Condensateur d'un flash

Bac S 2003 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Vérifier par analyse dimensionnelle l'homogénéité de l'expression $\tau = RC$.

Loi d'Ohm $u = R\,i$: $[R] = \dfrac{[U]}{[I]}$.

Pour le condensateur, $q = C\,u$ et $q = I\,\Delta t$ (courant constant) : $[C] = \dfrac{[Q]}{[U]} = \dfrac{[I]\cdot[T]}{[U]}$.

$$[RC] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I]\cdot[T]}{[U]} = [T]$$

$[RC] = [T]$: le produit RC a la dimension d'une durée, l'expression $\tau = RC$ est homogène.

PIÈGE
Écrire « des ohms fois des farads donnent des secondes » sans justification : c'est exactement ce qu'il faut démontrer.

MÉTHODE
Pour une analyse dimensionnelle, exprimer chaque grandeur à l'aide d'une relation simple du cours (ici $u = Ri$, $q = Cu$, $q = I\,\Delta t$), puis simplifier le produit des dimensions.

1.2 Calculer numériquement τ.

Données utiles $R = 1{,}00\ \text{k}\Omega$; $C = 150\ \mu\text{F}$

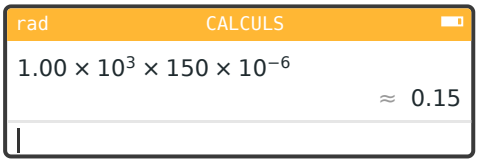
$\tau = R\,C = 1{,}00 \times 10^{3} \times 150 \times 10^{-6}$

$\tau = 0{,}150\ \text{s}$

PIÈGE
Laisser R en kilo-ohms ou C en microfarads : τ n'est en secondes que si R est en ohms et C en farads.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme R et C : on écrit $0{,}150$ s et non $0{,}15$ s.

À LA CALCULATRICE



1.3 Calculer l'énergie E emmagasinée par le condensateur une fois la charge terminée à la tension U_2.

Données utiles $C = 150\ \mu\text{F}$; $U_2 = 300\ \text{V}$

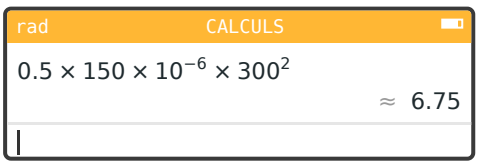
En fin de charge, la tension aux bornes du condensateur vaut U_2.

$E = \dfrac{1}{2}\,C\,U_2^{2} = \dfrac{1}{2} \times 150 \times 10^{-6} \times 300^{2}$

$E = 6{,}75\ \text{J}$

PIÈGE
Oublier le carré sur la tension ou le facteur $\frac{1}{2}$.

À LA CALCULATRICE



1.4 Calculer l'énergie E' qu'aurait stockée le condensateur chargé directement par la pile, puis justifier l'intérêt d'une charge sous 300 V.

Données utiles $C = 150\ \mu\text{F}$; $U_1 = 1{,}50\ \text{V}$; $E = 6{,}75\ \text{J}$ (1.3)

$$E' = \frac{1}{2} C U_1^2 = \frac{1}{2} \times 150 \times 10^{-6} \times 1{,}50^2 = 1{,}69 \times 10^{-4}\ \text{J}$$

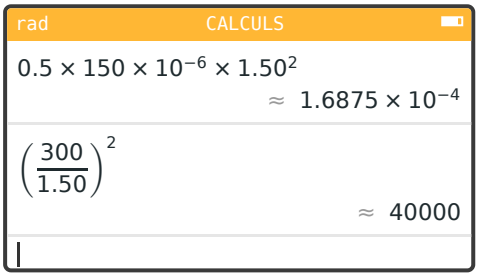
$$\frac{E}{E'} = \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 = 200^2 = 4{,}00 \times 10^4$$

Sous 1,50 V, l'énergie stockée serait bien trop faible pour un éclair puissant, et la tension resterait très inférieure aux 250 V nécessaires à l'amorçage du tube.

