Matière et antimatière

Bac S 2011 Amérique du Nord (ancien programme) · Exercice 4 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1.1 Einstein a proposé la relation $E = m\,c^2$. Nommer les grandeurs qui y apparaissent et donner leur unité.

- E : énergie de masse d'une particule au repos, en joules (J) ;
- m : masse de cette particule, en kilogrammes (kg) ;
- c : célérité de la lumière dans le vide, en mètres par seconde ($\mathrm{m\cdot s^{-1}}$).

E en J, m en kg, c en $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$: la relation traduit l'équivalence entre masse et énergie.

PIÈGE
Avec une masse en unité de masse atomique ou une énergie en MeV, la relation ne s'applique pas directement : il faut d'abord revenir au kilogramme et au joule.

1.1.2 En s'appuyant sur cette relation, commenter la phrase en gras du texte (annihilation des particules et des antiparticules, univers rempli de rayonnement mais vide de matière).

Toute masse m correspond à une énergie $E = m\,c^2$. Lorsqu'une particule rencontre son antiparticule, les deux disparaissent : leur masse est entièrement convertie en énergie, emportée par des photons, donc par du rayonnement.

Si matière et antimatière avaient existé en quantités rigoureusement égales, chaque particule aurait trouvé une antiparticule avec laquelle s'annihiler.

Il ne resterait alors plus aucune masse, seulement l'énergie du rayonnement : un univers « rempli de rayonnement mais vide de matière ».

COMPRENDRE
L'énergie ne disparaît pas, elle change de forme : l'énergie de masse des particules devient énergie des photons. C'est la masse qui n'est pas conservée dans une réaction nucléaire.

1.2.1 Écrire l'équation de la réaction nucléaire entre un électron et un positon, qui produit deux photons γ de masse nulle.

L'électron porte la charge $-e$, le positon la charge $+e$; aucun des deux ne contient de nucléon ($A = 0$). Le photon n'a ni charge ni nucléon.

Conservation de la charge : $-1 + 1 = 0$; conservation du nombre de nucléons : $0 + 0 = 0$.

$$ {}^{0}_{-1}\mathrm{e} + {}^{0}_{1}\mathrm{e} \longrightarrow 2\,{}^{0}_{0}\gamma $$

PIÈGE
Écrire un seul photon, ou noter le positon ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$: la charge électrique ne serait plus conservée.

1.2.2 Calculer l'énergie libérée par la réaction entre un positon et un électron.

Données utiles $m_e = 9{,}109 \times 10^{-31}$ kg (électron et positon) ; $c = 2{,}998 \times 10^{8}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

Les photons ont une masse nulle : toute la masse initiale disparaît. La variation de masse est $\Delta m = 0 - (m_e + m_e) = -2\,m_e$.

L'énergie libérée est $E_{\text{lib}} = |\Delta m|\,c^2 = 2\,m_e\,c^2$.

$$E_{\text{lib}} = 2 \times 9{,}109 \times 10^{-31} \times (2{,}998 \times 10^{8})^2$$

$$E_{\text{lib}} = 1{,}637 \times 10^{-13}\ \mathrm{J}$$

PIÈGE
Ne compter qu'une seule masse : l'électron et le positon disparaissent tous les deux.

COMPRENDRE
Quatre chiffres significatifs, comme m_e et c. La variation d'énergie du système est $\Delta E = \Delta m\,c^2 = -1{,}637 \times 10^{-13}$ J : le signe moins indique que le système cède cette énergie à l'extérieur.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$2 \times 9.109 \times 10^{-31} \times (2.998 \times 10^{8})^{2} \approx 1.637435 \times 10^{-13}$

1.2.3 En déduire l'énergie créée lors de l'éruption solaire de juillet 2002 et la comparer à la consommation journalière moyenne d'énergie électrique française.

