Polynésie 09/2004 Exercice 1 VOYAGER EN SE REPERANT : LE GPS ET LES HORLOGES (9,5 points)

Les trois parties de l'exercice sont indépendantes

De nombreuses activités humaines demandent un repérage précis (latitude, longitude, altitude) sur le globe terrestre ou dans son voisinage.

Actuellement, le Global Positioning System (GPS) a supplanté toutes les autres technologies permettant de repérer sur le globe terrestre, avec une précision voisine de 20 m, un mobile équipé d'un récepteur.

Les différentes parties du problème portent sur les satellites et la mesure du temps. Elles s'appuient sur un texte paru dans la revue « La Recherche » dont les extraits sont donnés en caractères italiques.

1 Les satellites

« En avion, en voiture, en bateau, à pied, en montagne, dans le désert, par beau temps ou au milieu d'une tempête, le GPS donne tout à la fois la position géographique, l'altitude et l'heure exacte.

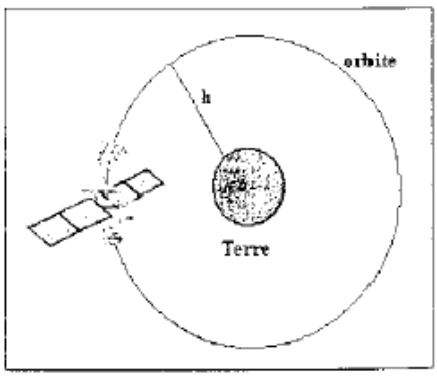
Principe : au lieu d'utiliser des repères terrestres ou de suivre les étoiles, l'utilisateur, muni d'un récepteur, mesure la distance entre lui-même et au moins 4 des 24 satellites de la constellation Navstar. Le récepteur convertit ces distances pour retrouver la latitude, la longitude et l'altitude.

Répartis sur six orbites circulaires inclinées de 55° par rapport à l'Equateur, ces satellites évoluent à une altitude de 20 180 kilomètres. Avec une vitesse proche de 14 000 km.h^{-1}, ils accomplissent un tour du monde en 12 heures. Leur configuration mouvante a été calculée pour qu'au moins quatre d'entre eux soient toujours en vue (99,9% du temps) depuis n'importe quel endroit de la planète »

On rappelle que l'orbite des satellites est circulaire.

Données :

Intensité de pesanteur : $g = 9{,}80$ m.s^{-2}
Masse de la Terre : $M_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg
Rayon de la Terre : $R_T = 6380$ km
Constante de gravitation : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N.kg^{-2}.m^2.



1.1. Quelle est l'expression vectorielle de l'accélération $\vec{a}_G$ d'un satellite en fonction des données de l'énoncé ?
Montrer que ce mouvement circulaire est uniforme.

1.2. Quelle est l'expression de sa vitesse en fonction de G, R_T, M_T, h dans un référentiel géocentrique ? (h est l'altitude du satellite)

1.3. Vérifier que la vitesse des satellites sur leur orbite et la période T de rotation, données dans le texte, sont compatibles avec l'altitude.

1.4. Un tel satellite est-il géostationnaire ? Justifier.

2. Les ondes

« Toutes les millisecondes, les satellites émettent des signaux codés sous forme d'ondes radio émises sur deux fréquences différentes (1,6 et 1,2 GHz) et dont la réception au sol va permettre de calculer la position. Un certain nombre de facteurs limite encore, et de façon systématique, la précision du GPS. Par exemple, puisque le signal GPS n'est émis que toutes les millisecondes, un récepteur mobile verra chuter la précision de ces mesures d'autant plus qu'il se déplace vite. Autre difficulté, nuisant à l'exactitude : les ondes ne se propagent pas à une vitesse constante dans la partie la plus haute de l'atmosphère, car celle-ci n'est pas homogène. Citons enfin la position géographique des quatre satellites utilisés par le récepteur : la mesure a d'autant plus de chances d'être faussée que les satellites visibles sont près de l'horizon. En effet, les signaux traversent alors une couche plus épaisse d'une atmosphère parfois non homogène. Tous ces éléments font que les récepteurs vendus aujourd'hui dans le commerce affichent une erreur standard de l'ordre de 20 mètres.
Plus complexes encore, les récepteurs géodésiques (donnant une précision de l'ordre du centimètre) corrigent eux-mêmes les erreurs dues aux variations de la vitesse des ondes dans la partie la plus haute de l'atmosphère. Pour cela, ils enregistrent les deux signaux … que chaque satellite émet simultanément … Ces deux signaux se propagent à des vitesses légèrement différentes »

Les ondes radio sont des ondes électromagnétiques comme les ondes lumineuse et se propagent à la célérité $c = 3{,}00\times10^{8}$ m.s^{-1} dans le vide.