$E' = 1{,}69 \times 10^{-4}$ J, soit 40 000 fois moins que E : la haute tension est indispensable.

COMPRENDRE
L'énergie varie comme le carré de la tension : multiplier la tension par 200 multiplie l'énergie stockée par 200^2.

À LA CALCULATRICE



2.1.1 Déterminer graphiquement la constante de temps τ' de la décharge, en précisant la méthode employée (annexe à compléter).

Données utiles graphique $u = f(t)$ de l'annexe : $u(0) = 300\ \text{V}$

À la date $t = \tau'$, la tension vaut 37 % de sa valeur initiale : $u(\tau') = 0{,}37 \times 300 = 111\ \text{V}$.

Sur l'annexe, on trace l'horizontale $u = 111$ V jusqu'à la courbe, puis on lit l'abscisse du point d'intersection : $t = 0{,}0015$ s.

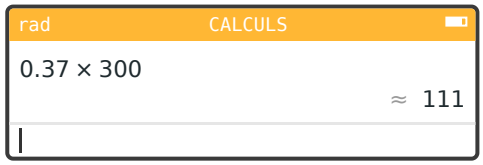
Vérification : la tangente à la courbe à l'origine coupe l'axe des abscisses ($u = 0$) à la même date.

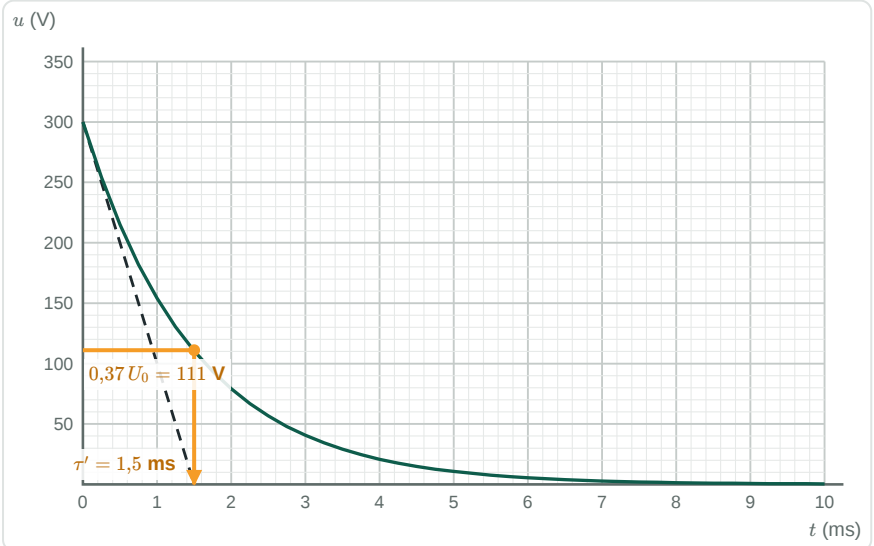
$\tau' = 1{,}5 \times 10^{-3}\ \text{s} = 1{,}5\ \text{ms}$

PIÈGE
Lire la date où la tension est divisée par deux (environ 1 ms) : ce n'est pas τ'. Penser aussi à laisser les traits de construction sur l'annexe.

COMPRENDRE
$u(\tau') = U_0\,\text{e}^{-1} \approx 0{,}37\,U_0$. La lecture à 37 % est plus fiable que la tangente à l'origine, dont le tracé à la main est imprécis.

À LA CALCULATRICE





2.1.1 · Annexe complétée : tangente à l'origine et lecture à 37 % de la tension initiale

2.1.2 Comparer les constantes de temps de charge τ et de décharge τ'. Ce constat est-il en accord avec les conditions de fonctionnement du tube flash ?

