Jeu d'évasion

Bac 2026 Asie-Pacifique Jour 2 · Exercice 1 **11 points** **Durée conseillée 1 h 56**

Q1 Exprimer les coordonnées du vecteur accélération du centre de masse M du projectile en appliquant la deuxième loi de Newton.

Système : le projectile, de masse m constante. Référentiel : la pièce, supposée galiléenne.

Une fois sorti du canon, le projectile ne subit que son poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical et dirigé vers le bas, à l'opposé de l'axe (Oz).

Dans le repère $(O\,;x,z)$:

$$a_x(t) = 0 \text{ et } a_z(t) = -g$$

PIÈGE

Oublier le signe « $-$ » : l'axe (Oz) pointe vers le haut, $\vec{g}$ vers le bas. Annoncer $\vec{a} = \vec{g}$ sans citer le système, le référentiel galiléen et la seule force fait aussi perdre des points.

Q2 Montrer que les équations horaires du mouvement sont $x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t$ et $z(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin(\alpha)\,t + H$.

Comme $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives de a_x et a_z :

$$v_x(t) = C_1 \qquad v_z(t) = -g\,t + C_2$$

À $t = 0$, la vitesse est $\vec{v}_0$, de coordonnées $v_0\cos(\alpha)$ et $v_0\sin(\alpha)$: $C_1 = v_0\cos(\alpha)$ et $C_2 = v_0\sin(\alpha)$.

$$v_x(t) = v_0\cos(\alpha) \qquad v_z(t) = -g\,t + v_0\sin(\alpha)$$

Comme $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}$, on prend de nouveau les primitives :

$$x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t + C_3 \qquad z(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin(\alpha)\,t + C_4$$

À $t = 0$, M est à la sortie du canon : $x(0) = 0$ et $z(0) = H$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = H$.

$$x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t \text{ et } z(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin(\alpha)\,t + H$$

PIÈGE

Prendre $z(0) = 0$. L'origine O est au sol, sous le canon : le projectile part de la hauteur $H = H_T + H_B$.

MÉTHODE

Accélération, puis vitesse, puis position : à chaque primitive, une constante, fixée aussitôt par la condition initiale correspondante (vitesse $\vec{v}_0$, puis position de départ).

Q3 En déduire que l'équation de la trajectoire s'écrit $z(x) = -\dfrac{g}{2\,v_0^2\cos^2(\alpha)}\,x^2 + \tan(\alpha)\,x + H$.

On élimine le temps. D'après $x(t)$: $t = \dfrac{x}{v_0\cos(\alpha)}$.

On remplace dans $z(t)$:

$$z(x) = -\frac{1}{2}\,g\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)^2 + v_0\sin(\alpha)\,\frac{x}{v_0\cos(\alpha)} + H$$

Avec $\dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \tan(\alpha)$:

$$z(x) = -\frac{g}{2\,v_0^2\cos^2(\alpha)}\,x^2 + \tan(\alpha)\,x + H$$

COMPRENDRE

Le coefficient de x^2 est négatif : la trajectoire est une portion de parabole tournée vers le bas, dans le plan vertical qui contient $\vec{v}_0$.

Q4 Déterminer et calculer la hauteur H_T de la table à régler pour débloquer la serrure.

Données utiles $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $\alpha = 43{,}0^\circ$; $v_0 = 5{,}60\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $D = 3{,}00$ m ; $H_B = 30{,}0$ cm ; $h_C = 1{,}00$ m ; $H = H_T + H_B$

La serrure se débloque si la trajectoire passe par le point C, de coordonnées $x_C = D$ et $z_C = h_C$: il faut $z(D) = h_C$.

$$h_C = -\frac{g\,D^2}{2\,v_0^2\cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha)\,D + H_T + H_B$$