2.1. Dans cette question, on négligera les perturbations introduites par l'atmosphère sur la durée du trajet des ondes.

2.1.1. Calculer les longueurs d'onde dans le vide des ondes émises par les satellites.

2.1.2. Quelle est la durée t mise par le signal pour aller du satellite S au récepteur R si le satellite est situé à la verticale de R à l'altitude de 20 180 km ?

2.1.3 Pour une mesure unique, l'erreur sur la distance verticale est de 20 m en standard. Calculer (en nanosecondes) l'erreur Δt sur la durée de propagation du signal. Comparer t et Δt et commenter.

2.1.4 Pour une série de N mesures, les lois de la statistique montrent que l'erreur est divisée par un facteur $\sqrt{N}$.
Calculer N pour que l'erreur passe de 20 m à 20 cm.
Le signal GPS étant émis toutes les millisecondes, calculer la durée nécessaire pour effectuer ces N mesures. Discuter l'intérêt d'une telle précision pour un récepteur mobile.

2.2. En fait, entre le récepteur et le satellite le signal traverse les couches successives de l'atmosphère et se propage alors à une célérité différente de c. La fréquence et la longueur d'onde du signal sont-elles modifiées lors de la traversée de l'atmosphère ? Justifier.

2.3. A quel phénomène ondulatoire fait allusion la dernière phrase du texte ?

3. Les horloges

Avant l'invention du GPS, pour connaître leur longitude, les navigateurs comparaient l'heure locale (heure déterminée d'après la position du Soleil ou d'une étoile) et au même moment l'heure du méridien de Greenwich donnée par une horloge embarquée dans le navire. La précision de la position du navire dépendait de la précision de la mesure de cet écart horaire

Dans une horloge à balancier, pour une faible amplitude α, la période T vérifie la relation $T = T_0 \left(1+\frac{\alpha^2}{16}\right)$ avec $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ où l est la longueur du balancier et g l'intensité du champ de pesanteur, α est en radian.

3.1. Montrer, par analyse dimensionnelle, que $\sqrt{\frac{l}{g}}$ est homogène à une durée.

3.2. Quel écart relatif par rapport à T_0 observe-t-on sur la période de ce pendule lorsque l'amplitude est de 4° ?

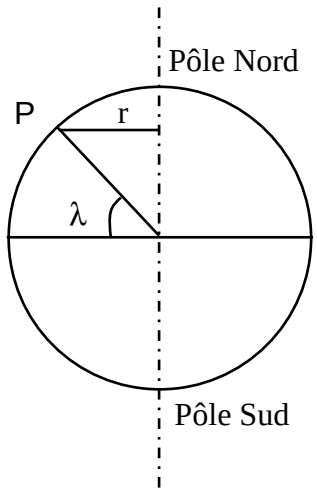
3.3. Une horloge à balancier a une période $T_1 = 2{,}000$ s en un lieu où l'accélération de la pesanteur vaut $g_1 = 9{,}810$ N.kg^{-1}.

Quelle sera la période T_2 d'une horloge identique de même longueur en un lieu où $g_2 = 9{,}800$ N.kg^{-1} en conservant la même amplitude ?

3.4. Pourquoi une horloge à balancier ne convient-elle pas pour déterminer une longitude ?

3.5. En 1764, pour s'affranchir de cet inconvénient, John Harrison parvint à fabriquer une horloge utilisant un ressort spiral, qui après un voyage aller et retour entre Plymouth et La Barbade ne dériva pas de plus de 15 s en 156 jours.
Calculer la précision de cette horloge.

