Le kéfir de fruit

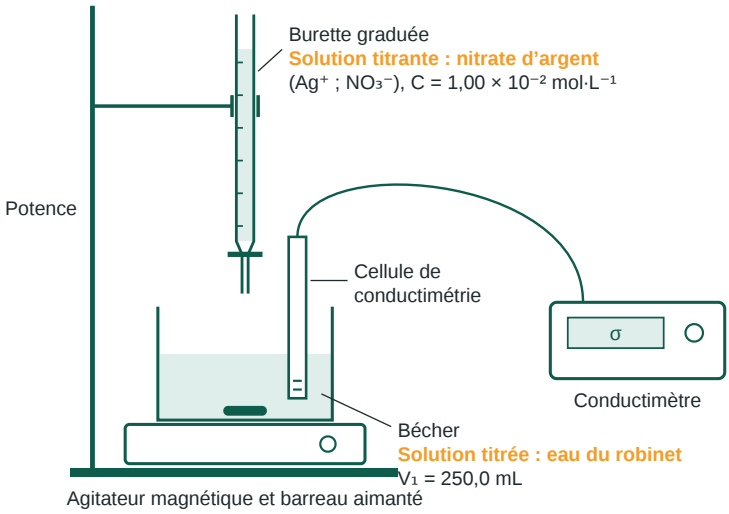
Bac 2026 Métropole Jour 2 · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 35**

Q1 Schématiser le dispositif du titrage et légender le matériel et la verrerie, en identifiant où se situent la solution titrante et la solution titrée.

Schéma légendé ci-dessous. La cellule du conductimètre plonge dans le bécher, placé sous agitation.

Solution titrante (nitrate d'argent) dans la burette graduée ; solution titrée (eau du robinet) dans le bécher.

PIÈGE
Dessiner une sonde de pH ou oublier l'agitation. Un schéma sans le nom des deux solutions ne rapporte pas tous les points.



Q1 · Montage du titrage conductimétrique

Q2 Recopier les lignes de code 4 et 5 et les compléter par une valeur numérique.

Données utiles $V_1 = 250{,}0$ mL ; $C = 1{,}00 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1}

Les commentaires du programme imposent les unités : V_1 en mL et C en mol/L.

Ligne 4 : `V1=250.0`

Ligne 5 : `C=1.00E-2`

`V1=250.0` et `C=1.00E-2`

PIÈGE
Écrire une virgule décimale ou « `10^-2` » : Python attend un point et la notation `E`, comme à la ligne 3.

COMPRENDRE
Juste avant cette question, l'énoncé cite « Na^+ » parmi les espèces suivies : c'est une coquille, il faut lire Ag^+, comme dans la suite du sujet et dans la légende de l'annexe.

Q3 Recopier la ligne de code 7 et la compléter par l'expression du volume à l'équivalence en fonction des données définies dans le programme.

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de $Ag^+(aq) + Cl^-(aq) \longrightarrow AgCl(s)$:

$n(Ag^+)_{versé} = n(Cl^-)_{initial}$, soit $C \cdot V_E = C_1 \cdot V_1$, donc $V_E = \dfrac{C_1 \cdot V_1}{C}$.

Ligne 7 : `VE=C1*V1/C`

COMPRENDRE
Aucune conversion ici : V_1 est en mL, donc V_E sort en mL. Avec les valeurs du programme, $V_E = 12{,}5$ mL : c'est bien l'abscisse de la rupture de pente sur l'annexe.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{5 \times 10^{-4} \times 250.0}{1.00 \times 10^{-2}} \approx 12.5$$

Q4 Recopier puis compléter la ligne 15 du programme, en utilisant les paramètres C et VE, sur le même modèle que les lignes 11 et 13.

Quantité de chlorure d'argent formé, en mol :

- pour $V = 0$: rien n'a encore été versé, $n = 0$;
- pour $V = V_E$: tous les ions Ag^+ versés ont réagi, $n = C \cdot V_E$;
- pour $V = V_{max}$: les ions chlorure sont épuisés depuis l'équivalence, la quantité reste $n = C \cdot V_E$.

