Étude d'un lave-linge

Bac 2026 Métropole · Jour 1 · Exercice 1 **11 points** **Durée conseillée 1 h 56**

Q1 Exprimer la durée Δt_1 nécessaire pour remplir la cuve à moitié en fonction de D_v et de a, puis la calculer en minutes.

Données utiles $a = 60{,}0$ cm ; $V_c = a^3$; $D_v = 12 \times 10^{-3}$ m$^3 \cdot$ min^{-1}

Le volume d'eau à verser est la moitié de celui de la cuve : $V = \dfrac{a^3}{2}$.

Par définition du débit volumique, $D_v = \dfrac{V}{\Delta t_1}$, donc $\Delta t_1 = \dfrac{a^3}{2\,D_v}$.

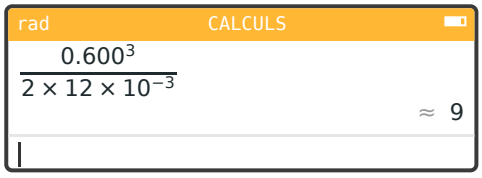
$$\Delta t_1 = \frac{0{,}600^3}{2 \times 12 \times 10^{-3}}$$

$$\boxed{\Delta t_1 = \frac{a^3}{2\,D_v} = 9{,}0 \text{ min}}$$

PIÈGE
Laisser a en centimètres : le débit est en m$^3 \cdot$ min^{-1}, il faut $a = 0{,}600$ m. Oublier le facteur $\frac{1}{2}$ donne 18 min.

COMPRENDRE
Le résultat garde deux chiffres significatifs, comme la donnée la moins précise (D_v). Le débit étant donné par minute, la durée sort directement en minutes.

À LA CALCULATRICE



Q2 Justifier que la pression augmente dans la chambre de compression lors du remplissage.

L'air enfermé est un gaz parfait dont la quantité de matière et la température restent constantes : d'après la loi de Mariotte, $P \times V =$ constante.

L'eau qui entre dans la chambre réduit le volume offert à l'air.

$\boxed{V \text{ diminue à } P \times V \text{ constant, donc la pression } P \textbf{ augmente}.}$

COMPRENDRE
On retrouve la loi de Mariotte avec l'équation des gaz parfaits $PV = nRT$: si n et T sont fixés, le produit PV ne change pas.

Q3 Exprimer le volume V_2 occupé par l'air dans la chambre de compression à l'arrêt du remplissage, en fonction de V_0, r et h.

L'eau entrée dans la chambre forme un cylindre (rayon r, hauteur h) de volume $\pi\,r^2\,h$. Ce volume est retiré à l'air.

$$\boxed{V_2 = V_0 - \pi\,r^2\,h}$$

Q4 Exprimer P_2 en fonction des données, puis montrer que $\Delta P = P_2 - P_0 = P_0 \times \dfrac{\pi\,r^2\,h}{V_0 - \pi\,r^2\,h}$.

Données utiles V_2 (Q3)

Loi de Mariotte entre l'état initial et l'état final : $P_0\,V_0 = P_2\,V_2$, donc

$$P_2 = \frac{P_0\,V_0}{V_0 - \pi\,r^2\,h}$$

Alors : $\Delta P = P_2 - P_0 = P_0 \left(\dfrac{V_0}{V_0 - \pi\,r^2\,h} - 1 \right) = P_0 \times \dfrac{V_0 - (V_0 - \pi\,r^2\,h)}{V_0 - \pi\,r^2\,h}$

$$\boxed{\Delta P = P_0 \times \frac{\pi\,r^2\,h}{V_0 - \pi\,r^2\,h} \text{ : c'est l'expression attendue.}}$$

MÉTHODE
Pour un « montrer que » littéral : factoriser par P_0, réduire au même dénominateur, puis simplifier le numérateur. Chaque étape doit figurer sur la copie.

Q5 Calculer la surpression ΔP lors du test, puis la commenter par rapport à celle d'un cycle normal ($\Delta P = 150$ Pa).

