Slam dunk au golf

Bac 2025 Asie Jour 2 · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

Q1 Nommer le phénomène physique lié au décalage de fréquence.

La balle, qui réfléchit l'onde, est en mouvement par rapport au radar : la fréquence de l'onde reçue diffère de celle de l'onde émise.

Ce phénomène est l'**effet Doppler**.

COMPRENDRE
La balle s'éloigne du radar placé derrière le joueur : l'onde reçue a une fréquence plus faible que l'onde émise. Le sujet donne donc la valeur absolue du décalage.

Q2 Calculer la valeur de la vitesse initiale v_0 de la balle frappée par la joueuse.

Données utiles $|\Delta f| = 4\,225$ Hz ; $f_E = 21{,}125$ GHz ; $c = 3{,}00 \times 10^8$ m · s^{-1}

D'après le document, $|\Delta f| = \dfrac{2\,v}{c}\,f_E$. On isole la vitesse :

$$v_0 = \frac{|\Delta f| \times c}{2\,f_E}$$

Avec $f_E = 21{,}125 \times 10^9$ Hz :

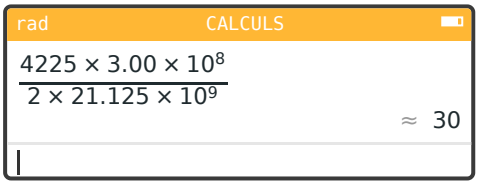
$$v_0 = \frac{4\,225 \times 3{,}00 \times 10^8}{2 \times 21{,}125 \times 10^9}$$

$v_0 = 30{,}0$ m · s^{-1}

PIÈGE
Laisser f_E en gigahertz alors que $|\Delta f|$ est en hertz : le résultat serait 10^9 fois trop grand. Oublier le facteur 2 double la vitesse.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme c, la donnée la moins précise. La calculatrice affiche 30 : on écrit $30{,}0$. Cela représente 108 km · h^{-1}, valeur plausible pour une joueuse amateure.

À LA CALCULATRICE



Q3 Déterminer les expressions littérales des coordonnées a_x et a_y du vecteur accélération $\vec{a}$ du centre de masse G de la balle.

Système : {balle}, de masse m constante. Référentiel : terrestre, supposé galiléen.

Bilan des forces : uniquement le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$ (frottements de l'air négligés).

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical et dirigé vers le bas, donc opposé à $\vec{j}$:

$a_x = 0$ et $a_y = -g$

PIÈGE
Écrire $a_y = g$: l'axe Oy est orienté vers le haut, la coordonnée est négative. La masse m se simplifie, elle ne doit pas apparaître dans le résultat.

MÉTHODE
Toujours les quatre mêmes étapes : système, référentiel galiléen, bilan des forces, deuxième loi de Newton. On projette ensuite sur les axes en regardant le sens de $\vec{g}$ sur la figure.

Q4 Montrer que les équations horaires du mouvement sont $x(t) = (v_0 \cos\alpha)\, t$ et $y(t) = -\frac{1}{2}\, g\, t^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t + h$.

Comme $\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives de $a_x = 0$ et $a_y = -g$:

$$v_x(t) = C_1 \qquad v_y(t) = -g\, t + C_2$$

À $t = 0$, $\vec{v} = \vec{v}_0$ de coordonnées $(v_0 \cos\alpha\ ;\ v_0 \sin\alpha)$, donc $C_1 = v_0 \cos\alpha$ et $C_2 = v_0 \sin\alpha$:

$$v_x(t) = v_0 \cos\alpha \qquad v_y(t) = -g\, t + v_0 \sin\alpha$$

Comme $\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, on prend de nouveau les primitives :

$$x(t) = (v_0 \cos\alpha)\, t + C_3 \qquad y(t) = -\frac{1}{2}\, g\, t^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t + C_4$$

À $t = 0$, G a pour coordonnées $(0\ ;\ h)$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = h$.

$x(t) = (v_0 \cos\alpha)\, t$ et $y(t) = -\frac{1}{2}\, g\, t^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t + h$: ce sont les équations attendues.

PIÈGE
Oublier les constantes, ou poser $y(0) = 0$: G part d'une hauteur h au-dessus du sol. Inverser $\cos\alpha$ et $\sin\alpha$: l'angle α est mesuré à partir de l'axe Ox.

MÉTHODE
Deux intégrations successives : accélération, puis vitesse, puis position. Après chacune, une constante par coordonnée, fixée par la condition initiale correspondante (vitesse initiale, puis position initiale).

Q5 En déduire que l'équation de la trajectoire s'écrit $y(x) = -\frac{1}{2}\, g \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + x \tan\alpha + h$.

