# Temps de demi-vie et de demi-réaction

Bac S 2003 Nouvelle-Calédonie rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

**1.1** Le noyau $^{230}_{}\mathrm{Th}$ est un émetteur α qui donne du $_{88}\mathrm{Ra}$. Indiquer ce que représente α et écrire l'équation de la réaction nucléaire en précisant les lois utilisées.

La particule α est un noyau d'hélium 4, noté $^{4}_{2}\mathrm{He}$.

Équation, avec $Z$ le numéro atomique du thorium et $A$ le nombre de nucléons du radium : $^{230}_{Z}\mathrm{Th} \longrightarrow {}^{A}_{88}\mathrm{Ra} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$.

Lois de conservation (lois de Soddy) :

- conservation du nombre de nucléons : $230 = A + 4$, donc $A = 226$ ;
- conservation du nombre de charge : $Z = 88 + 2 = 90$.

$$^{230}_{90}\mathrm{Th} \longrightarrow {}^{226}_{88}\mathrm{Ra} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

**PIÈGE**
Écrire « atome d'hélium » : la particule α est un noyau, sans électrons. Le radium étant formé dans un état non excité, aucun photon γ ne figure dans l'équation.

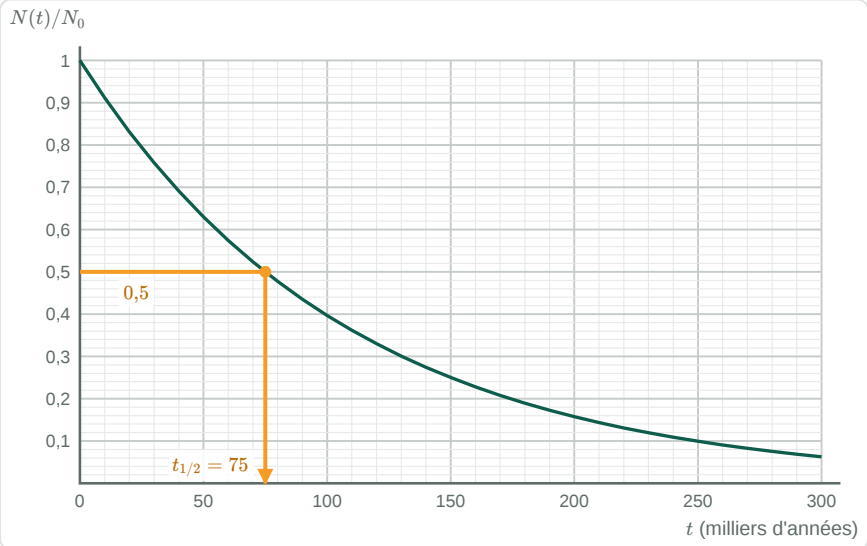
**1.2** Donner la définition du temps de demi-vie $t_{1/2}$. Vérifier que sa valeur est de $7{,}5 \times 10^4$ années en expliquant la méthode.

Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ d'un échantillon radioactif est la durée nécessaire pour que le nombre de noyaux radioactifs qu'il contient soit divisé par deux : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

Méthode : à $t = t_{1/2}$, le rapport $\dfrac{N(t)}{N_0}$ vaut $0{,}5$. On repère l'ordonnée $0{,}5$, on rejoint la courbe puis on lit l'abscisse du point obtenu : $t = 75$ milliers d'années.

$t_{1/2} = 75 \times 10^3$ ans $= 7{,}5 \times 10^4$ ans : c'est la valeur attendue.

**PIÈGE**
La courbe donne $N(t)/N_0$ et non $N(t)$ : l'ordonnée à lire est $0{,}5$, sans unité. L'abscisse est en milliers d'années : $75$ lu sur l'axe signifie $75\,000$ ans.




**1.2** · Courbe du sujet : lecture de la demi-vie pour $N(t)/N_0 = 0{,}5$

**1.3** Donner l'expression mathématique de la loi de décroissance radioactive et calculer la constante radioactive en année$^{-1}$.

**Données utiles** $t_{1/2} = 7{,}5 \times 10^4$ ans (1.2)

Loi de décroissance radioactive : $N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$, où $\lambda$ est la constante radioactive.