Données utiles $P_0 = 1{,}01 \times 10^5$ Pa ; $r = 3{,}0$ cm ; $h = 5{,}0$ mm ; $V_0 = 0{,}50$ L ; expression de ΔP (Q4)

En unités SI : $r = 3{,}0 \times 10^{-2}$ m, $h = 5{,}0 \times 10^{-3}$ m, $V_0 = 0{,}50 \times 10^{-3}$ m^3.

$$\Delta P = 1{,}01 \times 10^5 \times \frac{\pi \times (3{,}0 \times 10^{-2})^2 \times 5{,}0 \times 10^{-3}}{0{,}50 \times 10^{-3} - \pi \times (3{,}0 \times 10^{-2})^2 \times 5{,}0 \times 10^{-3}}$$

$$\Delta P = 2{,}9 \times 10^3 \text{ Pa}$$

Cette surpression est environ 20 fois plus grande que celle d'un cycle normal (150 Pa) : en fonctionnement normal, la cuve contient beaucoup moins d'eau que lors du test, l'air de la chambre est donc bien moins comprimé.

PIÈGE
Convertir le litre : $1\text{ L} = 10^{-3}$ m^3. Avec $V_0 = 0{,}50$ au dénominateur, le résultat est faux d'un facteur mille.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{1.01 \times 10^5 \times \pi \times 0.03^2 \times 5 \times 10^{-3}}{0.5 \times 10^{-3} - \pi \times 0.03^2 \times 5 \times 10^{-3}}$ ≈ 2938.8

$\frac{2.9 \times 10^3}{150}$ ≈ 19.33333

Q6 Retrouver la valeur de la surpression ΔP lors du test avec la loi fondamentale de la statique des fluides appliquée entre A et B.

Données utiles $\rho_{\text{eau}} = 1{,}0 \times 10^3$ kg · m^{-3} ; $g = 9{,}81$ N · kg^{-1} ; $a = 60{,}0$ cm ; $h = 5{,}0$ mm

A et B sont dans la même eau au repos : $P_A + \rho_{\text{eau}}\, g\, z_A = P_B + \rho_{\text{eau}}\, g\, z_B$.

A est à la surface de l'eau de la cuve : $P_A = P_0$ et $z_A = \frac{a}{2}$. B est à la surface de l'eau dans la chambre : $P_B = P_2$ et $z_B = h$ (altitudes comptées depuis le fond).

$$\Delta P = P_B - P_A = \rho_{\text{eau}}\, g\, (z_A - z_B) = \rho_{\text{eau}}\, g \left(\frac{a}{2} - h\right)$$

$$\Delta P = 1{,}0 \times 10^3 \times 9{,}81 \times (0{,}300 - 5{,}0 \times 10^{-3})$$

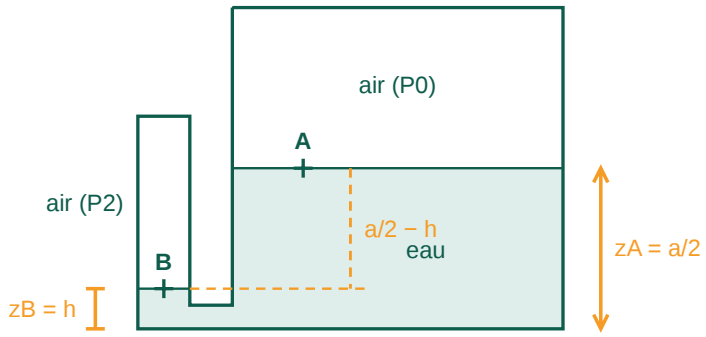
$\Delta P = 2{,}9 \times 10^3$ Pa : on retrouve la valeur de la question Q5.

COMPRENDRE
Aux deux surfaces libres, l'eau est à la pression de l'air qui la touche : P_0 dans la cuve, P_2 dans la chambre. C'est ce qui relie les deux méthodes.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1.0 \times 10^3 \times 9.81 \times (0.300 - 5 \times 10^{-3})$ ≈ 2893.95



Q6 · Altitudes des points A et B, comptées depuis le fond de la cuve

Q7 Déterminer le volume d'eau contenu dans la cuve en fonctionnement normal et sans linge.