On isole H_T :

$$H_T = h_C - H_B - \tan(\alpha)\,D + \frac{g\,D^2}{2\,v_0^2\cos^2(\alpha)}$$

Application numérique, longueurs en mètres et calculatrice en degrés :

$$H_T = 1{,}00 - 0{,}300 - \tan(43{,}0^\circ)\times 3{,}00 + \frac{9{,}81\times 3{,}00^2}{2\times 5{,}60^2\times\cos^2(43{,}0^\circ)}$$

$$H_T = 1{,}00 - 0{,}300 - 2{,}798 + 2{,}632 = 0{,}53\ \text{m}$$

Cette hauteur est bien comprise entre 40 et 80 cm : le réglage est possible.

$$\boxed{H_T = 0{,}53\ \text{m} = 53\ \text{cm}}$$

PIÈGE
Calculatrice en radians : $\cos(43)$ et $\tan(43)$ sont alors faux et le résultat sort de l'intervalle 40-80 cm. Autre oubli fréquent : convertir $H_B = 30{,}0$ cm en $0{,}300$ m.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : dans une somme, c'est le nombre de décimales qui compte. Les termes sont connus au centimètre près, donc H_T aussi : $0{,}53$ m. La masse m ne sert à rien, elle s'est simplifiée dès Q1.

MÉTHODE
« Le projectile atteint un point » se traduit toujours ainsi : les coordonnées du point vérifient l'équation de la trajectoire. On isole l'inconnue en littéral avant de passer aux nombres.

Q5 Montrer que l'équation différentielle vérifiée par u_C lors de la décharge s'écrit $\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}\,u_C = 0$ et exprimer τ en fonction de R et C.

Interrupteur en position 2, la maille ne contient que le condensateur et le conducteur ohmique. Loi des mailles, avec les flèches de la figure 3 :

$$u_C + u_R = 0$$

Loi d'Ohm : $u_R = R\,i$. Pour le condensateur : $i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $q = C\,u_C$, donc $i = C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ (C constante).

On remplace : $u_C + R\,C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$, puis on divise par $R\,C$:

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{R\,C}\,u_C = 0$$

Par identification avec la forme demandée :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}\,u_C = 0 \text{ avec } \tau = R\,C}$$

PIÈGE
Écrire $u_C + u_R = U_0$: en position 2, le générateur n'est plus dans la maille. Chaque loi utilisée (mailles, Ohm, relation du condensateur) doit être nommée.

Q6 Vérifier que cette équation différentielle admet une solution de la forme $u_C(t) = A\ \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ et exprimer A en fonction des paramètres du circuit.

On dérive la fonction proposée : $\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\frac{A}{\tau}\ \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$.

On reporte dans le premier membre de l'équation :

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}\,u_C = -\frac{A}{\tau}\ \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{A}{\tau}\ \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = 0$$

L'égalité est vraie à chaque instant : la fonction proposée est bien solution.

Condition initiale : à $t = 0$, le condensateur est chargé, $u_C(0) = U_0$. Or $u_C(0) = A\ \exp(0) = A$.

$A = U_0$, donc $u_C(t) = U_0\ \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

MÉTHODE
« Vérifier qu'une fonction est solution » : on la dérive, on reporte dans l'équation et on constate l'égalité pour tout t. La constante vient ensuite de la condition initiale.

Q7 Déterminer laquelle des trois courbes de décharge (R_1, R_2, R_3) correspond à la durée correcte de rotation de l'aiguille, en présentant la démarche sur l'annexe.

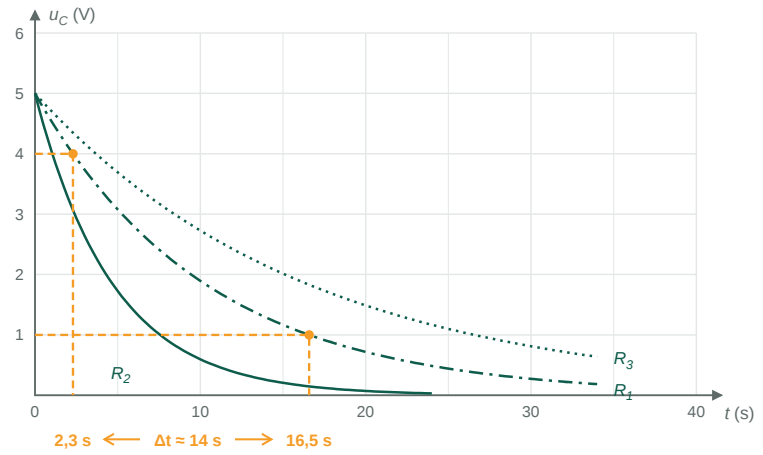
Données utiles rotation de $u_C = 4{,}0$ V à $u_C = 1{,}0$ V ; durée voulue : 14 s