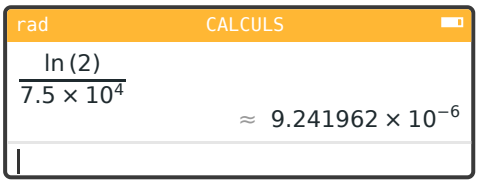
À $t = t_{1/2}$ : $\dfrac{N_0}{2} = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}}$, soit $\lambda\, t_{1/2} = \ln 2$.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{7{,}5 \times 10^4}$$

$\lambda = 9{,}2 \times 10^{-6}\ \mathrm{an}^{-1}$

**COMPRENDRE**
Deux chiffres significatifs, comme $t_{1/2}$. La demi-vie étant laissée en années, $\lambda$ sort directement en $\mathrm{an}^{-1}$ : aucune conversion en secondes n'est demandée.

**À LA CALCULATRICE**




**1.4** Parmi l'âge de l'échantillon, la quantité initiale de noyaux, la température et la nature des noyaux, quelle est la seule grandeur qui fait varier le temps de demi-vie ?

Le temps de demi-vie est une caractéristique du noyau radioactif considéré. Il ne dépend ni de l'âge de l'échantillon, ni du nombre initial de noyaux, ni de la température.

Seule la **nature des noyaux** fait varier le temps de demi-vie.

**1.5** Dans la chaîne $^{238}_{92}\mathrm{U} \longrightarrow {}^{234}_{90}\mathrm{Th} \longrightarrow {}^{234}_{91}\mathrm{Pa} \longrightarrow {}^{234}_{Z_4}\mathrm{U} \longrightarrow {}^{230}_{Z_5}\mathrm{Th}$, donner les valeurs de $Z_4$ et $Z_5$ en les justifiant et indiquer le type de radioactivité des deux premières transformations.

Le numéro atomique caractérise l'élément chimique. Tout noyau d'uranium a $Z = 92$ et tout noyau de thorium a $Z = 90$, comme l'indiquent les deux premiers noyaux de la chaîne : $Z_4 = 92$ et $Z_5 = 90$ .

Première transformation, $^{238}_{92}\mathrm{U} \longrightarrow {}^{234}_{90}\mathrm{Th} + {}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ : $A = 238 - 234 = 4$ et $Z = 92 - 90 = 2$. La particule émise est $^{4}_{2}\mathrm{He}$ : radioactivité α.

Deuxième transformation, $^{234}_{90}\mathrm{Th} \longrightarrow {}^{234}_{91}\mathrm{Pa} + {}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ : $A = 234 - 234 = 0$ et $Z = 90 - 91 = -1$. La particule émise est un électron $^{0}_{-1}\mathrm{e}$ : radioactivité $\beta^-$.

$Z_4 = 92$ ; $Z_5 = 90$ ; première transformation de type α, deuxième de type $\beta^-$.

**MÉTHODE**
Pour reconnaître le type de radioactivité, comparer père et fils : $A$ diminue de 4 et $Z$ de 2 pour α ; $A$ inchangé et $Z$ augmenté de 1 pour $\beta^-$ ; $A$ inchangé et $Z$ diminué de 1 pour $\beta^+$.

**1.6.1** L'activité est définie par $A(t) = -\dfrac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t}$. Montrer que $A(t) = \lambda\, N(t)$ pour une population de noyaux donnée.

On dérive $N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$ par rapport au temps :

$$\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} = -\lambda\, N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t} = -\lambda\, N(t)$$

$$A(t) = -\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} = \lambda\, N(t)$$

**PIÈGE**
Oublier le signe « − » de la définition. $N(t)$ décroît, sa dérivée est négative : c'est ce signe qui rend l'activité positive.

**1.6.2** En déduire qu'à l'équilibre séculaire, le rapport $\frac{N(^{230}\text{Th})}{N(^{238}\text{U})}$ est constant.

On note $\lambda_{\text{Th}}$ et $\lambda_{\text{U}}$ les constantes radioactives du thorium 230 et de l'uranium 238. D'après 1.6.1 :

$A(^{230}\text{Th}) = \lambda_{\text{Th}}\, N(^{230}\text{Th})$ et $A(^{238}\text{U}) = \lambda_{\text{U}}\, N(^{238}\text{U})$.

À l'équilibre séculaire, les deux activités sont égales : $\lambda_{\text{Th}}\, N(^{230}\text{Th}) = \lambda_{\text{U}}\, N(^{238}\text{U})$.

