La yaourtière

Bac 2026 Métropole Jour 2 · Exercice 2 **5,5 points** **Durée conseillée 58 min**

Q1 Montrer que l'énergie thermique $Q_{\text{chauffage}}$ à transférer au système {S} lors de l'étape A est voisine de $9{,}2 \times 10^4$ J.

Données utiles $C = 4{,}0 \times 10^3$ J · K^{-1} ; $\theta_{\text{fab}} = 43$ °C ; $\theta_{\text{amb}} = 20$ °C

Le système {S} ne reçoit aucun travail : le premier principe s'écrit $\Delta U = Q_{\text{chauffage}}$.

Pour un système de capacité thermique C passant de θ_{amb} à θ_{fab} : $\Delta U = C\,(\theta_{\text{fab}} - \theta_{\text{amb}})$.

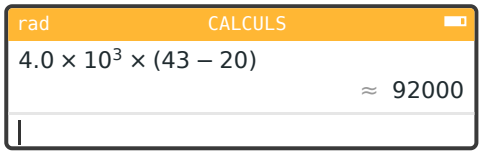
$$Q_{\text{chauffage}} = C\,(\theta_{\text{fab}} - \theta_{\text{amb}}) = 4{,}0 \times 10^3 \times (43 - 20)$$

$Q_{\text{chauffage}} = 9{,}2 \times 10^4$ J, valeur attendue.

COMPRENDRE

Un écart de température a la même valeur en °C et en K : $43 - 20 = 23$ K, aucune conversion à faire. Deux chiffres significatifs, comme C et les températures.

À LA CALCULATRICE



Q2 Calculer la durée Δt_A de l'étape A, sachant que 85 % de l'énergie électrique consommée est transférée thermiquement au système {S}. En déduire que Δt_B est de l'ordre de 7 h 50 min.

Données utiles $P_A = 150$ W ; $Q_{\text{chauffage}} = 9{,}2 \times 10^4$ J (Q1) ; durée totale du chauffage : 8 h

Énergie électrique consommée pendant l'étape A : $E_A = P_A\,\Delta t_A$.

Seuls 85 % sont transférés au système : $Q_{\text{chauffage}} = 0{,}85\,P_A\,\Delta t_A$, d'où

$$\Delta t_A = \frac{Q_{\text{chauffage}}}{0{,}85\,P_A} = \frac{9{,}2 \times 10^4}{0{,}85 \times 150} = 7{,}2 \times 10^2 \text{ s} \approx 12 \text{ min}$$

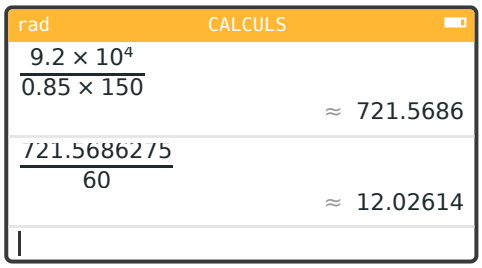
Les deux étapes durent 8 h au total : $\Delta t_B = 8 \text{ h} - \Delta t_A = 8 \text{ h} - 12 \text{ min}$.

$\Delta t_A = 7{,}2 \times 10^2$ s ≈ 12 min et $\Delta t_B = 7$ h 48 min, bien de l'ordre de 7 h 50 min.

PIÈGE

Multiplier $Q_{\text{chauffage}}$ par 0,85 au lieu de diviser. L'énergie électrique consommée est plus grande que l'énergie utile : la durée réelle est plus longue que $Q_{\text{chauffage}}/P_A = 613$ s.

À LA CALCULATRICE



Q3 Estimer le prix de fabrication d'un yaourt fait maison. Discuter si l'argument lié au coût des yaourts maison est vérifié.

