L'astéroïde 2024 PT5

Bac 2026 Antilles Jour 1 · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

Q1 Donner l'expression vectorielle de la force $\overrightarrow{F}_{T/L}$ exercée par la Terre sur la Lune.

La force est attractive, dirigée de L vers le centre de la Terre, donc selon $+\vec{u}_n$:

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{T/L} = \frac{G\,M_T\,M_L}{d_{T/L}^2}\,\vec{u}_n}$$

PIÈGE

Donner seulement la norme : « expression vectorielle » exige le vecteur unitaire $\vec{u}_n$, sans signe « $-$ » puisqu'il pointe vers la Terre.

Q2 En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que $v_L = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{d_{T/L}}}$.

Système {Lune}, de masse M_L constante ; référentiel géocentrique supposé galiléen ; seule force : $\overrightarrow{F}_{T/L}$.

Deuxième loi de Newton : $M_L\,\vec{a} = \overrightarrow{F}_{T/L}$, donc $\vec{a} = \dfrac{G\,M_T}{d_{T/L}^2}\,\vec{u}_n$.

Le mouvement est circulaire uniforme, de rayon $d_{T/L}$: dans le repère de Frenet, $\vec{a} = \dfrac{v_L^2}{d_{T/L}}\,\vec{u}_n$.

Par identification selon $\vec{u}_n$: $\dfrac{v_L^2}{d_{T/L}} = \dfrac{G\,M_T}{d_{T/L}^2}$, soit $v_L^2 = \dfrac{G\,M_T}{d_{T/L}}$.

$$\boxed{v_L = \sqrt{\frac{G\,M_T}{d_{T/L}}}}$$

COMPRENDRE

La masse M_L se simplifie : la vitesse sur une orbite circulaire ne dépend que de l'astre attracteur et du rayon de l'orbite.

MÉTHODE

Toujours les mêmes étapes : système, référentiel, bilan des forces ; deuxième loi de Newton ; accélération dans le repère de Frenet ; identification selon $\vec{u}_n$.

Q3 Exprimer la période de révolution T de la Lune en fonction de $d_{T/L}$, puis retrouver la troisième loi de Kepler $\dfrac{T^2}{d_{T/L}^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_T}$.

En une période, la Lune parcourt le périmètre $2\pi\,d_{T/L}$ à la vitesse constante v_L :

$$T = \frac{2\pi\,d_{T/L}}{v_L} = 2\pi\,d_{T/L}\sqrt{\frac{d_{T/L}}{G\,M_T}} = 2\pi\sqrt{\frac{d_{T/L}^3}{G\,M_T}}$$

En élevant au carré : $T^2 = \dfrac{4\pi^2\,d_{T/L}^3}{G\,M_T}$.

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{d_{T/L}^3}{G\,M_T}}$ et $\dfrac{T^2}{d_{T/L}^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_T}$: on retrouve la troisième loi de Kepler.

COMPRENDRE

Le rapport T^2/d^3 ne dépend que de la masse de l'astre attracteur : il est le même pour tout satellite de la Terre.

Q4 Calculer la valeur de la distance Terre-Lune $d_{T/L}$.

Données utiles $T = 27{,}3$ jours ; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m$^3 \cdot$ kg$^{-1} \cdot$ s^{-2} ; $M_T = 5{,}972 \times 10^{24}$ kg

D'après la troisième loi de Kepler (Q3) : $d_{T/L} = \sqrt[3]{\dfrac{G\,M_T\,T^2}{4\pi^2}}$

avec $T = 27{,}3 \times 24 \times 3600 = 2{,}36 \times 10^6$ s (valeur non arrondie gardée en mémoire pour le calcul).

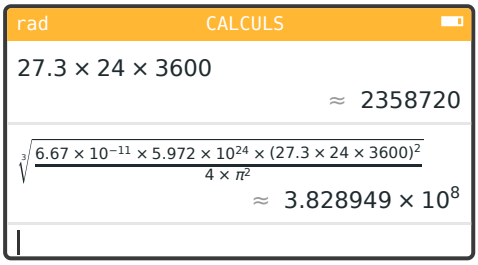
$$d_{T/L} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}972 \times 10^{24} \times (2{,}36 \times 10^6)^2}{4\pi^2}}$$

$$\boxed{d_{T/L} = 3{,}83 \times 10^8 \text{ m} = 3{,}83 \times 10^5 \text{ km}}$$

PIÈGE
Laisser T en jours : G est en unités SI, la période doit être en secondes et le résultat sort en mètres.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme T et G, les données les moins précises. L'ordre de grandeur attendu est connu : environ 380 000 km.