Le volume est en mL : on le multiplie par $0{,}001$ pour l'exprimer en litre.

Ligne 15 : `nproduit=[0,C*VE*0.001,C*VE*0.001]`

PIÈGE
Oublier le facteur `0.001`, ou écrire `C*Vmax*0.001` en troisième position : le précipité ne se forme plus quand les ions chlorure sont épuisés.

Q5 Tracer sur la figure de l'annexe 1 l'évolution de la quantité de matière des ions nitrate en fonction du volume V de solution titrante ajouté.

Données utiles $C = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Les ions nitrate sont spectateurs : tous ceux qui sont versés restent en solution. Leur quantité est donc proportionnelle au volume versé : $n(NO_3^-) = C \cdot V$.

Le tracé est une droite passant par l'origine. Pour $V = 25$ mL : $n(NO_3^-) = 1{,}00 \times 10^{-2} \times 25 \times 10^{-3} = 2{,}5 \times 10^{-4}$ mol.

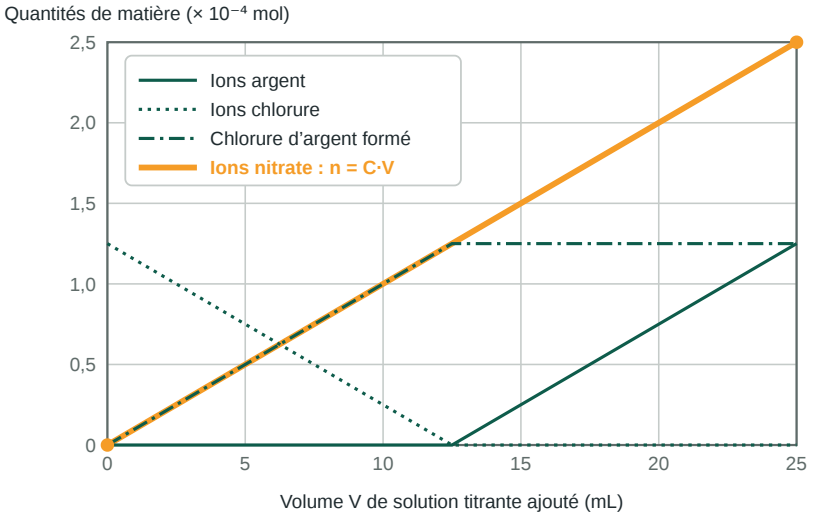
Droite reliant l'origine au point (25 mL ; $2{,}5 \times 10^{-4}$ mol).

COMPRENDRE
Jusqu'à V_E, cette droite se superpose à celle du chlorure d'argent formé (même expression $C \cdot V$). Après l'équivalence, elle garde la même pente alors que l'autre devient horizontale.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$1.00 \times 10^{-2} \times 25 \times 10^{-3} \approx 2.5 \times 10^{-4}$$



Q5 · Annexe 1 complétée : en orange, la quantité de matière des ions nitrate

Q6 À l'aide des courbes de l'annexe 1, interpréter qualitativement l'évolution de la conductivité au cours du titrage.

Données utiles $\lambda(\mathrm{Cl}^-) = 7{,}6$; $\lambda(\mathrm{NO_3}^-) = 7{,}1$; $\lambda(\mathrm{Ag}^+) = 6{,}2\ \mathrm{mS \cdot m^2 \cdot mol^{-1}}$

Le volume versé reste petit devant V_1 : on néglige la dilution. Les autres ions de l'eau du robinet ne réagissent pas, leur contribution est constante.

Avant l'équivalence : $n(\mathrm{Cl}^-)$ diminue, $n(\mathrm{Ag}^+)$ reste nulle (ions consommés dès leur ajout) et $n(\mathrm{NO_3}^-)$ augmente. Chaque ion chlorure consommé est remplacé par un ion nitrate, un peu moins conducteur ($7{,}1 < 7{,}6$) : la conductivité diminue faiblement.