$\frac{N(^{230}\text{Th})}{N(^{238}\text{U})} = \frac{\lambda_{\text{U}}}{\lambda_{\text{Th}}}$ : rapport de deux constantes, il ne dépend pas du temps.

**COMPRENDRE**
À l'équilibre, il se forme autant de noyaux de thorium 230 par seconde qu'il s'en désintègre. Avant cet équilibre, le rapport augmente avec le temps : sa mesure donne l'âge du corail.

**2.1** L'eau oxygénée est le réducteur du couple $\text{O}_2$ / $\text{H}_2\text{O}_2$. À l'aide de l'équation de la réaction, donner le second couple auquel elle appartient en précisant son rôle.

Dans l'équation $\text{H}_2\text{O}_2 = \frac{1}{2}\,\text{O}_2 + \text{H}_2\text{O}$, les produits sont $\text{O}_2$ et $\text{H}_2\text{O}$. Le dioxygène provient du couple $\text{O}_2$ / $\text{H}_2\text{O}_2$ ; l'eau provient donc du second couple, $\text{H}_2\text{O}_2$ / $\text{H}_2\text{O}$.

Demi-équations :

- oxydation : $\text{H}_2\text{O}_2 = \text{O}_2 + 2\,\text{H}^+ + 2\,\text{e}^-$ ;
- réduction : $\text{H}_2\text{O}_2 + 2\,\text{H}^+ + 2\,\text{e}^- = 2\,\text{H}_2\text{O}$.

Leur somme donne $2\,\text{H}_2\text{O}_2 = \text{O}_2 + 2\,\text{H}_2\text{O}$, c'est-à-dire l'équation de l'énoncé multipliée par 2.

Second couple : $\text{H}_2\text{O}_2$ / $\text{H}_2\text{O}$, dans lequel l'eau oxygénée est l'**oxydant**.

**COMPRENDRE**
La même espèce est à la fois l'oxydant d'un couple et le réducteur d'un autre : elle réagit sur elle-même. Une telle réaction s'appelle une dismutation.

**2.2** Justifier en exploitant la courbe, sans calcul, que la décomposition du peroxyde d'hydrogène est une transformation chimique lente et totale.

Lente : la concentration en $\text{H}_2\text{O}_2$ diminue progressivement et il faut environ une heure pour qu'elle cesse d'évoluer. L'évolution du système se suit donc sans difficulté au cours du temps.

Totale : en fin de transformation, la courbe rejoint l'axe des abscisses, $[\text{H}_2\text{O}_2]_{\text{final}} = 0$. Le peroxyde d'hydrogène, seul réactif, a entièrement disparu.

Transformation lente (durée de l'ordre de l'heure) et totale (la concentration du réactif s'annule).

**PIÈGE**
Confondre les deux critères. « Lente » concerne la durée de l'évolution ; « totale » concerne l'état final, c'est-à-dire la disparition complète du réactif limitant.

**2.3** Définir le temps de demi-réaction. Déterminer sa valeur approximative à partir de la courbe 1 de l'annexe.

**Données utiles** $[H_2O_2]_0 = 9{,}0 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle l'avancement atteint la moitié de sa valeur finale : $x(t_{1/2}) = \dfrac{x_f}{2}$.

La transformation est totale et $H_2O_2$ est le seul réactif : $x_f = x_{max} = n_0(H_2O_2)$. À $t_{1/2}$, la moitié du peroxyde d'hydrogène a été consommée, donc, à volume constant :

$$[H_2O_2](t_{1/2}) = \frac{[H_2O_2]_0}{2} = \frac{9{,}0 \times 10^{-2}}{2} = 4{,}5 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

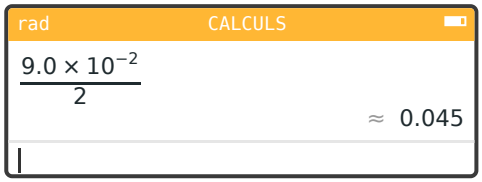
Sur la courbe 1, cette concentration est atteinte à une abscisse égale à la moitié d'un carreau de 10 min.