Données utiles 1 kWh = 3 600 kJ ; $P_A = 150$ W ; $P_B = 20$ W ; $\Delta t_A = 720$ s et $\Delta t_B = 7\text{ h }48\text{ min} = 28\,080$ s (Q2) ; kWh : 0,20 € ; litre de lait : 1,05 € ; ferments : 0,64 € ; yaourt du commerce : 0,35 €

Lait : $0{,}700 \times 1{,}05 = 0{,}735$ €. Ferments : 0,64 €.

Énergie électrique consommée pendant les 8 h :

$$E = P_A\,\Delta t_A + P_B\,\Delta t_B = 150 \times 720 + 20 \times 28\,080 = 6{,}70 \times 10^5 \text{ J}$$

soit $E = \dfrac{6{,}70 \times 10^5}{3{,}6 \times 10^6} = 0{,}186$ kWh, qui coûte $0{,}186 \times 0{,}20 = 0{,}037$ €.

Coût des 7 yaourts : $0{,}735 + 0{,}64 + 0{,}037 = 1{,}41$ €, soit $\dfrac{1{,}41}{7} = 0{,}20$ € par yaourt.

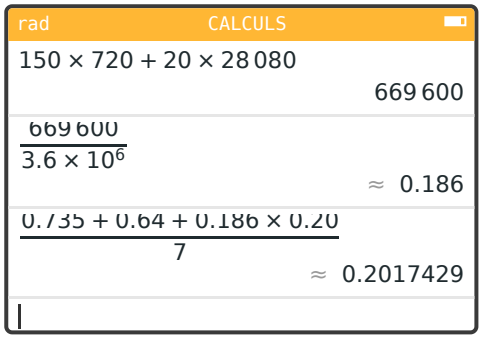
Ce prix est inférieur à 0,35 € : l'économie est d'environ 0,15 € par pot, soit un peu plus de 40 %. L'argument est vérifié, tant que l'on ne compte pas l'achat de la yaourtière.

> Un yaourt maison revient à environ 0,20 €, contre 0,35 € dans le commerce : l'argument du coût est vérifié.

COMPRENDRE
L'électricité pèse très peu : environ 4 centimes pour les 7 pots. Le prix est fixé par le lait et les ferments.

MÉTHODE
Pour une question ouverte, annoncer les postes de dépense (lait, ferments, électricité), calculer chacun, puis ramener à un pot. Conclure par une comparaison chiffrée avec la valeur de référence.

À LA CALCULATRICE



Q4 Nommer les trois modes de transfert thermique permettant le refroidissement du système {P}.

> Les trois modes de transfert thermique sont la **conduction**, la **convection** et le **rayonnement**.

COMPRENDRE
Conduction : de proche en proche, sans déplacement de matière (pot posé sur la clayette). Convection : l'air du réfrigérateur se déplace autour du pot. Rayonnement : le pot émet des ondes électromagnétiques, surtout infrarouges.

Q5 Calculer le flux thermique initial Φ_0 cédé par le système {P} à $t = 0$ et indiquer, en justifiant, comment varie le flux au cours du temps.

Données utiles $h = 10\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$; $S = 0{,}019\text{ m}^2$; $\theta_0 = 30\text{ °C}$; $\theta_{\text{réfri}} = 4{,}0\text{ °C}$

À $t = 0$, la température du système est θ_0. La loi de Newton donne :

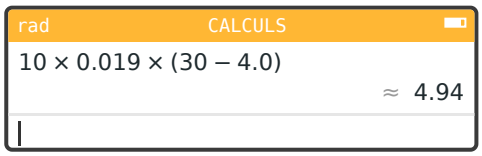
$$\Phi_0 = h\,S\,(\theta_0 - \theta_{\text{réfri}}) = 10 \times 0{,}019 \times (30 - 4{,}0) = 4{,}9\text{ W}$$

Le système cède de l'énergie, donc sa température θ diminue et se rapproche de $\theta_{\text{réfri}}$. L'écart $\theta - \theta_{\text{réfri}}$ diminue, et le flux lui est proportionnel.

> $\Phi_0 = 4{,}9$ W ; le flux thermique diminue au cours du temps et tend vers zéro.