Après l'équivalence : les ions chlorure ont tous été consommés ; les ions Ag^+ et $\mathrm{NO_3}^-$ versés s'accumulent : la conductivité augmente.

σ diminue légèrement jusqu'à V_E, puis augmente nettement : rupture de pente à l'équivalence.

MÉTHODE
Pour chaque domaine, lister les ions dont la quantité varie, puis comparer les λ de l'ion qui disparaît et de celui qui le remplace. Un solide comme AgCl ne conduit pas.

Q7 Déterminer la concentration en masse en ions chlorure de cette eau du robinet et conclure sur son utilisation pour réaliser du kéfir.

Données utiles $V_1 = 250{,}0$ mL ; $C = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; $M(\mathrm{Cl}) = 35{,}5\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$; teneur maximale : $2\ \mathrm{g \cdot L^{-1}}$

Sur la figure 2, on trace les deux droites moyennes ; l'abscisse de leur point d'intersection est le volume à l'équivalence : $V_E = 10{,}8$ mL.

À l'équivalence : $C \cdot V_E = C_1 \cdot V_1$, donc $C_1 = \dfrac{C \cdot V_E}{V_1}$.

Concentration en masse : $C_m = C_1 \cdot M(\mathrm{Cl}) = \dfrac{C \cdot V_E}{V_1} \cdot M(\mathrm{Cl})$

$$C_m = \frac{1{,}00 \times 10^{-2} \times 10{,}8}{250{,}0} \times 35{,}5 = 1{,}53 \times 10^{-2}\ \mathrm{g \cdot L^{-1}}$$

$C_m = 1{,}53 \times 10^{-2}\ \mathrm{g \cdot L^{-1}}$, environ 130 fois moins que $2\ \mathrm{g \cdot L^{-1}}$: cette eau convient pour le kéfir.

PIÈGE
Prendre pour V_E l'abscisse du point le plus bas (11 mL) au lieu de l'intersection des deux droites, ou reprendre les 12,5 mL de la simulation.

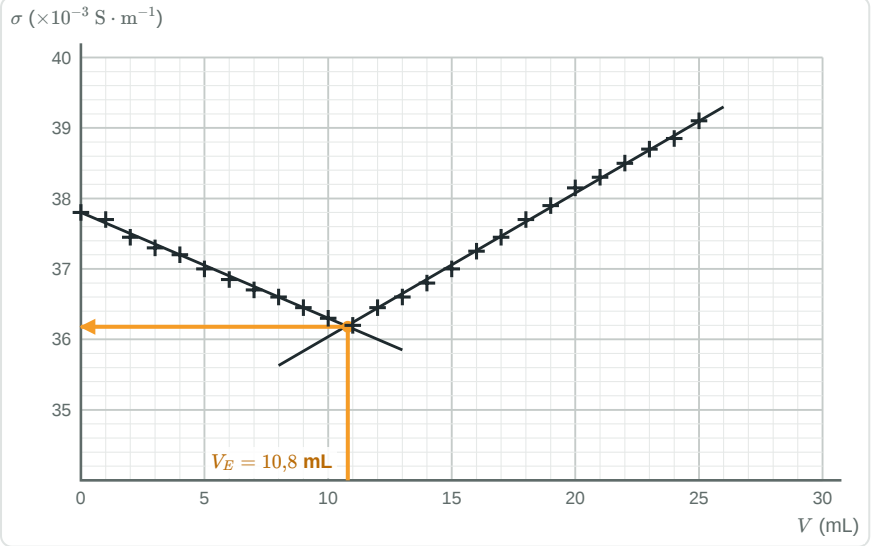
COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme C et V_E. Le rapport V_E/V_1 est sans unité : les deux volumes peuvent rester en mL. Une lecture voisine de 11 mL ne change pas la conclusion.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{1.00 \times 10^{-2} \times 10.8}{250.0} \times 35.5 \approx 0.015336$

$\dfrac{2}{0.0153} \approx 130.719$



Q7 · Figure 2 du sujet : les deux droites moyennes se coupent en V_E

Q8 Citer une autre méthode envisageable pour suivre la cinétique de cette réaction de fermentation.

