La wemba-mania

Bac 2026 Amérique du Nord Jour 1 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q.1 Donner, en justifiant, la nature du mouvement du ballon selon l'axe Ox.

Sur la figure 2, les points sont alignés sur une droite passant par l'origine : x est proportionnelle à t.

Or $v_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ est le coefficient directeur de cette droite : v_x est constante.

Selon l'axe Ox, le mouvement du ballon est **uniforme**.

PIÈGE
Répondre « rectiligne uniforme » : le ballon décrit une parabole. Seule la projection du mouvement sur Ox est uniforme.

Q.2 Déterminer, à l'aide de la figure 2, la valeur de la coordonnée v_x du vecteur vitesse $\vec{v}$.

Données utiles figure 2 : modélisation $x = 4{,}0 \times t$

$v_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ est le coefficient directeur de la droite modélisant $x(t)$, d'équation $x = 4{,}0 \times t$.

$v_x = 4{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

MÉTHODE
Sans la modélisation, on calcule la pente avec deux points éloignés de la droite, par exemple l'origine et le point d'abscisse $0{,}6$ s, où $x \approx 2{,}4$ m.

Q.3 Déterminer, à l'aide de la figure 3, la valeur de la coordonnée v_{y0} du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$.

Données utiles figure 3 : modélisation $v_y = -9{,}7 \times t + 5{,}0$

v_{y0} est la valeur de v_y à la date $t = 0$ s, c'est-à-dire l'ordonnée à l'origine de la droite de la figure 3.

$v_{y0} = 5{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

COMPRENDRE
Le coefficient directeur, $-9{,}7\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, est la coordonnée a_y de l'accélération : il est proche de $-g$, ce qui valide le modèle de la chute libre.

Q.4 En déduire la valeur de la vitesse initiale v_0 et de l'angle α que fait le vecteur vitesse initiale avec l'horizontale.

Données utiles $v_{x0} = v_x = 4{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ (Q.2) ; $v_{y0} = 5{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ (Q.3)

v_x est constante, donc $v_{x0} = 4{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Norme : $v_0 = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2} = \sqrt{4{,}0^2 + 5{,}0^2} = 6{,}4\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

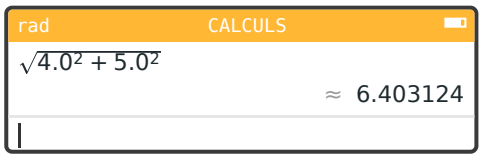
Angle : $\tan\alpha = \dfrac{v_{y0}}{v_{x0}} = \dfrac{5{,}0}{4{,}0}$, donc $\alpha = \arctan(1{,}25) = 51^\circ$

$v_0 = 6{,}4\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ et $\alpha = 51^\circ$

PIÈGE
Calculatrice restée en radians : elle affiche $0{,}90$ au lieu de 51. Vérifier le mode degré avant d'utiliser la touche arctan.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme les valeurs lues $4{,}0$ et $5{,}0$. La tangente n'utilise que ces deux lectures, sans passer par la valeur arrondie de v_0.

À LA CALCULATRICE



Q.5 Exprimer les coordonnées $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération $\vec{a}$ du point G du ballon en utilisant la loi de Newton.

Système {ballon}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen ; seule force : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical, vers le bas, et l'axe Oy est orienté vers le haut. En projetant :

$a_x(t) = 0$ et $a_y(t) = -g$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » de a_y, ou ne pas préciser le système et le référentiel galiléen avant d'écrire la loi.

Q.6 Montrer que les équations horaires de la position du ballon sont $x(t) = 4{,}0 \times t$ et $y(t) = -4{,}9 \times t^2 + 5{,}0 \times t + 3{,}05$.

Données utiles $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $v_{x0} = 4{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_{y0} = 5{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $x_0 = 0$ m ; $y_0 = h = 3{,}05$ m

Comme $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives de $a_x = 0$ et $a_y = -g$:

$$v_x(t) = C_1 \qquad v_y(t) = -g\,t + C_2$$

À $t = 0$ s, $\vec{v} = \vec{v}_0$: $C_1 = v_{x0}$ et $C_2 = v_{y0}$, donc $v_x(t) = v_{x0}$ et $v_y(t) = -g\,t + v_{y0}$.

Comme $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, on cherche de nouveau les primitives :

$$x(t) = v_{x0}\,t + C_3 \qquad y(t) = -\tfrac{1}{2}\,g\,t^2 + v_{y0}\,t + C_4$$

À $t = 0$ s, le ballon est en G_0 : $x(0) = 0$ et $y(0) = h$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = h$.

$$x(t) = v_{x0}\,t \qquad y(t) = -\tfrac{1}{2}\,g\,t^2 + v_{y0}\,t + h$$

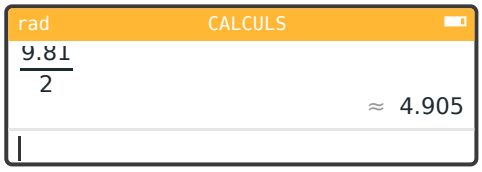
Numériquement, $\frac{1}{2}\,g = \frac{1}{2} \times 9{,}81 = 4{,}9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$:

$x(t) = 4{,}0 \times t$ et $y(t) = -4{,}9 \times t^2 + 5{,}0 \times t + 3{,}05$, comme attendu.