Données utiles $\tau = 0{,}150$ s (1.2) ; $\tau' = 1{,}5 \times 10^{-3}$ s (2.1.1)

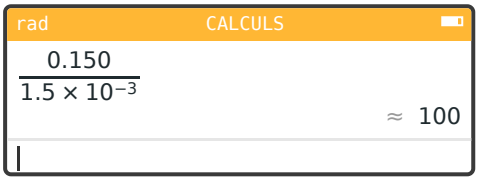
$$\frac{\tau}{\tau'} = \frac{0{,}150}{1{,}5 \times 10^{-3}} = 1{,}0 \times 10^{2}$$

La décharge est pratiquement terminée au bout de $5\,\tau' = 7{,}5$ ms : l'énergie stockée est libérée en quelques millisecondes, ce qui correspond bien à l'éclair très bref attendu du tube flash.

$\tau = 100\,\tau'$: la décharge est cent fois plus rapide que la charge, en accord avec un éclair très bref.

COMPRENDRE
Même énergie, durée très courte : la puissance fournie au tube est grande. La charge lente, elle, ménage la pile, qui ne peut délivrer qu'une faible puissance.

À LA CALCULATRICE



2.2 Le tube flash amorcé étant assimilé à un conducteur ohmique de résistance r, montrer que la tension u vérifie $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{r\,C}u = 0$.

On note q la charge de l'armature vers laquelle pointe la flèche de u, et i l'intensité comptée positivement quand le courant arrive sur cette armature : $q = C\,u$ et $i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\,\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$.

Avec cette orientation, le conducteur ohmique est en convention récepteur pour la tension $u_r = r\,i$, et la loi des mailles s'écrit $u + u_r = 0$, soit :

$$u + r\,C\,\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = 0$$

En divisant par $r\,C$:

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{r\,C}u = 0$$

PIÈGE
Écrire $u = r\,i$ avec $i = C\,\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$: les deux relations ne sont pas compatibles avec un même sens de i, et on obtient un signe « $-$ » dans l'équation.

MÉTHODE
Toujours dans cet ordre : orienter le circuit, écrire la loi des mailles, remplacer chaque tension par sa relation avec i, puis i par $C\,\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$.

2.3 Vérifier que la solution de l'équation différentielle est de la forme $u = U_0\exp(-t/\tau')$.

On dérive : $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = -\frac{U_0}{\tau'}\,\mathrm{e}^{-t/\tau'}$.

On reporte dans l'équation différentielle :

$$-\frac{U_0}{\tau'}\,\mathrm{e}^{-t/\tau'} + \frac{U_0}{r\,C}\,\mathrm{e}^{-t/\tau'} = U_0\,\mathrm{e}^{-t/\tau'}\left(\frac{1}{r\,C} - \frac{1}{\tau'}\right)$$

Cette expression est nulle à chaque instant si $\frac{1}{r\,C} = \frac{1}{\tau'}$.

$u = U_0\,\mathrm{e}^{-t/\tau'}$ est solution à condition que $\tau' = r\,C$.

COMPRENDRE
Avec $\tau' = 1{,}5$ ms et $C = 150\ \mu$F, on obtient $r = \frac{\tau'}{C} = 10\ \Omega$: le tube amorcé est cent fois moins résistant que R, d'où la décharge rapide.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{1.5 \times 10^{-3}}{150 \times 10^{-6}} \approx 10$$

2.4 Que représente la tension U_0 pour le fonctionnement du tube flash ?

À $t = 0$: $u(0) = U_0\,e^0 = U_0$.

U_0 est la tension aux bornes du condensateur, donc du tube flash, à l'instant où la décharge commence : c'est la tension disponible pour amorcer le tube.

2.5 Déterminer U_0. Cette valeur est-elle en accord avec la production de l'éclair ?

Données utiles graphique de l'annexe ; tension d'amorçage du tube : au moins 250 V

Par lecture graphique à $t = 0$: $u(0) = 300$ V. C'est la tension U_2 sous laquelle le condensateur a été chargé.

$300\text{ V} > 250\text{ V}$: la tension est suffisante pour amorcer le tube.

$U_0 = 300$ V, supérieure aux 250 V nécessaires : l'éclair est bien produit.

COMPRENDRE

Le condensateur doit être complètement chargé avant de déclencher : il faut attendre environ $5\,\tau = 0{,}75$ s après la fermeture de K_1.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$5 \times 0.150 \approx 0.75$$