Données utiles $\Delta P = 150$ Pa ; h négligeable devant la hauteur d'eau ; $a = 60{,}0$ cm ; $\rho_{\text{eau}} = 1{,}0 \times 10^3$ kg · m^{-3} ; $g = 9{,}81$ N · kg^{-1}

On note H la hauteur d'eau dans la cuve. La relation de la question Q6 devient, avec h négligeable : $\Delta P = \rho_{\text{eau}}\, g\, H$, soit $H = \dfrac{\Delta P}{\rho_{\text{eau}}\, g}$.

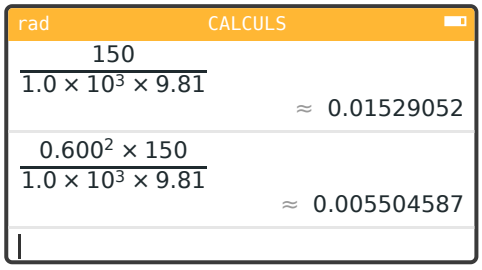
La cuve a une base carrée de côté a : $V_{\text{eau}} = a^2\, H = \dfrac{a^2\, \Delta P}{\rho_{\text{eau}}\, g}$.

$$V_{\text{eau}} = \frac{0{,}600^2 \times 150}{1{,}0 \times 10^3 \times 9{,}81} = 5{,}5 \times 10^{-3}\ \text{m}^3$$

$V_{\text{eau}} = 5{,}5$ L (hauteur d'eau $H = 1{,}5$ cm)

COMPRENDRE
La surpression mesure directement la hauteur d'eau : 150 Pa correspondent à 1,5 cm d'eau seulement. La valeur trouvée est proche des 5,7 L donnés dans la partie 3.

À LA CALCULATRICE



Q8 Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ pendant la charge est $u_C(t) + R\,C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(t) = E$.

Interrupteur en position 1, loi des mailles : $E = u_R + u_C$.

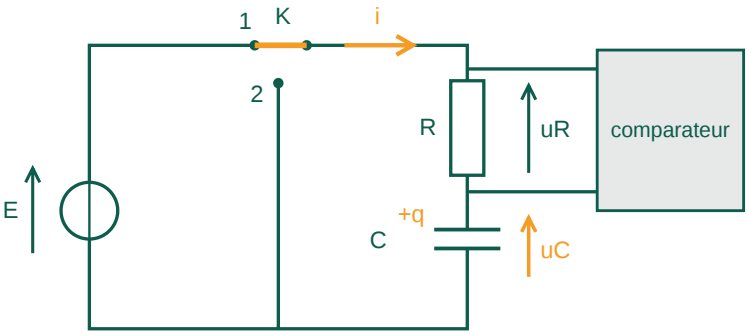
Loi d'Ohm : $u_R = R\,i$.

Pour le condensateur : $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $q = C\,u_C$, donc $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

En remplaçant : $E = R\,C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C$.

$u_C(t) + R\,C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(t) = E$

MÉTHODE
Toujours trois ingrédients : loi des mailles, loi d'Ohm, relation $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$. On les écrit séparément avant de les combiner.



Q8 · Figure 2 du sujet, K en position 1 (charge) : sens du courant et tensions

Q9 Déterminer l'expression de la constante A dans la solution $u_C(t) = A\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right)$, avec $\tau = R\,C$.

On dérive : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \dfrac{A}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$.

On remplace dans l'équation différentielle, avec $R\,C = \tau$:

$$A\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right) + \tau \times \frac{A}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau} = E \quad \text{soit} \quad A = E$$

$A = E$, donc $u_C(t) = E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right)$

COMPRENDRE
Vérification rapide : en fin de charge le courant est nul, donc $u_R = 0$ et $u_C = E$. C'est bien la limite de $A\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right)$ quand t devient très grand.

Q10 En déduire que la tension aux bornes du conducteur ohmique est $u_R(t) = E\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$.

Données utiles $u_C(t) = E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right)$ (Q9)

Loi des mailles : $u_R = E - u_C = E - E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right) = E - E + E\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$

$u_R(t) = E\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$

Q11 Montrer que la date de fin de temporisation s'exprime comme $t_{\text{seuil}} = \tau\,\ln 3$.