À LA CALCULATRICE



Q5 Calculer la valeur du rayon de la sphère de Hill de la Terre.

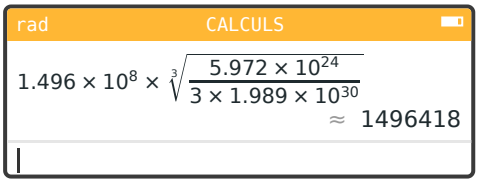
Données utiles $d_{T/S} = 1{,}496 \times 10^8$ km ; $M_T = 5{,}972 \times 10^{24}$ kg ; $M_S = 1{,}989 \times 10^{30}$ kg

$$r_{\text{Hill}} = d_{T/S} \cdot \sqrt[3]{\frac{M_T}{3\,M_S}} = 1{,}496 \times 10^8 \times \sqrt[3]{\frac{5{,}972 \times 10^{24}}{3 \times 1{,}989 \times 10^{30}}}$$

$$\boxed{r_{\text{Hill}} = 1{,}496 \times 10^6 \text{ km}}$$

PIÈGE
Racine cubique, et non racine carrée. Le rapport des masses est sans unité : r_{Hill} a l'unité de $d_{T/S}$, ici le kilomètre, inutile de convertir.

À LA CALCULATRICE



Q6 Indiquer si la Lune se situe dans la sphère de Hill de la Terre.

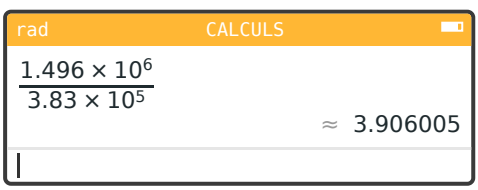
Données utiles $d_{T/L} = 3{,}83 \times 10^5$ km (Q4) ; $r_{\text{Hill}} = 1{,}496 \times 10^6$ km (Q5)

$d_{T/L} = 3{,}83 \times 10^5$ km $< r_{\text{Hill}} = 1{,}496 \times 10^6$ km : la Lune est environ quatre fois plus proche de la Terre que la limite de la sphère de Hill.

$\boxed{d_{T/L} < r_{\text{Hill}} \text{ : la Lune se situe } \textbf{dans} \text{ la sphère de Hill de la Terre.}}$

COMPRENDRE
C'est cohérent : l'attraction de la Terre y domine celle du Soleil, la Lune reste durablement satellite de la Terre.

À LA CALCULATRICE



Q7 À l'aide de la figure 2 et des réponses précédentes, donner un argument expliquant que l'astéroïde est venu orbiter autour de la Terre entre novembre et janvier « sans jamais être capturé par sa gravité ».

Données utiles $r_{\text{Hill}} = 1{,}496 \times 10^6$ km (Q5) ; $1\ \text{au} = 1{,}496 \times 10^8$ km

Rayon de la sphère de Hill en unité astronomique : $r_{\text{Hill}} = \dfrac{1{,}496 \times 10^6}{1{,}496 \times 10^8} = 0{,}010$ au.

Sur la figure 2, entre novembre 2024 et janvier 2025, la distance Terre-astéroïde diminue d'environ $0{,}027$ au à un minimum d'environ $0{,}012$ au (début janvier), puis augmente à nouveau : elle reste toujours supérieure à $0{,}010$ au.

Sur cette période, l'astéroïde reste **hors de la sphère de Hill** ($0{,}012\ \text{au} > 0{,}010\ \text{au}$) : l'attraction du Soleil l'emporte sur celle de la Terre, il s'approche puis s'éloigne sans être capturé.