L'aiguille tourne tant que u_C décroît de 4,0 V à 1,0 V. Pour chaque courbe, on lit sur l'annexe les dates t_1 (où $u_C = 4{,}0$ V) et t_2 (où $u_C = 1{,}0$ V) ; la durée de rotation est $\Delta t = t_2 - t_1$.

- Courbe R_2 : $t_1 \approx 1$ s et $t_2 \approx 7{,}5$ s, soit $\Delta t \approx 6{,}5$ s : trop court.
- Courbe R_1 : $t_1 \approx 2{,}3$ s et $t_2 \approx 16{,}5$ s, soit $\Delta t \approx 14$ s.
- Courbe R_3 : $t_1 \approx 3{,}7$ s et $t_2 \approx 26{,}5$ s, soit $\Delta t \approx 23$ s : trop long.

La courbe R_1 convient : $\Delta t \approx 14$ s.

PIÈGE
Lire seulement la date où $u_C = 1{,}0$ V. L'aiguille ne démarre pas à $t = 0$ mais quand $u_C = 4{,}0$ V : la durée cherchée est une différence de deux dates.



Q7 · Annexe complétée : sur la courbe R_1, la tension passe de 4,0 V à 1,0 V en 14 s environ

Q8 Déduire de la courbe choisie la valeur de la constante de temps de décharge τ, en présentant la démarche sur l'annexe.

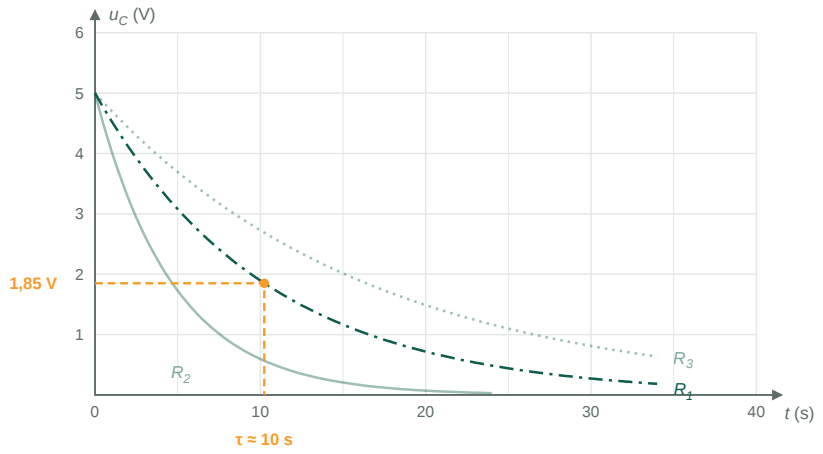
Données utiles $U_0 = 5{,}0$ V ; courbe R_1 (Q7)

À la date $t = \tau$: $u_C(\tau) = U_0 \exp(-1) = 0{,}37 \times U_0$.

$$u_C(\tau) = 0{,}37 \times 5{,}0 = 1{,}85 \text{ V}$$

Sur la courbe R_1, le point d'ordonnée $1{,}85$ V a pour abscisse :

$\tau \approx 10$ s

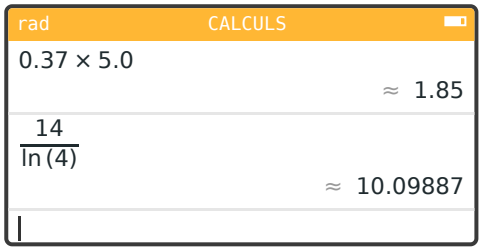


Q8 · Annexe complétée : lecture de τ sur la courbe R_1 à $0{,}37\,U_0$

COMPRENDRE
Vérification par le calcul : u_C passe de $4{,}0$ V à $1{,}0$ V en $\Delta t = \tau \ln(4)$. Avec $\Delta t = 14$ s, on obtient $\tau = 10{,}1$ s : les deux lectures sont cohérentes.