Données utiles $u_R(t_{\text{seuil}}) = \dfrac{E}{3}$; $u_R(t)$ (Q10)

À la date t_{seuil} : $E\,\mathrm{e}^{-t_{\text{seuil}}/\tau} = \dfrac{E}{3}$, donc $\mathrm{e}^{-t_{\text{seuil}}/\tau} = \dfrac{1}{3}$.

On prend le logarithme népérien : $-\dfrac{t_{\text{seuil}}}{\tau} = \ln\dfrac{1}{3} = -\ln 3$.

$t_{\text{seuil}} = \tau\,\ln 3$

PIÈGE

Écrire $\ln\dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{\ln 3}$. La bonne propriété est $\ln\dfrac{1}{x} = -\ln x$: c'est elle qui fait disparaître le signe moins.

Q12 Parmi R_1, R_2 et R_3, déterminer la résistance à utiliser pour obtenir une durée de temporisation voisine de 30 s.

Données utiles $C = 4{,}70$ mF ; $R_1 = 470\ \Omega$; $R_2 = 5{,}0$ kΩ ; $R_3 = 100$ kΩ ; $\Delta t_2 = t_{\text{seuil}} = \tau\,\ln 3$ (Q11)

$\Delta t_2 = R\,C\,\ln 3$, donc la résistance idéale serait $R = \dfrac{\Delta t_2}{C\,\ln 3}$:

$$R = \frac{30}{4{,}70 \times 10^{-3} \times \ln 3} = 5{,}8 \times 10^{3}\ \Omega$$

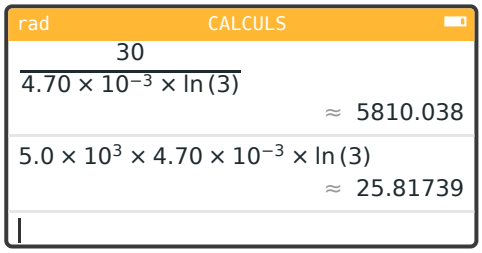
La valeur disponible la plus proche est $R_2 = 5{,}0\ \text{k}\Omega$. Elle donne $\Delta t_2 = 5{,}0 \times 10^{3} \times 4{,}70 \times 10^{-3} \times \ln 3 = 26$ s, voisine de 30 s.

On choisit $R_2 = 5{,}0\ \text{k}\Omega$ ($\Delta t_2 \approx 26$ s).

COMPRENDRE

Les deux autres valeurs sont très loin du but : R_1 donne 2,4 s et R_3 donne 516 s, soit plus de huit minutes.

À LA CALCULATRICE



Q13 Déterminer graphiquement la valeur initiale $u_R(t = 0)$ après le basculement en position 2 et vérifier son accord avec la loi des mailles.

Données utiles figure 3 ; $E = 4{,}5$ V

Lecture sur la figure 3 : à $t = 0$, la courbe part de $u_R = 4{,}5$ V.

En position 2, le générateur est hors circuit : la maille ne contient que le conducteur ohmique et le condensateur, donc $u_R + u_C = 0$.

À $t = 0$, le condensateur est chargé : $u_C(0) = E$. Donc $u_R(0) = -E$, de valeur absolue $E = 4{,}5$ V.

La courbe de la figure 3 est positive : elle correspond donc à $-u_R$ (erreur de signe probable du sujet).

$u_R(t = 0) = 4{,}5\ \text{V} = E$ en valeur absolue : la lecture graphique est en accord avec la loi des mailles.

COMPRENDRE

Avec la flèche de la figure 2, la loi des mailles donne une tension négative pendant la décharge. La courbe, positive, correspond à une mesure faite dans l'autre sens : elle représente $-u_R$, donc u_C. Le signaler sur la copie.

Q14 Déterminer, à l'aide de la figure 3, la valeur expérimentale τ_{exp} de la constante de temps du circuit RC. Commenter.

Données utiles figure 3 ; $R_2 = 5{,}0\ \text{k}\Omega$ (Q12) ; $C = 4{,}70\ \text{mF}$

Lors de la décharge, la tension décroît en $\text{e}^{-t/\tau}$: à $t = \tau$, elle vaut 37 % de sa valeur initiale, soit $0{,}37 \times 4{,}5 = 1{,}7$ V.