La réaction produit un gaz, le dioxyde de carbone. Dans un bocal fermé relié à un capteur de pression, la pression augmente avec la quantité de gaz formé.

Suivi de la pression dans le bocal fermé, avec un capteur de pression.

COMPRENDRE
Mesurer le volume de gaz dégagé, ou la perte de masse d'un bocal ouvert, sont aussi des réponses recevables. Une seule méthode est demandée.

Q9 Montrer que $n_{\text{glu}}(t) = n_{\text{glu}}(t_0) - \dfrac{C_{\text{éth}}(t) \cdot V_{\text{Boisson}}}{2}$.

Tableau d'avancement, $x(t)$ étant l'avancement à la date t (quantités en mol) :

	$C_6H_{12}O_6$	$2\ CH_3CH_2OH$	$2\ CO_2$
$t_0 = 0$	$n_{\text{glu}}(t_0)$	0	0
t	$n_{\text{glu}}(t_0) - x(t)$	$2\,x(t)$	$2\,x(t)$

À la date t : $n_{\text{éth}}(t) = 2\,x(t)$, donc $x(t) = \dfrac{n_{\text{éth}}(t)}{2} = \dfrac{C_{\text{éth}}(t) \cdot V_{\text{Boisson}}}{2}$.

On reporte dans $n_{\text{glu}}(t) = n_{\text{glu}}(t_0) - x(t)$:

$$n_{\text{glu}}(t) = n_{\text{glu}}(t_0) - \frac{C_{\text{éth}}(t) \cdot V_{\text{Boisson}}}{2}$$

PIÈGE
Inverser le facteur 2 : une mole de glucose consommée donne deux moles d'éthanol, donc le glucose disparu vaut la moitié de l'éthanol formé.

Q10 À partir de la définition de la vitesse de disparition du glucose et en supposant une loi d'ordre 1, montrer que $\dfrac{\mathrm{d}C_{\text{glu}}(t)}{\mathrm{d}t} + k \cdot C_{\text{glu}}(t) = 0$.

Définition de la vitesse volumique de disparition du glucose : $v_{\text{disp}}(t) = -\dfrac{\mathrm{d}C_{\text{glu}}(t)}{\mathrm{d}t}$.

Loi de vitesse d'ordre 1 : la vitesse est proportionnelle à la concentration du réactif, $v_{\text{disp}}(t) = k \cdot C_{\text{glu}}(t)$.

En égalant les deux expressions : $-\dfrac{\mathrm{d}C_{\text{glu}}(t)}{\mathrm{d}t} = k \cdot C_{\text{glu}}(t)$, soit

$$\frac{\mathrm{d}C_{\text{glu}}(t)}{\mathrm{d}t} + k \cdot C_{\text{glu}}(t) = 0$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » de la définition : la concentration d'un réactif diminue, sa dérivée est négative, alors qu'une vitesse est positive.

Q11 Justifier que cette équation différentielle admet pour solution $C_{\text{glu}}(t) = C_{\text{glu}}(0) \cdot \mathrm{e}^{-k \cdot t}$.

On dérive la fonction proposée : $\dfrac{\mathrm{d}C_{\text{glu}}(t)}{\mathrm{d}t} = -k \cdot C_{\text{glu}}(0) \cdot \mathrm{e}^{-k \cdot t} = -k \cdot C_{\text{glu}}(t)$.

On reporte dans l'équation : $-k \cdot C_{\text{glu}}(t) + k \cdot C_{\text{glu}}(t) = 0$. L'équation est vérifiée à toute date.

De plus, à $t = 0$: $C_{\text{glu}}(0) \cdot \mathrm{e}^{0} = C_{\text{glu}}(0)$, la condition initiale est respectée.

La fonction $C_{\text{glu}}(t) = C_{\text{glu}}(0) \cdot \mathrm{e}^{-k \cdot t}$ est bien solution.

