Exercice 2 - Le césium 137 et l'essai Trinity (5 points)

Trinity est le nom du premier essai nucléaire réalisé le 16 juillet 1945 dans le désert du Nouveau-Mexique aux États-Unis, dans le cadre du projet Manhattan.
Du fait de la température très élevée lors de l'explosion, le sable présent au sol s'est vitrifié, formant un quasi-cristal appelé « trinitite » contenant un élément radioactif : le césium 137.

L'objectif de cet exercice est de déterminer l'activité du césium 137 encore présent dans un morceau de trinitite près de 80 ans après sa formation.

1. Étude de la désintégration des noyaux de césium 137

Données :

- le césium 137 ($^{137}_{55}\mathrm{Cs}$) est un noyau émetteur de type β. Il se désintègre en un noyau de baryum 137 ($^{137}_{56}\mathrm{Ba}$) ;
- l'activité $A(t)$ d'un échantillon contenant N noyaux radioactifs est le nombre de désintégrations radioactives par seconde dans cet échantillon ;
- si le nombre de noyaux radioactifs de l'échantillon est suffisamment grand, on peut considérer que $A(t) = -\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}$;
- l'activité d'un échantillon est proportionnelle au nombre de noyaux radioactifs qu'il contient : $A(t) = \lambda \cdot N(t)$ avec λ constante radioactive du type de noyau considéré.

Q1. Donner la composition d'un noyau de césium 137.

Q2. Écrire l'équation de désintégration de type β du césium 137.

On étudie un échantillon qui contient un grand nombre de noyaux de césium 137. On note, $N(t)$ le nombre de noyaux à la date t et N_0 le nombre de noyaux de césium 137 à la date $t = 0$ s.

Q3. Établir que l'évolution du nombre N de noyaux de césium 137 au cours du temps est régie par l'équation différentielle :

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda \cdot N$$

Q4. Vérifier que $N(t) = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}$ est solution de l'équation différentielle précédente.

On note $t_{1/2}$ le temps de demi-vie du césium 137.

Q5. Montrer que le temps de demi-vie est lié à la constante radioactive par la relation :

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

On utilise le langage de programmation Python pour simuler l'évolution du pourcentage de noyaux de césium 137 présents au sein d'un échantillon. La figure 1 présente un extrait de ce programme.

Le corrigé détaillé est sur galilee.ac
Page 1 / 3
Sujet officiel du baccalauréat · Ministère de l'Éducation nationale
Voir le corrigé scanner ou cliquer

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt


# Génération des valeurs de la date t (en années)
t = np.linspace(0, 350, 100)

# Evolution temporelle du pourcentage de noyaux de césium
pourcentage = 100*np.exp(.............)# ligne à compléter

```

Figure 1. Extrait du programme Python

Le résultat de la simulation est donné sur la courbe de l'**ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE**.

Q6. Exploiter la courbe d'évolution du pourcentage de noyaux de césium 137 donnée dans l'**ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE** pour estimer la valeur de la constante radioactive du césium 137, exprimée en an^{-1}. La construction graphique devra apparaître sur l'**ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE**.

Le terme « pourcentage » utilisé dans la ligne 9 du programme donné en figure 1 désigne la grandeur $100 \times \frac{N}{N_0}$.

Q7. Recopier sur la copie la ligne 9 du programme et la compléter.

2. Activité de la trinitite

On ne considère dans la suite de cet exercice que la radioactivité de la trinitite due au césium 137. La constante radioactive λ du césium 137 vaut $0{,}0231\ \text{an}^{-1}$.

Q8. Montrer que l'activité $A(t)$ d'un échantillon de trinitite est donnée par la relation $A(t) = A_0 \cdot \text{e}^{-\lambda \cdot t}$, où $A_0 = \lambda \cdot N_0$ est l'activité de l'échantillon lors de sa formation.

Une étude menée en 2010 a permis de déterminer l'activité du césium 137 contenu dans un gramme de trinitite. Sa valeur est $A_{\text{étude}} = 48{,}3\ \text{Bq}$.

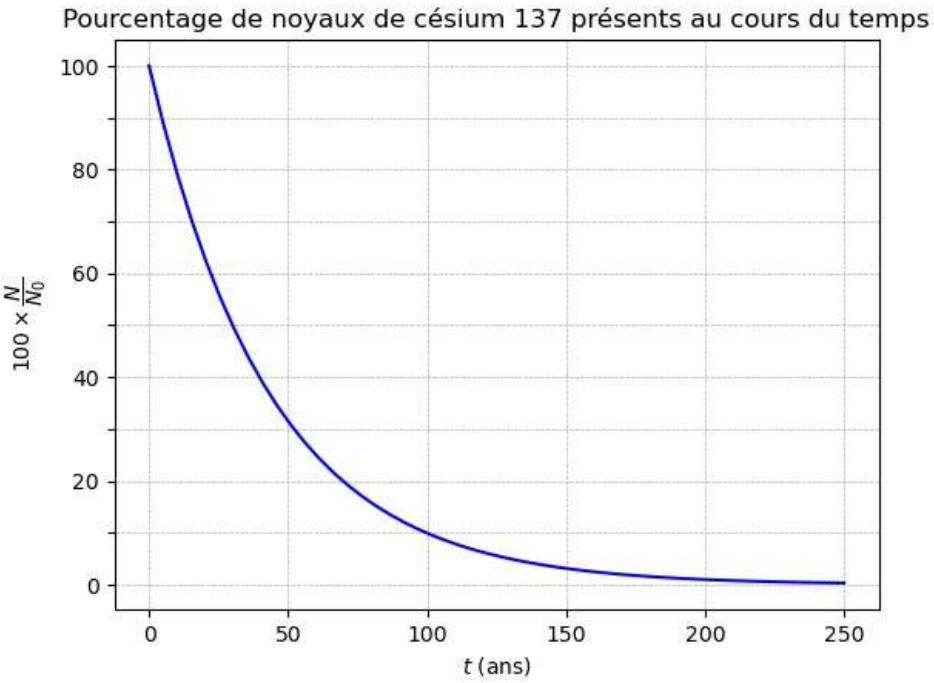
Le Code de la santé publique prévoit que la détention d'une source radioactive contenant du césium 137 est exemptée de déclaration, si l'activité massique (c'est-à-dire l'activité d'un gramme de cette source) ne dépasse pas $10\ \text{Bq} \cdot \text{g}^{-1}$.

Q9. À partir des résultats de l'étude menée en 2010, déterminer la valeur de la masse de trinitite à partir de laquelle une demande de détention doit être effectuée en 2026. Commenter cette valeur.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter correctement sa démarche, même non aboutie, car elle sera évaluée.

Le corrigé détaillé est sur galilee.ac
Page 2 / 3
Sujet officiel du baccalauréat · Ministère de l'Éducation nationale
Voir le corrigé
scanner ou cliquer

ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE (Exercice 2 - Q6)



Évolution temporelle du pourcentage de noyaux de césium 137