PIÈGE
Répondre « le flux diminue » sans justification ne rapporte pas tous les points : il faut relier la baisse de θ à l'écart $\theta - \theta_{\text{réfri}}$ de la loi de Newton.

À LA CALCULATRICE



Q6 Indiquer la température du système {P} après un temps très long. Montrer que l'énergie thermique perdue par le système pendant le refroidissement est voisine de 12 kJ.

Données utiles $m = 0{,}19$ kg ; $c_Y = 2{,}5 \times 10^3$ J · kg^{-1} · K^{-1} ; $\theta_0 = 30$ °C ; $\theta_{\text{réfri}} = 4{,}0$ °C

Après un temps très long, l'équilibre thermique est atteint : le système est à la température de l'air du réfrigérateur, $\theta_f = \theta_{\text{réfri}} = 4{,}0$ °C.

Le système {P} n'échange aucun travail : $\Delta U = Q$, avec $\Delta U = m\,c_Y\,(\theta_f - \theta_0)$.

$$Q = m\,c_Y\,(\theta_{\text{réfri}} - \theta_0) = 0{,}19 \times 2{,}5 \times 10^3 \times (4{,}0 - 30) = -1{,}2 \times 10^4 \text{ J}$$

$Q < 0$: l'énergie est bien cédée par le système.

Température finale : $4{,}0$ °C ; énergie perdue : $|Q| = 1{,}2 \times 10^4$ J $= 12$ kJ, valeur attendue.

PIÈGE
Écrire $\theta_0 - \theta_{\text{réfri}}$ dans ΔU donne un résultat positif. La variation est toujours « final moins initial » ; le signe négatif se commente, puis on donne l'énergie perdue en valeur absolue.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$0.19 \times 2.5 \times 10^3 \times (4.0 - 30)$
≈ -12350

Q7 Calculer la durée Δt_0 nécessaire pour effectuer un transfert thermique de 12 kJ à la puissance Φ_0.

Données utiles $|Q| = 12$ kJ (Q6) ; $\Phi_0 = 4{,}94$ W (Q5)

Un flux thermique est une puissance : à flux constant Φ_0, $|Q| = \Phi_0\,\Delta t_0$.

$$\Delta t_0 = \frac{|Q|}{\Phi_0} = \frac{12 \times 10^3}{4{,}94} = 2{,}4 \times 10^3 \text{ s}$$

$\Delta t_0 = 2{,}4 \times 10^3$ s ≈ 40 min

PIÈGE
Laisser l'énergie en kJ : avec des watts, il faut des joules pour obtenir des secondes.

COMPRENDRE
Avec la valeur non arrondie $|Q| = 12{,}35$ kJ, on obtient exactement $2{,}5 \times 10^3$ s. Les deux réponses sont acceptables ; l'écart ne vient que de l'arrondi à 12 kJ.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$\frac{12 \times 10^3}{4.94}$
≈ 2429.15
$\frac{2429.149798}{60}$
≈ 40.48583

Q8 Tracer l'allure de l'évolution de la température θ en fonction du temps en indiquant les températures initiale et finale ; faire apparaître une méthode graphique de détermination de τ.