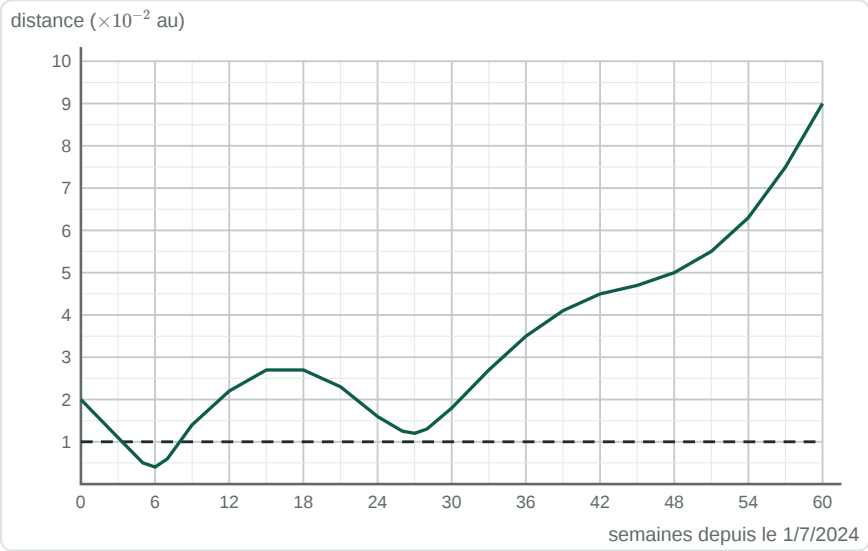
COMPRENDRE
En août 2024, la courbe descend sous $0{,}010$ au : l'astéroïde a traversé brièvement la sphère de Hill. Y entrer ne suffit pas pour rester en orbite ; la question porte sur novembre à janvier.

MÉTHODE
Pour comparer, mettre les deux grandeurs dans la même unité : ici, convertir r_{Hill} en au et tracer l'horizontale $0{,}010$ au sur la figure 2.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{1.496 \times 10^6}{1.496 \times 10^8} \approx 0.01$$



Q7 · Allure de la figure 2 (relevé approché) ; en tirets, le rayon de la sphère de Hill, $0{,}010$ au

Q8 Montrer que l'angle θ sous lequel on voit deux points diamétralement opposés de l'astéroïde, situé à la distance $d_{A/T}$, vaut $1{,}9 \times 10^{-8}$ rad.

Données utiles $d = 11$ m ; $d_{A/T} = 5{,}67 \times 10^5$ km ; $\tan\theta \approx \theta$

Dans le triangle rectangle de la figure 3, avec $AB = d$ et la distance d'observation $d_{A/T}$: $\tan\theta = \dfrac{d}{d_{A/T}}$.

L'angle est très petit : $\theta \approx \tan\theta$, avec $d_{A/T} = 5{,}67 \times 10^5\ \text{km} = 5{,}67 \times 10^8\ \text{m}$.

$$\theta = \frac{d}{d_{A/T}} = \frac{11}{5{,}67 \times 10^8}$$

$\theta = 1{,}9 \times 10^{-8}$ rad : c'est la valeur attendue.

PIÈGE
Diviser des mètres par des kilomètres : on trouve $1{,}9 \times 10^{-5}$, mille fois trop. Les deux longueurs doivent être dans la même unité.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{11}{5.67 \times 10^8} \approx 1.940035 \times 10^{-8}$$

Q9 En ne tenant compte que du pouvoir séparateur de l'œil, commenter la phrase : « Une deuxième lune temporaire qu'on ne pourra malheureusement pas distinguer à l'œil nu ».

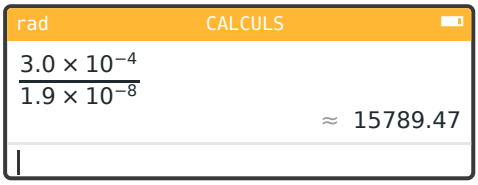
Données utiles $\theta = 1{,}9 \times 10^{-8}$ rad (Q8) ; $\varepsilon = 3{,}0 \times 10^{-4}$ rad

L'objet est vu distinctement si $\theta > \varepsilon$. Or $\theta = 1{,}9 \times 10^{-8}$ rad est très inférieur à $\varepsilon = 3{,}0 \times 10^{-4}$ rad : $\dfrac{\varepsilon}{\theta} \approx 1{,}6 \times 10^{4}$.

$\theta < \varepsilon$: même au plus près de la Terre, l'œil ne peut pas séparer deux points opposés de l'astéroïde. La phrase de l'article est justifiée.

COMPRENDRE
Le calcul est fait dans le cas le plus favorable (distance minimale). Plus loin, θ est encore plus petit : la conclusion vaut pour tout le passage.