Sur la figure 3, l'ordonnée 1,7 V correspond à l'abscisse $t \approx 24$ s.

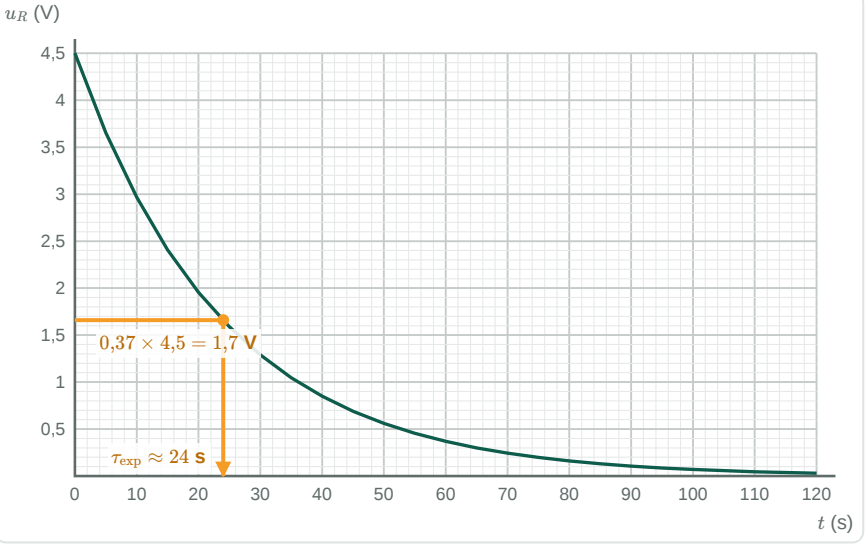
$\tau_{\text{exp}} \approx 24\ \text{s}$

Valeur théorique : $\tau = R_2\, C = 5{,}0 \times 10^{3} \times 4{,}70 \times 10^{-3} = 23{,}5$ s, soit 24 s avec deux chiffres significatifs : l'accord est très bon. La temporisation obtenue, $\Delta t_2 = \tau_{\text{exp}}\ \ln 3 \approx 26$ s, est bien voisine des 30 s souhaitées.

MÉTHODE
Autre lecture possible : la tangente à l'origine coupe l'axe des temps en $t = \tau$. Elle est moins précise, car le tracé de la tangente est délicat.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
0.37×4.5 ≈ 1.665
$5.0 \times 10^{3} \times 4.70 \times 10^{-3}$ ≈ 23.5
$24 \times \ln(3)$ ≈ 26.36669



Q14 · Figure 3 du sujet (allure), avec la lecture à 37 % de la valeur initiale

Q15 Nommer les trois modes possibles de transferts thermiques et indiquer celui qui peut être négligé lors du chauffage de l'eau.

Les trois modes de transfert thermique sont la conduction, la convection et le rayonnement.

Le thermoplongeur est immergé : il chauffe l'eau à son contact (conduction), puis l'eau chaude se déplace dans la cuve (convection).

Le **rayonnement** peut être négligé.

COMPRENDRE
Supposer la température de l'eau uniforme revient à admettre que la convection répartit très efficacement l'énergie dans toute la cuve.

Q16 Montrer que le transfert thermique Q nécessaire pour chauffer l'eau de θ_0 à θ_f est d'environ 0,24 MJ.

Données utiles $V_{\text{eau}} = 5{,}7\ \text{L}$; $\rho_{\text{eau}} = 1{,}0 \times 10^{3}\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $c_{\text{eau}} = 4{,}18 \times 10^{3}\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; $\theta_0 = 20\ ^\circ\text{C}$; $\theta_f = 30\ ^\circ\text{C}$

Masse d'eau : $m_{\text{eau}} = \rho_{\text{eau}}\, V_{\text{eau}}$, avec $V_{\text{eau}} = 5{,}7 \times 10^{-3}\ \text{m}^3$.

$$Q = m_{\text{eau}}\, c_{\text{eau}}\, (\theta_f - \theta_0) = \rho_{\text{eau}}\, V_{\text{eau}}\, c_{\text{eau}}\, (\theta_f - \theta_0)$$

$$Q = 1{,}0 \times 10^{3} \times 5{,}7 \times 10^{-3} \times 4{,}18 \times 10^{3} \times (30 - 20) = 2{,}4 \times 10^{5}\ \text{J}$$

$Q = 2{,}4 \times 10^{5}\ \text{J} = 0{,}24\ \text{MJ}$: c'est la valeur attendue.