3.6. A quelle distance, en kilomètres, calculée sur le parallèle de Plymouth, correspondent les 15 s de dérive observées lors du voyage de John Harrison ? La latitude de Plymouth est de 50° nord.
On rappelle que la latitude λ d'un point P est l'angle entre le plan de l'équateur et la droite joignant P au centre de la Terre. Un parallèle est un cercle de rayon r à la surface de la Terre. Tous les points de ce cercle sont à la même latitude λ



Polynésie 09/2004 Exercice 2 OXYDO-REDUCTION (2,5 points)

Partie 1 : Oxydation directe d'un métal.

On introduit dans un bécher 20 mL d'une solution de sulfate de cuivre (II) à 0,20 $mol.L^{-1}$ et 20 mL d'une solution de sulfate de zinc (II) de même concentration.

On y plonge alors une lame de zinc et une lame de cuivre.

On observe : - la décoloration de la solution initialement bleue.
- un dépôt métallique sur la lame de zinc.

1.1. Écrire une équation de réaction associée à cette transformation.

1.2. Donner l'expression littérale du quotient de réaction $Q_{r,i}$ à l'état initial, puis faire l'application numérique.

1.3. Sachant que la constante d'équilibre K associée à la réaction

$$Cu^{2+}_{(aq)} + Zn_{(s)} = Cu_{(s)} + Zn^{2+}_{(aq)}$$

est égale à 10^{37}, montrer que le sens d'évolution prévu en appliquant le critère d'évolution correspond aux observations expérimentales.

Partie 2 : Application aux piles

On construit maintenant une pile cuivre - zinc en reliant, par un pont salin, un bécher contenant 20 mL de la solution de sulfate de cuivre (II) précédente dans laquelle plonge une lame de cuivre à un bécher contenant 20 mL de la solution de sulfate de zinc (II) précédente dans laquelle plonge une lame de zinc.

On réalise un circuit série comprenant cette pile, un conducteur ohmique de résistance 10 Ω et un milliampèremètre.

2.1. Quel est le rôle du pont salin ?

2.2. En appliquant le critère d'évolution, déterminer la polarité des électrodes.

2.3. Donner les équations des demi-réactions aux électrodes ainsi que l'équation de la réaction associée à la transformation qui a lieu dans la pile.

2.4. Symboliser cette pile et préciser le sens du courant dans le circuit extérieur.

2.5. La pile en fonctionnement constitue-t-elle un système dans l'état d'équilibre ou hors équilibre ? Justifier la réponse.

Polynésie 09/2004 Exercice 3 ESTERIFICATION (4 points)

On utilise en parfumerie des esters odorants en particulier le benzoate de méthyle de formule C_6H_5-COO-CH_3. On obtient celui-ci par une réaction d'estérification entre l'acide benzoïque et un alcool A en présence d'acide sulfurique.

Données :

Composés	**Masse molaire ($g.mol^{-1}$)**
Benzoate de méthyle	136
Acide benzoïque	122
Alcool A	32

Constante d'équilibre K associée à cette estérification K = 4

Les deux parties doivent être traitées dans l'ordre.

Partie 1

1.1. Donner le nom de l'alcool A
Donner la formule semi-développée de l'acide benzoïque.

1.2. Écrire l'équation de la réaction d'estérification.

Partie 2

Dans le cas d'une estérification qui serait réalisée à partir d'un mélange équimolaire de réactifs (0,20 mol d'alcool A et 0,20 mol d'acide benzoïque) :

2.1. Dresser le tableau d'avancement correspondant à cette transformation chimique.

2.2. Écrire l'expression littérale du quotient de réaction à l'équililibre $Q_{r,éq}$, donner sa valeur et en déduire la valeur de l'avancement $x_{éq}$ à l'équilibre.

2.3. Exprimer le taux d'avancement final τ de cette réaction puis le calculer.

2.4. Déterminer la composition du mélange final.

2.5. On réalise un nouveau mélange initial (0,50 mol d'alcool A et 0,20 mol d'acide benzoïque). Calculer la valeur de l'avancement $x'_{éq}$ à l'équilibre. On aura à résoudre une équation du second degré.

2.6. En déduire le taux d'avancement final
Que peut-on conclure de l'influence des proportions initiales des réactifs sur le déplacement de l'équilibre ?