À LA CALCULATRICE

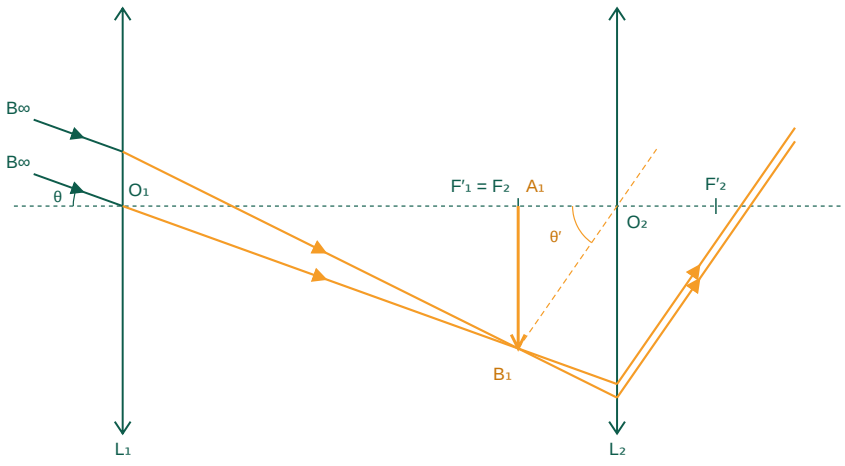


Q10 Sur l'annexe 3, tracer la marche des deux rayons issus du point B, situé à l'infini, au travers de la lunette. Faire apparaître l'image intermédiaire A_1B_1.

- Le rayon qui passe par le centre optique O_1 n'est pas dévié : il coupe le plan focal image de L_1 en B_1.
- L'objet est à l'infini : son image A_1B_1 se forme dans le plan focal image de L_1, avec A_1 en F'_1. Le second rayon, parallèle au premier, sort donc de L_1 en passant aussi par B_1.
- F'_1 et F_2 sont confondus : B_1 est dans le plan focal objet de L_2. Les deux rayons sortent de L_2 parallèles entre eux, parallèlement à la droite (B_1O_2) tracée en pointillés.

Image intermédiaire A_1B_1 dans le plan focal commun, renversée ; rayons émergents parallèles à (B_1O_2) : l'image finale est à l'infini.

PIÈGE
Faire sortir les rayons de L_2 parallèlement à l'axe optique, ou les arrêter en B_1. Les rayons se croisent en B_1 et continuent jusqu'à L_2.



Q10 · Annexe 3 complétée : en orange, ce que l'on trace (schéma non à l'échelle)

Q11 Montrer que le grossissement de la lunette astronomique s'exprime par $G = \dfrac{f'_1}{f'_2}$.

Dans le triangle $O_1A_1B_1$, rectangle en A_1 : $\tan\theta = \dfrac{A_1B_1}{O_1F'_1} = \dfrac{A_1B_1}{f'_1}$.

Dans le triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en A_1 : $\tan\theta' = \dfrac{A_1B_1}{O_2F_2} = \dfrac{A_1B_1}{f'_2}$.

Les angles sont très petits : $\theta \approx \dfrac{A_1B_1}{f'_1}$ et $\theta' \approx \dfrac{A_1B_1}{f'_2}$, donc

$$G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \times \frac{f'_1}{A_1B_1}$$

$$\boxed{G = \frac{f'_1}{f'_2}}$$

MÉTHODE
Repérer θ et θ' sur le schéma : θ au sommet O_1, θ' au sommet O_2. Les deux triangles rectangles ont le même côté A_1B_1, qui se simplifie.

Q12 Déterminer si la « Grande Lunette » de Meudon permet de distinguer deux points diamétralement opposés de l'astéroïde 2024 PT5.

Données utiles $f'_1 = 16$ m ; $f'_2 = 4$ cm ; $\theta = 1{,}9 \times 10^{-8}$ rad ; $\varepsilon = 3{,}0 \times 10^{-4}$ rad

Grossissement, avec $f'_2 = 4\ \text{cm} = 0{,}04\ \text{m}$: $G = \dfrac{f'_1}{f'_2} = \dfrac{16}{0{,}04} = 400$.

Angle sous lequel l'astéroïde est vu à travers la lunette :

$$\theta' = G \times \theta = 400 \times 1{,}9 \times 10^{-8} = 7{,}6 \times 10^{-6}\ \text{rad}$$

Critère : on distingue les deux points si $\theta' > \varepsilon$. Or $7{,}6 \times 10^{-6}\ \text{rad} < 3{,}0 \times 10^{-4}\ \text{rad}$.

$\theta' = 7{,}6 \times 10^{-6}$ rad $< \varepsilon$: la Grande Lunette de Meudon ne permet **pas** de distinguer deux points opposés de l'astéroïde.

PIÈGE
Calculer $G = 16 \div 4 = 4$: les deux distances focales doivent être dans la même unité.

COMPRENDRE
Il faudrait $G > \dfrac{\varepsilon}{\theta} \approx 1{,}6 \times 10^4$, soit quarante fois le grossissement de cette lunette.

À LA CALCULATRICE