COMPRENDRE
Un écart de température a la même valeur en kelvins et en degrés Celsius : inutile d'ajouter 273 à θ_f et à θ_0.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$1.0 \times 10^{3} \times 5.7 \times 10^{-3} \times 4.18 \times 10^{3} \times (30 - 20)$ ≈ 238260

Q17 Calculer la durée de fonctionnement Δt_3 du thermoplongeur, en minutes, pour que l'eau passe de 20 °C à 30 °C.

Données utiles $P_{\text{él}} = \Phi = 2\ \text{kW}$; $Q = 2{,}4 \times 10^5\ \text{J}$ (Q16)

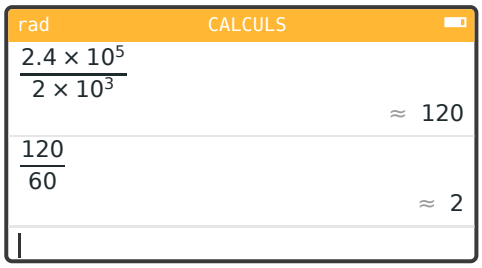
Le flux thermique est constant : $\Phi = \dfrac{Q}{\Delta t_3}$, donc $\Delta t_3 = \dfrac{Q}{P_{\text{él}}}$.

$$\Delta t_3 = \frac{2{,}4 \times 10^5}{2 \times 10^3} = 1{,}2 \times 10^2\ \text{s}$$

$\Delta t_3 = 1{,}2 \times 10^2\ \text{s} \approx 2\ \text{min}$

PIÈGE
Laisser la puissance en kilowatts avec une énergie en joules. Il faut $P_{\text{él}} = 2 \times 10^3$ W pour obtenir des secondes, puis diviser par 60.

À LA CALCULATRICE



Q18 Déterminer les températures du thermoplongeur avec et sans brassage de l'eau quand l'eau a atteint la température θ_f.

Données utiles $\Phi = 2\ \text{kW}$; $S = 0{,}020\ \text{m}^2$; sans brassage $h_{c,0} = 1{,}0 \times 10^3\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$; avec brassage $h'_{c,0} = 4{,}0 \times 10^3\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$; $\theta_f = 30\ ^\circ\text{C}$

De $\Phi = h_c\, S\, (\theta_{\text{thermo}} - \theta_{\text{eau}})$ avec $\theta_{\text{eau}} = \theta_f$, on tire : $\theta_{\text{thermo}} = \theta_f + \dfrac{\Phi}{h_c\, S}$.

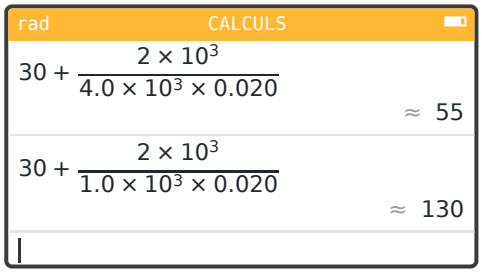
Avec brassage : $\theta_{\text{thermo}} = 30 + \dfrac{2 \times 10^3}{4{,}0 \times 10^3 \times 0{,}020} = 30 + 25 = 55\ ^\circ\text{C}$

Sans brassage : $\theta_{\text{thermo}} = 30 + \dfrac{2 \times 10^3}{1{,}0 \times 10^3 \times 0{,}020} = 30 + 100 = 130\ ^\circ\text{C}$

$\theta_{\text{thermo}} = 55\ ^\circ\text{C}$ avec brassage ; $\theta_{\text{thermo}} = 130\ ^\circ\text{C}$ sans brassage

COMPRENDRE
Sans brassage, l'échange avec l'eau est quatre fois moins efficace : pour évacuer la même puissance, le thermoplongeur doit être bien plus chaud que l'eau.