On exprime le temps à partir de $x(t)$: $\quad t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$

On remplace t dans $y(t)$:

$$y(x) = -\frac{1}{2}\, g \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha \times \frac{x}{v_0 \cos\alpha} + h$$

Dans le deuxième terme, v_0 se simplifie et $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$:

$y(x) = -\frac{1}{2}\, g \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + x \tan\alpha + h$: c'est l'équation attendue.

COMPRENDRE
L'équation est de la forme $y = A\, x^2 + B\, x + C$ avec $A < 0$: la trajectoire est une portion de parabole tournée vers le bas. Le temps n'y apparaît plus.

Q6 Indiquer les paramètres initiaux de lancement sur lesquels la joueuse peut intervenir pour réussir le slam dunk.

L'équation de la trajectoire dépend de g, h, v_0 et α. La pesanteur g ne se choisit pas et la hauteur h de la balle posée est fixée.

La joueuse peut agir sur la **valeur v_0 de la vitesse initiale** et sur l'**angle α** de tir.

COMPRENDRE
La masse m ne figure pas dans l'équation de la trajectoire : sans frottements, changer de balle ne modifie rien. En pratique, α dépend du club choisi et v_0 de la force de la frappe.

Q7 Indiquer si, avec $\alpha = 39^\circ$ et $v_0 = 30\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, la joueuse réussit un slam dunk.

Données utiles $d = 1{,}5 \times 10^2$ m ; $h = 3{,}0$ cm $= 3{,}0 \times 10^{-2}$ m ; $g = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; équation de la trajectoire (Q5)

Le slam dunk est réussi si la balle retombe au sol exactement dans le trou, c'est-à-dire si $y(d) = 0$.

On calcule l'ordonnée de la trajectoire à l'abscisse $x = d$:

$$y(d) = -\frac{1}{2} g \left(\frac{d}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 + d \tan \alpha + h$$

$$y(d) = -\frac{1}{2} \times 9{,}81 \times \left(\frac{1{,}5 \times 10^2}{30 \times \cos 39^\circ} \right)^2 + 1{,}5 \times 10^2 \times \tan 39^\circ + 3{,}0 \times 10^{-2}$$

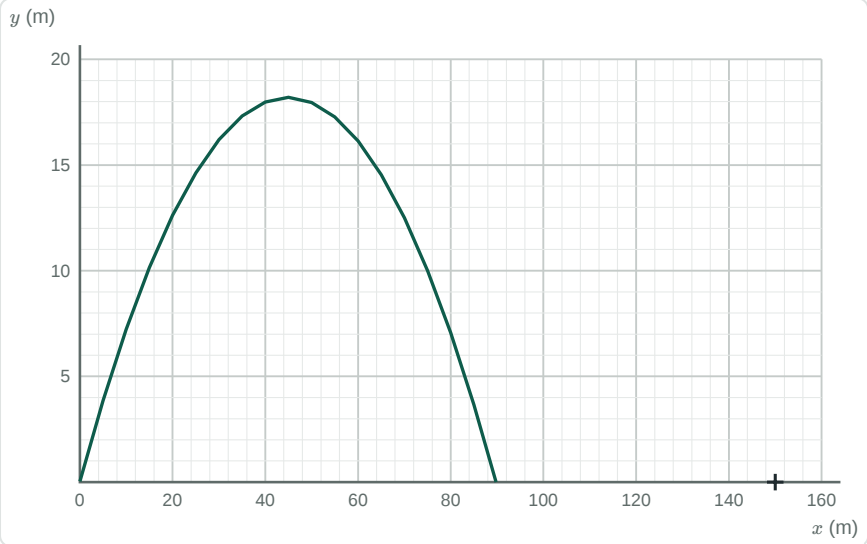
$$y(d) = -203 + 121 + 0{,}03 = -82\ \text{m}$$

Une ordonnée négative est impossible (la balle ne traverse pas le sol) : elle a touché le sol avant d'arriver au trou.

$y(d) = -82\ \text{m} \neq 0$: le slam dunk **n'est pas réussi**, la balle retombe trop tôt.

PIÈGE
Calculatrice en radians : $\cos 39$ et $\tan 39$ sont alors faux, sans message d'erreur. Vérifier le mode degré. Convertir aussi h en mètres.

COMPRENDRE
Autre démarche possible : résoudre $y(x) = 0$. La racine positive donne un point de chute vers $x \approx 90$ m, soit environ 60 m avant le trou. Il faudrait une vitesse initiale nettement plus grande.



Q7 · Trajectoire calculée pour $\alpha = 39^\circ$ et $v_0 = 30\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; la croix marque le trou