Le satellite TESS

Bac 2026 Métropole Jour 2 · Exercice 3 **5,5 points** **Durée conseillée 58 min**

Q1 Exprimer la force d'attraction gravitationnelle $\vec{F}$ exercée par l'étoile E sur l'exoplanète 2, en fonction de M_2, M_E, G, R_2 et $\vec{u}_N$.

La force est attractive, dirigée de P vers E, donc de même sens que $\vec{u}_N$:

$$\vec{F} = \frac{G\,M_E\,M_2}{R_2^2}\,\vec{u}_N$$

PIÈGE
Mettre un signe « $-$ » par habitude. Sur la figure 1, $\vec{u}_N$ pointe vers le centre E de l'orbite, comme la force : le signe est positif.

Q2 En utilisant la deuxième loi de Newton, établir l'expression de la vitesse v_2 de l'exoplanète 2 en fonction de G, M_E et R_2.

Système {exoplanète 2}, de masse M_2 constante ; référentiel centré sur E, supposé galiléen ; seule force : $\vec{F}$ (l'action de l'exoplanète 1 est négligée).

Deuxième loi de Newton : $\vec{F} = M_2\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \dfrac{G\,M_E}{R_2^2}\,\vec{u}_N$.

Dans le repère de Frenet, pour un mouvement circulaire de rayon R_2 : $\vec{a} = \dfrac{v_2^2}{R_2}\,\vec{u}_N + \dfrac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}t}\,\vec{u}_T$.

Par identification selon $\vec{u}_N$: $\dfrac{v_2^2}{R_2} = \dfrac{G\,M_E}{R_2^2}$, soit $v_2^2 = \dfrac{G\,M_E}{R_2}$.

$$v_2 = \sqrt{\frac{G\,M_E}{R_2}}$$

COMPRENDRE
La masse M_2 se simplifie : la vitesse sur l'orbite ne dépend que de l'étoile et du rayon de l'orbite, pas de la planète.

MÉTHODE
Orbite circulaire : 1) système, référentiel, force ; 2) deuxième loi de Newton ; 3) accélération dans le repère de Frenet ; 4) identification selon $\vec{u}_N$ pour la vitesse.

Q3 Établir que la masse de l'étoile est donnée par la relation $M_E = \dfrac{4\pi^2\,R_2^3}{G\,T_2^2}$.

Le mouvement est uniforme : en une période T_2, l'exoplanète parcourt le périmètre $2\pi R_2$ de son orbite, donc $v_2 = \dfrac{2\pi R_2}{T_2}$.

Avec le résultat de Q2 : $\dfrac{2\pi R_2}{T_2} = \sqrt{\dfrac{G\,M_E}{R_2}}$.

On élève au carré : $\dfrac{4\pi^2 R_2^2}{T_2^2} = \dfrac{G\,M_E}{R_2}$, puis on isole M_E.

$M_E = \dfrac{4\pi^2\,R_2^3}{G\,T_2^2}$: c'est la relation attendue.

PIÈGE
Pour un « établir que », partir de la formule donnée et la retourner ne rapporte rien : il faut partir de $v_2 = 2\pi R_2/T_2$ et arriver à la relation.

Q4 Vérifier que la valeur de M_E déduite de cette relation est voisine de celle du tableau de données.

Données utiles $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m$^3 \cdot$ kg$^{-1} \cdot$ s^{-2} ; $R_2 = 1{,}08 \times 10^7$ km ; $T_2 = 11{,}4$ jours ; tableau : $M_E = 7{,}68 \times 10^{29}$ kg

Conversions : $R_2 = 1{,}08 \times 10^{10}$ m et $T_2 = 11{,}4 \times 24 \times 3600 = 9{,}85 \times 10^5$ s.

$$M_E = \frac{4\pi^2 \times (1{,}08 \times 10^{10})^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times (11{,}4 \times 24 \times 3600)^2} = 7{,}69 \times 10^{29}\ \text{kg}$$

$M_E = 7{,}69 \times 10^{29}$ kg, très proche de $7{,}68 \times 10^{29}$ kg (écart d'environ 0,1 %).