À LA CALCULATRICE



Q19 Avec les figures 4 et 5, déterminer la durée du chauffage sans tartre, en déduire la température atteinte par le thermoplongeur en fin de chauffage et comparer à la question Q18.

Données utiles figures 4 et 5, courbes « sans tartre » ; $\theta_{\text{thermo}} = 55\ ^\circ\text{C}$ avec brassage (Q18)

Figure 4, courbe sans tartre : l'eau atteint 30 °C à la date $t \approx 120$ s.

Figure 5, courbe sans tartre : à $t = 120$ s, le thermoplongeur est à environ 56 °C.

Durée de chauffage ≈ 120 s ; $\theta_{\text{thermo}} \approx 56\ ^\circ\text{C}$

Cette température est très proche des 55 °C calculés avec brassage à la question Q18 : c'est cohérent, puisque la simulation suppose un brassage efficace. La durée lue confirme aussi le résultat de la question Q17.

PIÈGE
Sur la figure 4, la graduation notée « 20 » sur l'axe des temps est une coquille : les graduations vont de 50 s en 50 s. Vérifier le pas d'un axe avant toute lecture.

Q20 Avec la figure 4, montrer que le tartre augmente la consommation énergétique d'environ 15 % lors du chauffage de l'eau.

Données utiles figure 4 ; durée sans tartre : 120 s (Q19) ; $P_{\text{él}}$ constante

Figure 4, courbe « 2 mm de tartre » : l'eau atteint 30 °C à $t \approx 140$ s, contre 120 s sans tartre.

L'énergie électrique consommée est $E_{\text{él}} = P_{\text{él}} \times \Delta t$. À puissance constante, elle est proportionnelle à la durée de chauffage :

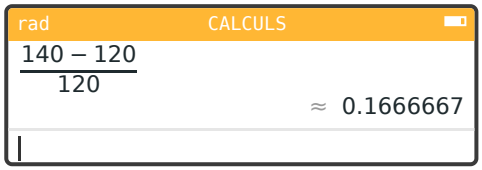
$$\frac{E_{\text{tartre}} - E_{\text{sans}}}{E_{\text{sans}}} = \frac{140 - 120}{120} = 0{,}17$$

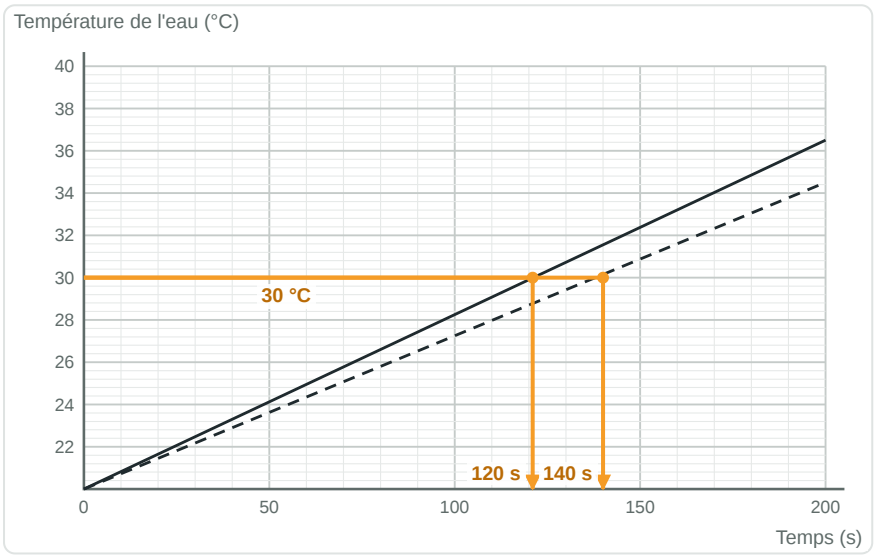
Augmentation de 17 % : aux incertitudes de lecture près, c'est bien environ 15 %.

COMPRENDRE

Dans l'autre sens : 15 % de plus que 120 s donnent 138 s, ce qui est indiscernable de 140 s sur le graphique.

À LA CALCULATRICE





Q20 · Figure 4 du sujet (allure) : dates auxquelles l'eau atteint 30 °C, sans tartre (trait plein) et avec tartre (tirets)