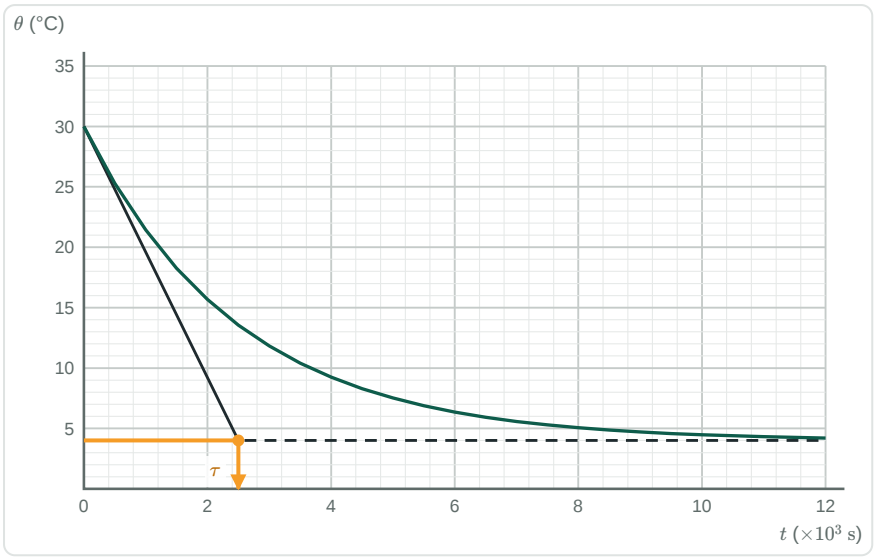
La courbe est une exponentielle décroissante : elle part de $\theta_0 = 30$ °C à $t = 0$ et tend vers l'asymptote horizontale $\theta = \theta_{\text{réfri}} = 4{,}0$ °C.

Méthode graphique : on trace la tangente à la courbe à $t = 0$; elle coupe l'asymptote à la date $t = \tau$.

Exponentielle décroissante de 30 °C vers $4{,}0$ °C ; τ est l'abscisse du point où la tangente à l'origine coupe l'asymptote.

PIÈGE
Une allure sans les valeurs 30 °C et $4{,}0$ °C sur l'axe, ou une courbe qui touche ou traverse l'asymptote, fait perdre des points.

MÉTHODE
Autre méthode acceptée : à $t = \tau$, l'écart à l'asymptote ne vaut plus que 37 % de l'écart initial. On lit donc l'abscisse du point d'ordonnée $4{,}0 + 0{,}37 \times 26 \approx 13{,}6$ °C.



Q8 · Allure de $\theta(t)$: tangente à l'origine et asymptote ; la graduation en temps utilise la valeur de τ calculée en Q9

Q9 Comparer la valeur de τ à celle de Δt_0 obtenue en Q7. Commenter.

Données utiles $m = 0{,}19$ kg ; $c_Y = 2{,}5 \times 10^3$ J · kg^{-1} · K^{-1} ; $h = 10$ W · m^{-2} · K^{-1} ; $S = 0{,}019$ m^2 ; $\Delta t_0 = 2{,}4 \times 10^3$ s (Q7)

$$\tau = \frac{m\,c_Y}{h\,S} = \frac{0{,}19 \times 2{,}5 \times 10^3}{10 \times 0{,}019} = 2{,}5 \times 10^3 \text{ s}$$

Les deux durées sont égales, à l'arrondi de 12 kJ près. C'est attendu, car littéralement :

$$\Delta t_0 = \frac{m\,c_Y\,(\theta_0 - \theta_{\text{réfri}})}{h\,S\,(\theta_0 - \theta_{\text{réfri}})} = \frac{m\,c_Y}{h\,S} = \tau$$

τ est donc la durée que prendrait le refroidissement si le flux gardait sa valeur initiale Φ_0 : c'est ce que traduit la tangente à l'origine. En réalité le flux diminue, le refroidissement est plus lent : à $t = \tau$ le système est encore à environ $14\ ^\circ$C, et il faut à peu près $5\,\tau \approx 1{,}3 \times 10^4$ s, soit environ 3 h 30, pour atteindre pratiquement $4{,}0\ ^\circ$C.

$\tau = 2{,}5 \times 10^3$ s $\approx \Delta t_0$: le temps caractéristique est la durée du refroidissement à flux constant Φ_0 ; le refroidissement réel dure environ $5\,\tau$.

COMPRENDRE

Les 2 heures de réfrigérateur de la recette représentent près de $3\,\tau$: l'écart à $4{,}0\ ^\circ$C est alors réduit à environ 5 % de sa valeur initiale, le yaourt est vers $5{,}5\ ^\circ$C.

À LA CALCULATRICE