Polynésie 09/2004 *Calculatrice autorisée* **(4 points)**

TITRE ALCALIMÉTRIQUE D' UNE EAU MINÉRALE

Les eaux minérales contiennent de nombreuses espèces chimiques dissoutes. Ces eux minérales sont particulièrement riches en ions « bicarbonate ». Ce nom désigne en fait les ions hydrogénocarbonate $HCO_3^-{}_{(aq)}$.

Données :

- Zone de virage de quelques indicateurs colorés :

Phénolphtaléine: Incolore | 8 | Rose pâle | 10 | Fuschia → pH

Vert de bromocrésol: Jaune | 3,8 | Vert | 5,4 | Bleu → pH

- Valeurs de quelques pKa de couples acido-basiques :

Pour le couple (H_3O^+ / H_2O) : $pKa_1 = 0$
Pour le couple (H_2O / HO^-) : $pKa_2 = 14$
Pour le couple (CO_2, H_2O / HCO_3^-) : $pKa_3 = 6,3$
Pour le couple (HCO_3^- / CO_3^{2-}) : $pKa_4 = 10,3$

- Masses molaires atomiques : M(H) = 1 g.mol^{-1} ; M(O) = 16 g.mol^{-1} ; M(C) = 12 g.mol^{-1} .

Pour effectuer le dosage alcalimétrique, on prélève V_1 = 50,0 mL d'eau minérale que l'on titre par une solution d'acide chlorhydrique de concentration Ca= 2,0×10^{-2} mol.L^{-1}. Un système d'acquisition permet de mesurer le pH au cours du dosage. On obtient ainsi la courbe donnant le pH en fonction de Va, volume d'acide versé, et celle de sa dérivée $\frac{dpH}{dVa}$ = f(Va). Ces courbes sont données en **annexe** (**à rendre avec la copie**).

1. Le titre alcalimétrique TA

La mesure du titre alcalimétrique TA permet de déterminer la concentration en ions carbonate $CO_3^{2-}{}_{(aq)}$. On donne la définition du TA : c'est le volume, exprimé en millilitres, de solution d'acide chlorhydrique de concentration Ca = 2,0×10^{-2} mol.L^{-1} en ions $H_3O^+{}_{(aq)}$ nécessaires pour doser les ions carbonate $CO_3^{2-}{}_{(aq)}$ dans 100 mL d'eau minérale en présence de phénolphtaléine.

1.1 En vous servant du diagramme donné en annexe,donner le pH de l'eau minérale.

1.2 Établir le diagramme de prédominance des espèces carbonatées. En déduire la forme prédominante de ces espèces dans cette eau minérale.

1.3 Quelle teinte prend la phénolphtaléine dans cette eau ?

1.4 Par ajout d'acide chlorhydrique, la phénolphtaléine changera-t-elle de couleur ? Peut-on déterminer par l'observation un volume équivalent ?

1.5 Justifier la valeur nulle du TA de cette eau minérale.

2. Le titre alcalimétrique complet TAC

Le titre alcalimétrique complet TAC est lié à la concentration totale en ions hydrogénocarbonate $HCO_{3\,(aq)}^{-}$ et carbonate $CO_{3\,(aq)}^{2-}$.

On donne la définition du TAC : c'est le volume, exprimé en millilitres, de solution d'acide chlorhydrique de concentration $Ca = 2{,}0\times10^{-2}$ mol.L^{-1} nécessaires pour doser 100 mL d'eau minérale en présence de vert de bromocrésol.

2.1. Ecrire l'équation de la réaction utilisée pour le titrage.

2.2. Calculer n_a la quantité d'ions $H_3O^+_{(aq)}$ introduite lorsque Va = 14,0 mL. Evaluer n'_a la quantité d'ions $H_3O^+_{(aq)}$ restant dans le volume total du mélange réactionnel. Justifier l'utilisation de cette réaction pour réaliser un dosage.

2.3. Déterminer les coordonnées du point d'équivalence.

2.4..Justifier le choix du vert de bromocrésol comme indicateur coloré.

2.5. Déterminer la concentration molaire C des ions hydrogénocarbonate dans cette eau minérale.

2.6. Déterminer la concentration massique T des ions hydrogénocarbonate dans cette eau minérale.

2.7. Déterminer le TAC de cette eau minérale.

ANNEXE

Titrage des ions hydrogénocarbonate contenus dans 50 mL d'eau minérale par l'acide chlorhydrique