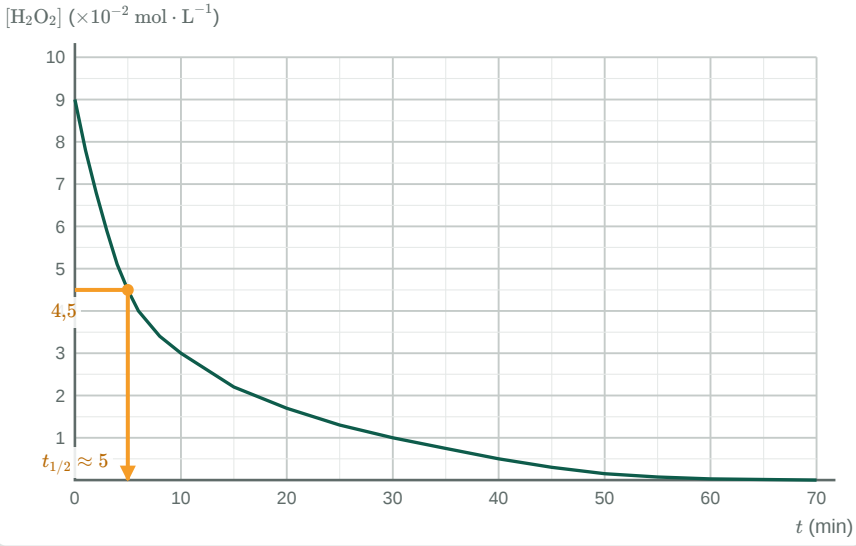
$t_{1/2} \approx 5$ min

**COMPRENDRE**

Un carreau vaut 10 min et la courbe est très pentue au début : la lecture n'est fiable qu'à une ou deux minutes près. Un seul chiffre significatif suffit.

**À LA CALCULATRICE**




**2.3** · Courbe 1 de l'annexe : lecture du temps de demi-réaction

**2.4** La courbe 2 correspond à $[H_2O_2]_0 = 1{,}8 \times 10^{-1}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$. À partir des courbes 1 et 2, quelle est l'influence de la concentration molaire initiale sur le temps de demi-réaction ?

**Données utiles** courbe 1 : $t_{1/2} \approx 5$ min (2.3)

Pour la courbe 2, le temps de demi-réaction est la date à laquelle $[H_2O_2] = \dfrac{1{,}8 \times 10^{-1}}{2} = 9{,}0 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

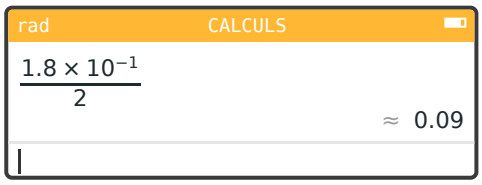
Lecture sur la courbe 2 : $t_{1/2} \approx 5$ à 6 min, soit la même valeur que pour la courbe 1 à la précision de la lecture.

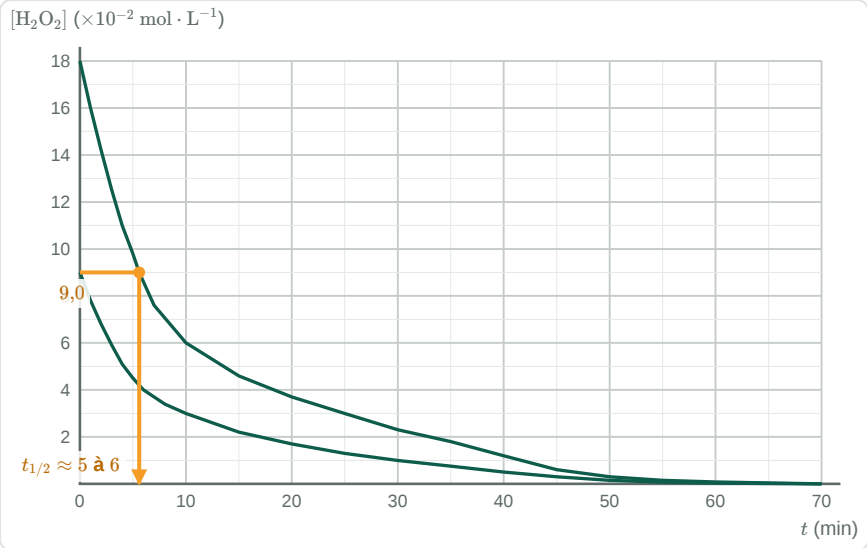
Doubler la concentration initiale ne modifie pas le temps de demi-réaction : il est indépendant de $[H_2O_2]_0$.