MÉTHODE
Autre construction acceptée : la tangente à l'origine coupe l'axe des abscisses à $t = \tau$. Elle est moins précise sur une courbe en pointillés.

À LA CALCULATRICE



Q9 Calculer la valeur de la résistance R du conducteur ohmique que les joueurs doivent choisir pour ouvrir le coffre.

Données utiles $C = 47\ \mu$F ; $\tau \approx 10$ s (Q8)

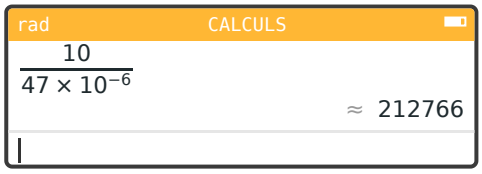
D'après Q5, $\tau = RC$, donc $R = \dfrac{\tau}{C}$.

$$R = \frac{10}{47 \times 10^{-6}} = 2{,}1 \times 10^5\ \Omega$$

$R = 2{,}1 \times 10^5\ \Omega$, soit environ $0{,}21$ MΩ

PIÈGE
Laisser la capacité en microfarads : $47\ \mu\text{F} = 47 \times 10^{-6}$ F. Sans cette conversion, on annonce $0{,}21\ \Omega$, valeur absurde pour une décharge de plusieurs secondes.

À LA CALCULATRICE



Q10 Nommer le phénomène physique responsable de l'alternance des zones sombres et lumineuses sur le fond de la boîte.

Les deux fentes se comportent comme deux sources de lumière cohérentes. Les ondes qui en sortent se superposent sur le fond de la boîte.

Il s'agit du phénomène d'**interférences** lumineuses.

PIÈGE
Répondre « diffraction ». Chaque fente diffracte la lumière, ce qui permet aux deux faisceaux de se recouvrir, mais l'alternance régulière des franges vient des interférences.

COMPRENDRE
Zone lumineuse : les deux ondes arrivent en phase, interférences constructives. Zone sombre : elles arrivent en opposition de phase, interférences destructives.

Q11 Définir une interfrange i.

L'interfrange i est la distance qui sépare les centres de deux franges brillantes consécutives (ou de deux franges sombres consécutives).

Q12 Déterminer la valeur de l'écartement b des fentes à régler pour délivrer la clé.

Données utiles $\lambda = 650$ nm ; $D = 30$ cm ; $\ell = 2{,}0$ cm ; $i = \dfrac{\lambda D}{b}$

La clé est délivrée si le centre de chaque cellule se trouve au centre d'une frange brillante. D'après la figure 6, les cinq cellules occupent cinq franges brillantes consécutives : entre la première et la cinquième, on compte 4 interfranges.

$$\ell = 4\,i \quad \text{donc} \quad i = \frac{\ell}{4} = \frac{2{,}0}{4} = 0{,}50 \text{ cm}$$

Or $i = \dfrac{\lambda D}{b}$, donc $b = \dfrac{\lambda D}{i} = \dfrac{4\,\lambda D}{\ell}$.

$$b = \frac{4 \times 650 \times 10^{-9} \times 0{,}30}{2{,}0 \times 10^{-2}} = 3{,}9 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$b = 3{,}9 \times 10^{-5}$ m $= 39$ μm

PIÈGE
Écrire $\ell = 5\,i$: cinq franges brillantes ne délimitent que quatre intervalles. Penser aussi aux conversions : 650 nm, 30 cm et $2{,}0$ cm en mètres.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme D et ℓ. L'écartement trouvé, quelques dizaines de micromètres, est très petit : c'est l'ordre de grandeur habituel pour des fentes de Young.

À LA CALCULATRICE