PIÈGE
Laisser R_2 en km ou T_2 en jours. L'unité de G impose des mètres et des secondes ; avec des km, le résultat est 10^9 fois trop petit.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme G, R_2 et T_2. Garder la valeur complète de T_2 dans la calculatrice plutôt que la valeur arrondie.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$11.4 \times 24 \times 3600$
≈ 984960

$\frac{4 \times \pi^2 \times (1.08 \times 10^{10})^3}{6.67 \times 10^{-11} \times (11.4 \times 24 \times 3600)^2}$
$\approx 7.685427 \times 10^{29}$

$\frac{7.69 \times 10^{29} - 7.68 \times 10^{29}}{7.68 \times 10^{29}}$
≈ 0.001302083

Q5 En utilisant la troisième loi de Kepler et les données R_1, R_2 et T_2, déterminer la valeur de la période T_1 en jours terrestres.

Données utiles $R_1 = 6{,}77 \times 10^6$ km ; $R_2 = 1{,}08 \times 10^7$ km ; $T_2 = 11{,}4$ jours

Les deux exoplanètes tournent autour de la même étoile. D'après la troisième loi de Kepler, le rapport $\frac{T^2}{R^3}$ est le même pour les deux :

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} \quad \text{donc} \quad T_1 = T_2 \sqrt{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3}$$

$$T_1 = 11{,}4 \times \sqrt{\left(\frac{6{,}77 \times 10^6}{1{,}08 \times 10^7}\right)^3} = 5{,}66 \text{ jours}$$

$T_1 = 5{,}66$ jours terrestres

COMPRENDRE
Contrôle rapide : l'exoplanète 1 est plus proche de l'étoile, sa période doit être plus courte que 11,4 jours.

MÉTHODE
La formule ne contient que des rapports : aucune conversion n'est nécessaire si R_1 et R_2 ont la même unité, et T_1 sort dans l'unité de T_2.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$11.4 \times \sqrt{\left(\frac{6.77 \times 10^6}{1.08 \times 10^7}\right)^3}$
≈ 5.65786

Q6 Indiquer qualitativement l'influence de la taille de l'exoplanète sur la diminution ΔP_{lum} de la puissance lumineuse relative au cours d'un transit.

Dans la relation $\Delta P_{\text{lum}} = \left(\frac{r_1}{r_E}\right)^2$, le rayon r_E de l'étoile est fixé et r_1 est au numérateur.

Plus l'exoplanète est grande, plus la diminution ΔP_{lum} est importante : la planète masque une plus grande partie du disque de l'étoile.

COMPRENDRE
La baisse suit le carré du rayon : une planète deux fois plus grande cache une surface quatre fois plus grande, donc ΔP_{lum} est multipliée par quatre.

Q7 Vérifier que le rayon r_1 de l'exoplanète 1 vaut environ $1{,}7 \times 10^4$ km.

Données utiles $r_E = 2{,}63 \times 10^5$ km ; figure 3

Lecture de la figure 3 : hors transit $P_{\text{lum}} = 1{,}000$; au creux du transit $P_{\text{lum}} \approx 0{,}996$. Donc $\Delta P_{\text{lum}} = 1{,}000 - 0{,}996 = 0{,}004$.

De $\Delta P_{\text{lum}} = \left(\frac{r_1}{r_E}\right)^2$ on tire $r_1 = r_E \sqrt{\Delta P_{\text{lum}}}$.

$$r_1 = 2{,}63 \times 10^5 \times \sqrt{0{,}004} = 1{,}7 \times 10^4 \text{ km}$$

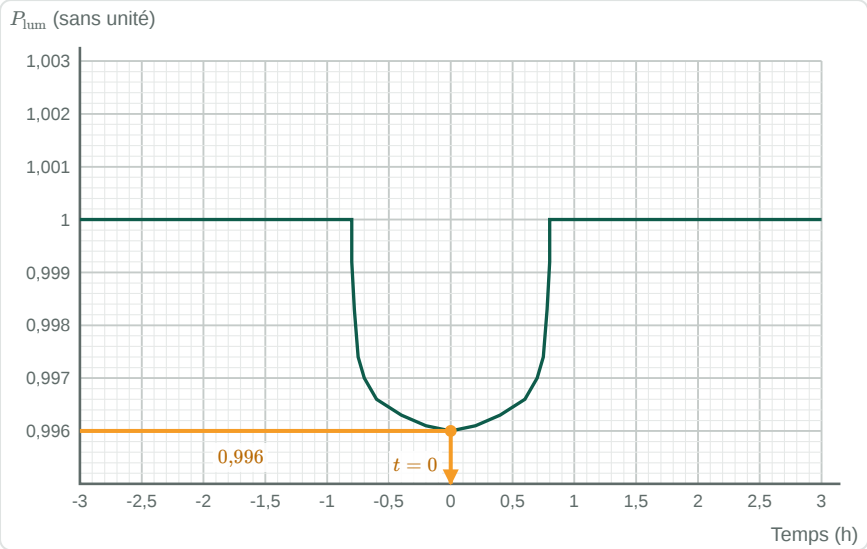
$r_1 \approx 1{,}7 \times 10^4$ km : c'est bien la valeur annoncée.

