1 n'est pas dévié : il coupe le plan focal image de L_1 en B_1.
- L'objet est à l'infini : son image A_1B_1 se forme dans le plan focal image de L_1, avec A_1 en F'_1. Le second rayon, parallèle au premier, sort donc de L_1 en passant aussi par B_1.
- F'_1 et F_2 sont confondus : B_1 est dans le plan focal objet de L_2. Les deux rayons sortent de L_2 parallèles entre eux, parallèlement à la droite (B_1O_2) tracée en pointillés.

Image intermédiaire A_1B_1 dans le plan focal commun, renversée ; rayons émergents parallèles à (B_1O_2) : l'image finale est à l'infini.

PIÈGE
Faire sortir les rayons de L_2 parallèlement à l'axe optique, ou les arrêter en B_1. Les rayons se croisent en B_1 et continuent jusqu'à L_2.



Q10 · Annexe 3 complétée : en orange, ce que l'on trace (schéma non à l'échelle)

Q11 Montrer que le grossissement de la lunette astronomique s'exprime par $G = \dfrac{f'_1}{f'_2}$.

Dans le triangle $O_1A_1B_1$, rectangle en A_1 : $\tan\theta = \dfrac{A_1B_1}{O_1F'_1} = \dfrac{A_1B_1}{f'_1}$.

Dans le triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en A_1 : $\tan\theta' = \dfrac{A_1B_1}{O_2F_2} = \dfrac{A_1B_1}{f'_2}$.

Les angles sont très petits : $\theta \approx \dfrac{A_1B_1}{f'_1}$ et $\theta' \approx \dfrac{A_1B_1}{f'_2}$, donc

$$G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \times \frac{f'_1}{A_1B_1}$$

$$\boxed{G = \frac{f'_1}{f'_2}}$$

MÉTHODE
Repérer θ et θ' sur le schéma : θ au sommet O_1, θ' au sommet O_2. Les deux triangles rectangles ont le même côté A_1B_1, qui se simplifie.

Q12 Déterminer si la « Grande Lunette » de Meudon permet de distinguer deux points diamétralement opposés de l'astéroïde 2024 PT5.

Données utiles $f'_1 = 16$ m ; $f'_2 = 4$ cm ; $\theta = 1{,}9 \times 10^{-8}$ rad ; $\varepsilon = 3{,}0 \times 10^{-4}$ rad

Grossissement, avec $f'_2 = 4\ \text{cm} = 0{,}04\ \text{m}$: $G = \dfrac{f'_1}{f'_2} = \dfrac{16}{0{,}04} = 400$.

Angle sous lequel l'astéroïde est vu à travers la lunette :

$$\theta' = G \times \theta = 400 \times 1{,}9 \times 10^{-8} = 7{,}6 \times 10^{-6}\ \text{rad}$$

Critère : on distingue les deux points si $\theta' > \varepsilon$. Or $7{,}6 \times 10^{-6}\ \text{rad} < 3{,}0 \times 10^{-4}\ \text{rad}$.

$\theta' = 7{,}6 \times 10^{-6}$ rad $< \varepsilon$: la Grande Lunette de Meudon ne permet **pas** de distinguer deux points opposés de l'astéroïde.

PIÈGE
Calculer $G = 16 \div 4 = 4$: les deux distances focales doivent être dans la même unité.

COMPRENDRE
Il faudrait $G > \dfrac{\varepsilon}{\theta} \approx 1{,}6 \times 10^4$, soit quarante fois le grossissement de cette lunette.

À LA CALCULATRICE