MÉTHODE
« Justifier qu'une fonction est solution » : dériver, reporter dans l'équation, constater l'égalité, puis vérifier la condition initiale. Il est inutile de résoudre l'équation.

Q12 Justifier que le tracé de la figure 3 confirme que la vitesse de disparition du glucose suit une loi de vitesse d'ordre 1.

Pour une loi d'ordre 1 : $\ln C_{\text{glu}}(t) = \ln\left(C_{\text{glu}}(0)\cdot \mathrm{e}^{-k\cdot t}\right) = \ln C_{\text{glu}}(0) - k\cdot t$.

$\ln C_{\text{glu}}$ doit donc être une fonction affine décroissante du temps, de coefficient directeur $-k$.

Sur la figure 3, les points expérimentaux sont alignés sur une droite de pente négative, bien décrite par la modélisation affine.

Les points de $\ln C_{\text{glu}}$ en fonction de t sont alignés : la loi d'ordre 1 est confirmée.

COMPRENDRE
Par identification avec l'équation de la modélisation : $k = 5{,}34\times10^{-6}\ \text{s}^{-1}$ et $\ln C_{\text{glu}}(0) = -2{,}22$. Ces deux valeurs servent aux questions suivantes.

Q13 À partir de l'équation de la modélisation, calculer la masse de glucose initialement introduite pour réaliser cette expérience. Commenter.

Données utiles $\ln C_{\text{glu}} = -5{,}34\times10^{-6}\times t - 2{,}22$; $M(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6) = 180{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $V_{\text{Boisson}} = 1\ \text{L}$

À $t = 0$, la modélisation donne $\ln C_{\text{glu}}(0) = -2{,}22$, donc $C_{\text{glu}}(0) = \mathrm{e}^{-2{,}22} = 0{,}109\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

Masse initiale : $m_{\text{glu}}(0) = n_{\text{glu}}(0)\cdot M = C_{\text{glu}}(0)\cdot V_{\text{Boisson}}\cdot M(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6)$

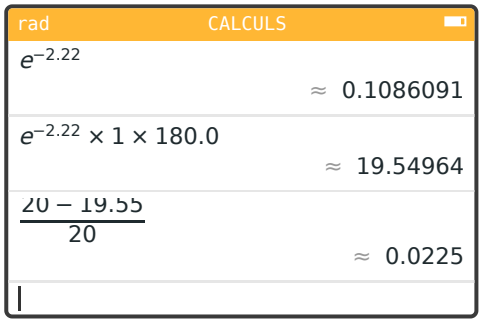
$$m_{\text{glu}}(0) = \mathrm{e}^{-2{,}22}\times 1\times 180{,}0 = 19{,}5\ \text{g}$$

Commentaire : cette valeur est très proche des 20 g de glucose annoncés (écart d'environ 2 %). La modélisation est cohérente avec la préparation.

$m_{\text{glu}}(0) = 19{,}5\ \text{g} \approx 20\ \text{g}$: accord avec la masse introduite.

PIÈGE
Lire $-2{,}22$ comme une concentration. C'est un logarithme : il faut prendre l'exponentielle, avec la touche e^x et non 10^x.

À LA CALCULATRICE



Q14 Déterminer la valeur du temps de demi-réaction à l'aide des résultats expérimentaux. Conclure quant à la recette, sachant que la boisson doit encore contenir du sucre pour être agréable au goût.

Données utiles $k = 5{,}34\times10^{-6}\ \text{s}^{-1}$ (Q12) ; recette : fermentation d'au moins 24 h

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} = \frac{\ln 2}{5{,}34\times10^{-6}} = 1{,}30\times10^{5}\ \text{s}$$

soit $\dfrac{1{,}30\times10^{5}}{3600} = 36{,}1\ \text{h}$.