PIÈGE
Prendre pour ΔP_{lum} la valeur lue au creux (0,996) : c'est l'écart avec le palier 1 qu'il faut, soit 0,004. Oublier la racine carrée donne un rayon absurde.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$2.63 \times 10^5 \times \sqrt{0.004}$
≈ 16633.58



Q7 · Figure 3 du sujet : lecture du creux du transit

Q8 En utilisant les figures 2 et 3, et sachant que l'angle α est très petit devant 1 rad, estimer la période T_1 de révolution de l'exoplanète 1 déduite des observations. Commenter.

Données utiles $R_1 = 6{,}77 \times 10^6$ km ; $r_E = 2{,}63 \times 10^5$ km ; $r_1 = 1{,}7 \times 10^4$ km (Q7) ; $T_1 = 5{,}66$ jours (Q5)

Durée du transit. Sur la figure 3, la puissance chute à $t_i \approx -0{,}8$ h et remonte à $t_f \approx 0{,}8$ h : $\Delta t = t_f - t_i \approx 1{,}6$ h.

Angle balayé. Sur la figure 2, entre t_i et t_f l'exoplanète tourne de l'angle 2α. Dans le triangle rectangle d'hypoténuse R_1, le côté opposé à α mesure $r_1 + r_E$:

$$\sin\alpha = \frac{r_1 + r_E}{R_1}$$

L'angle étant petit :

$$\alpha \approx \frac{1{,}7 \times 10^4 + 2{,}63 \times 10^5}{6{,}77 \times 10^6} = 4{,}1 \times 10^{-2} \text{ rad}$$

Période. Le mouvement est uniforme : l'angle balayé est proportionnel à la durée. Un tour complet (2π rad) dure T_1, l'angle 2α est balayé en Δt :

$$\frac{T_1}{2\pi} = \frac{\Delta t}{2\alpha} \quad \text{donc} \quad T_1 = \frac{\pi\,\Delta t}{\alpha} = \frac{\pi\,R_1\,\Delta t}{r_1 + r_E}$$

$$T_1 = \frac{\pi \times 6{,}77 \times 10^6 \times 1{,}6}{1{,}7 \times 10^4 + 2{,}63 \times 10^5} = 1{,}2 \times 10^2 \text{ h, soit } \frac{122}{24} = 5{,}1 \text{ jours}$$

Commentaire. Cette estimation est du même ordre que la valeur de Q5 (5,66 jours), avec un écart d'environ 10 %. Il s'explique par la lecture de la figure 3 : les dates t_i et t_f sont lues à 0,1 h près, et avec 0,9 h au lieu de 0,8 h on trouverait 5,7 jours. Les deux méthodes sont donc compatibles.

$T_1 \approx 1{,}2 \times 10^2$ h $\approx 5{,}1$ jours, compatible avec les 5,66 jours de Q5 compte tenu de la précision de lecture.

PIÈGE
Associer la durée totale du transit (1,6 h) au seul angle α : la période est alors doublée. Autre oubli fréquent : r_1 dans le côté opposé, la planète étant tangente au disque de l'étoile à t_i.

COMPRENDRE
« Commenter » attend une comparaison chiffrée avec Q5 et une cause d'écart. Le transit ne dure que 1,6 h sur une révolution de plus de 120 h : une petite erreur de lecture pèse lourd.

MÉTHODE
Les rayons restent en km (seul leur rapport compte) et Δt en heures : T_1 sort en heures, à diviser par 24. Vérifier que $\alpha \ll 1$ rad justifie l'approximation.

À LA CALCULATRICE