PIÈGE
Écrire directement les équations horaires sans les constantes d'intégration : la démonstration demandée repose sur leur détermination.

MÉTHODE
Deux primitives successives, et après chacune une constante fixée par les conditions initiales : la vitesse $\vec{v}_0$ d'abord, la position G_0 ensuite.

À LA CALCULATRICE



Q.7 Montrer que la trajectoire du ballon peut être modélisée par $y = -0{,}31\,x^2 + 1{,}3\,x + 3{,}05$.

Données utiles $x(t) = 4{,}0 \times t$ et $y(t) = -4{,}9 \times t^2 + 5{,}0 \times t + 3{,}05$ (Q.6)

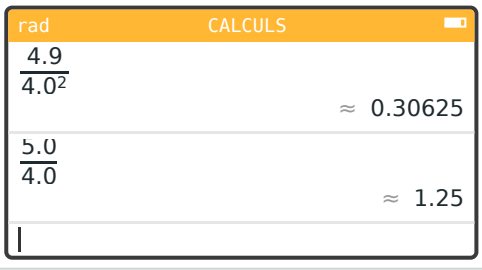
On élimine le temps : $x = 4{,}0 \times t$ donne $t = \dfrac{x}{4{,}0}$, que l'on reporte dans $y(t)$:

$$y = -4{,}9 \times \left(\frac{x}{4{,}0}\right)^2 + 5{,}0 \times \frac{x}{4{,}0} + 3{,}05 = -\frac{4{,}9}{4{,}0^2}\,x^2 + \frac{5{,}0}{4{,}0}\,x + 3{,}05$$

$y = -0{,}31\,x^2 + 1{,}3\,x + 3{,}05$ (avec x et y en mètres), comme attendu.

COMPRENDRE
L'équation est celle d'une parabole tournée vers le bas. Les coefficients $0{,}30625$ et $1{,}25$ sont arrondis à deux chiffres significatifs, d'où $0{,}31$ et $1{,}3$.

À LA CALCULATRICE



Q.8 Déterminer, en s'appuyant sur des calculs, si le lancer franc est réussi sans toucher le cercle métallique du panier.

Données utiles $y = -0{,}31\,x^2 + 1{,}3\,x + 3{,}05$ (Q.7) ; $h = 3{,}05$ m ; centre du panier à $4{,}2$ m de la ligne de lancer franc ; $D = 0{,}45$ m ; $d = 25\text{ cm} = 0{,}25$ m

Le ballon est lâché à la verticale de la ligne de lancer franc ($x_0 = 0$) : le centre du panier est donc en $x_P = 4{,}2$ m, à la hauteur $h = 3{,}05$ m.

On cherche l'abscisse du centre G du ballon quand il redescend à la hauteur du cercle, $y = 3{,}05$ m :

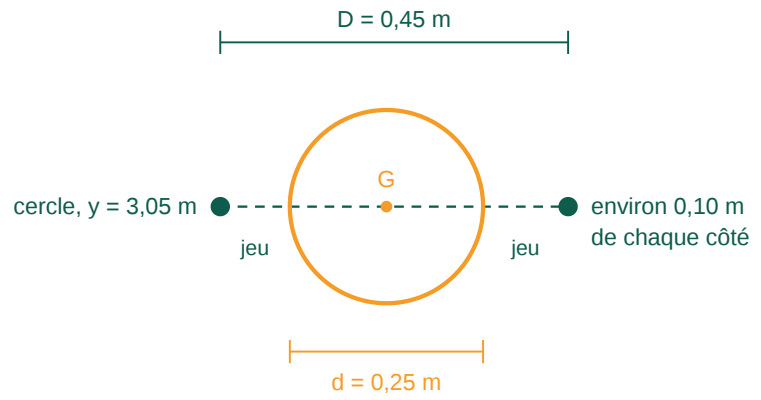
$$3{,}05 = -0{,}31\,x^2 + 1{,}3\,x + 3{,}05 \quad \text{soit} \quad x\,(1{,}3 - 0{,}31\,x) = 0$$

La solution $x = 0$ est le point de départ. L'autre est $x = \dfrac{1{,}3}{0{,}31} = 4{,}2$ m.

Le centre du ballon traverse donc le plan du cercle au niveau du centre du panier, à environ un centimètre près.

Jeu disponible de chaque côté pour un ballon centré : $\dfrac{D-d}{2} = \dfrac{0{,}45 - 0{,}25}{2} = 0{,}10$ m, bien supérieur à cet écart.

Le ballon passe au centre du panier ($x = 4{,}2$ m) avec environ 10 cm de jeu de chaque côté : le lancer franc est **réussi** sans toucher le cercle.



Q.8 · Le ballon (en orange) au passage dans le plan du cercle, vu de profil

PIÈGE
Conclure sans utiliser d et D : la question porte sur le cercle, il faut comparer la taille du ballon à celle du panier.

COMPRENDRE
Le résultat dépend des arrondis : avec $0{,}30625$ et $1{,}25$, on trouverait $x = 4{,}1$ m et le ballon frôlerait l'avant du cercle. Le jour de l'épreuve, on utilise l'équation donnée par l'énoncé.

MÉTHODE
Autre démarche acceptée : calculer y pour $x = 4{,}2$ m. On trouve $3{,}04$ m, soit la hauteur du cercle, puis on compare les diamètres.

À LA CALCULATRICE