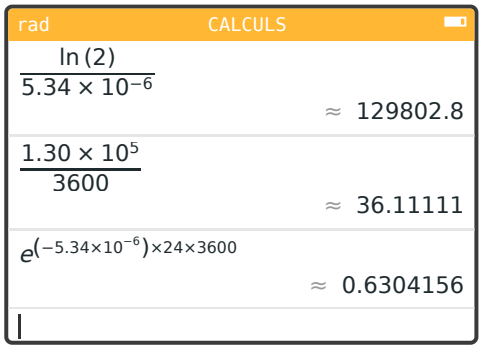
Au bout de 24 h, durée minimale de la recette, moins d'un temps de demi-réaction s'est écoulé : plus de la moitié du glucose est encore présente ($\mathrm{e}^{-k\cdot t} = 0{,}63$, soit 63 %). La boisson reste sucrée.

En revanche, il ne reste que la moitié du sucre après 36 h et le quart après 72 h : la fermentation ne doit pas être prolongée plusieurs jours.

$t_{1/2} = 1{,}30\times10^{5}\ \text{s} \approx 36\ \text{h}$: la recette (24 h) laisse du sucre, à condition de ne pas trop dépasser cette durée.

COMPRENDRE
Pour un ordre 1, $t_{1/2}$ ne dépend pas de la concentration initiale : la quantité de glucose est divisée par deux toutes les 36 h.

À LA CALCULATRICE



Q15 Attribuer chacun des deux spectres présentés au citral et à l'acide citrique. Justifier.

L'acide citrique possède des liaisons $\mathrm{O-H}$ (un groupe hydroxyle et trois groupes carboxyle) ; le citral n'en possède aucune. Les deux molécules ont des liaisons $\mathrm{C=O}$.

Le spectre B présente une bande forte et large entre 3200 et $3700\ \mathrm{cm^{-1}}$, caractéristique de la liaison $\mathrm{O-H}$. Le spectre A n'en présente pas : on y voit surtout les bandes $\mathrm{C-H}$ (vers $2900\ \mathrm{cm^{-1}}$) et $\mathrm{C=O}$ (vers $1700\ \mathrm{cm^{-1}}$).

Spectre A : citral ; spectre B : acide citrique.

PIÈGE
Justifier par la bande $\mathrm{C=O}$: elle est présente sur les deux spectres et ne départage rien. Seule la bande $\mathrm{O-H}$ distingue les deux molécules.

Q16 Choisir, en justifiant, parmi l'eau, l'acétate d'éthyle et le cyclohexane, le solvant le plus approprié pour extraire simultanément le citral, l'acide citrique et le limonène présents dans le kéfir.

Le solvant extracteur doit dissoudre les trois espèces et ne pas être miscible avec l'eau du kéfir, afin d'obtenir deux phases séparables.

- Eau : c'est déjà le solvant de la boisson, et le citral comme le limonène y sont peu solubles. Elle est écartée.
- Cyclohexane : non miscible avec l'eau, mais la solubilité de l'acide citrique y est nulle. Il est écarté.
- Acétate d'éthyle : les trois espèces y sont solubles (convenable ou grande) et il est faiblement miscible avec l'eau.

Le solvant le plus approprié est l'acétate d'éthyle.

MÉTHODE
Choix d'un solvant d'extraction : deux critères à citer chaque fois, la solubilité des espèces à extraire (plus grande que dans l'eau) et la non-miscibilité avec la phase de départ.

Q17 En analysant le chromatogramme, déterminer l'espèce issue du citron que l'on retrouve dans la boisson et qui pourrait être responsable du goût acidulé du kéfir.

Dans les mêmes conditions, une espèce chimique migre toujours à la même hauteur.

Le dépôt K (extrait de kéfir) ne donne qu'une seule tache, située à la même hauteur que celle du dépôt A (acide citrique). Aucune tache de K ne se trouve à la hauteur de celles du citral (C) ou du limonène (L).

L'extrait contient de l'acide citrique, ni citral ni limonène détectés : c'est l'acide citrique qui peut donner le goût acidulé.

COMPRENDRE
Ce résultat est cohérent avec les solubilités : l'acide citrique, très soluble dans l'eau, passe du citron à la boisson ; le citral et le limonène, peu solubles dans l'eau, y passent très peu.