**COMPRENDRE**

Ce comportement est celui d'une réaction d'ordre 1 : la concentration décroît de façon exponentielle, comme $N(t)$, et la durée nécessaire pour la diviser par deux est toujours la même.

**À LA CALCULATRICE**






**2.4** · Courbes 1 et 2 de l'annexe : lecture sur la courbe 2 à la moitié de $18 \times 10^{-2}$

**2.5** Sur la figure de l'annexe, tracer l'allure de la courbe donnant, pour une température plus faible, l'évolution de la concentration en eau oxygénée, avec $[H_2O_2]_0 = 9{,}0 \times 10^{-2}\ mol \cdot L^{-1}$.

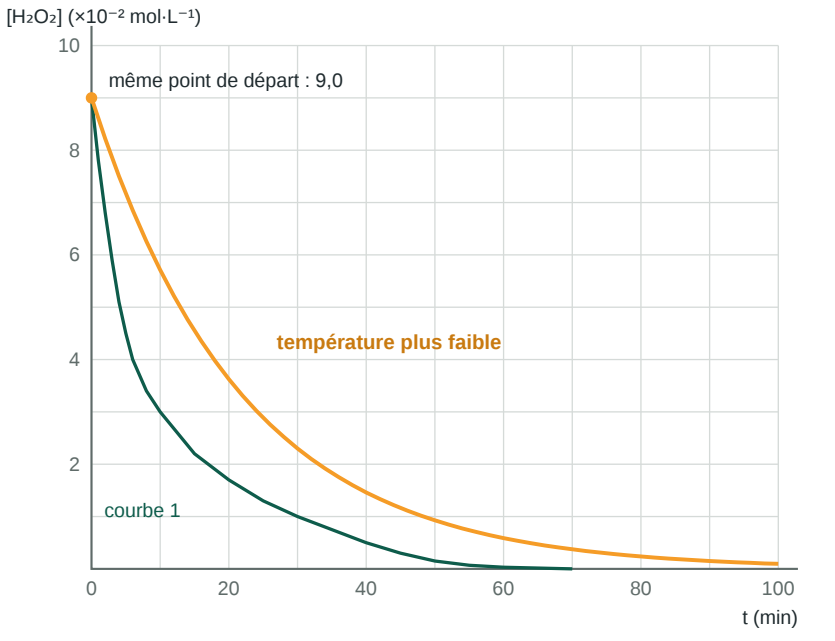
La température est un facteur cinétique : à température plus faible, la transformation est plus lente.

La courbe demandée part du même point que la courbe 1 ($9{,}0 \times 10^{-2}\ mol \cdot L^{-1}$ à $t = 0$), décroît moins vite et reste donc au-dessus de la courbe 1. Elle tend aussi vers zéro, car la transformation reste totale, mais plus tardivement.

Courbe de même allure, située au-dessus de la courbe 1 : le temps de demi-réaction est plus grand.

**PIÈGE**

Faire partir la courbe d'une autre ordonnée ou la faire tendre vers une valeur non nulle. La température change la vitesse, pas l'état initial ni l'état final.




**2.5** · Annexe complétée (la courbe 2 n'est pas reproduite) : en orange, l'allure à température plus faible

**3** $N(t)/N_0$ et $[H_2O_2](t)$ suivent la même loi mathématique. Quelles analogies et quelles différences constate-t-on entre les facteurs qui influencent le temps de demi-vie et le temps de demi-réaction ?

Analogies :

- ni l'un ni l'autre ne dépend de la quantité initiale (nombre de noyaux $N_0$, concentration $[H_2O_2]_0$) ;
- ni l'un ni l'autre ne dépend de l'âge de l'échantillon : la durée nécessaire pour diviser la grandeur par deux est la même quel que soit l'instant choisi comme origine ;
- chacun dépend de la nature de l'espèce étudiée (noyau radioactif, réactif).

Différence : le temps de demi-réaction dépend de la température (2.5), et aussi de la présence d'un catalyseur, alors que le temps de demi-vie n'y est pas sensible.

Analogie : indépendance vis-à-vis de la quantité initiale. Différence : la température modifie le temps de demi-réaction, pas le temps de demi-vie.

**COMPRENDRE**
L'indépendance vis-à-vis de la concentration initiale est propre à la réaction étudiée, comme le précise l'énoncé. Pour beaucoup d'autres transformations chimiques, le temps de demi-réaction varie avec la concentration initiale.