Données utiles masse d'antimatière créée : $m = 0{,}5$ kg ; $E_{\text{lib}} = 1{,}637 \times 10^{-13}$ J (1.2.2) ; $1\ \text{W}\cdot\text{h} = 3600$ J ; consommation journalière : 1200 GW·h

Le demi-kilogramme d'antimatière est formé de positons. Leur nombre est $N = \dfrac{m}{m_e} = \dfrac{0{,}5}{9{,}109 \times 10^{-31}} = 5{,}489 \times 10^{29}$.

Chaque positon s'annihile avec un électron en libérant E_{lib} :

$$E = N \times E_{\text{lib}} = 5{,}489 \times 10^{29} \times 1{,}637 \times 10^{-13} = 8{,}99 \times 10^{16}\ \text{J}$$

Conversion : $E = \dfrac{8{,}99 \times 10^{16}}{3600} = 2{,}50 \times 10^{13}\ \text{W}\cdot\text{h} = 2{,}50 \times 10^{4}\ \text{GW}\cdot\text{h}$.

Comparaison : $\dfrac{2{,}50 \times 10^{4}}{1200} \approx 21$.

$E \approx 9 \times 10^{16}$ J $\approx 2{,}5 \times 10^{4}$ GW · h, soit environ 21 jours de consommation électrique française : le texte (« plusieurs jours » pour un grand pays) est confirmé.

PIÈGE
« Un demi-kilogramme » n'est connu qu'à un chiffre significatif : annoncer $8{,}988 \times 10^{16}$ J n'a pas de sens, un ordre de grandeur (une vingtaine de jours) suffit.

COMPRENDRE
$E = N \times 2\,m_e\,c^2 = 2\,m\,c^2$: le demi-kilogramme d'antimatière s'annihile avec un demi-kilogramme de matière, c'est un kilogramme entier qui est converti en énergie.

MÉTHODE
Préfixe giga : $1\ \text{GW}\cdot\text{h} = 10^{9}\ \text{W}\cdot\text{h}$. Convertir d'abord les joules en W·h (diviser par 3600), puis en GW·h (diviser par 10^{9}).

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{0.5}{9.109 \times 10^{-31}} \approx 5.489077 \times 10^{29}$

$\dfrac{0.5}{9.109 \times 10^{-31}} \times 1.637 \times 10^{-13} \approx 8.985619 \times 10^{16}$

$\dfrac{8.99 \times 10^{16}}{3600} \approx 2.497222 \times 10^{13}$

$\dfrac{2.50 \times 10^{4}}{1200} \approx 20.83333$

2.1.1 Qu'appelle-t-on « particule alpha » ?

Une particule alpha est un noyau d'hélium 4, noté $^{4}_{2}\text{He}$: il contient 2 protons et 2 neutrons.

PIÈGE
Répondre « un atome d'hélium » : la particule alpha est le noyau seul, de charge $+2e$.

2.1.2 En appliquant les lois de conservation, écrire l'équation de la réaction 1 avec les symboles des noyaux et des particules mis en jeu.

Données utiles ${}_{13}\mathrm{Al}$; ${}_{15}\mathrm{P}$; aluminium 27 ; phosphore 30

Réactifs : ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ et ${}^{27}_{13}\mathrm{Al}$; produits : ${}^{30}_{15}\mathrm{P}$ et un neutron ${}^{1}_{0}\mathrm{n}$.

Conservation du nombre de nucléons : $4 + 27 = 30 + 1 = 31$.

Conservation de la charge électrique : $2 + 13 = 15 + 0 = 15$.

$${}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{27}_{13}\mathrm{Al} \longrightarrow {}^{30}_{15}\mathrm{P} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$$

MÉTHODE
Lois de Soddy : dans une équation nucléaire, la somme des nombres de masse A et la somme des nombres de charge Z sont les mêmes de chaque côté de la flèche. On les vérifie toujours explicitement.

2.1.3 Donner l'expression de la variation d'énergie de la réaction 1.

La variation d'énergie est le produit de la variation de masse par c^2, la variation de masse étant « masse des produits moins masse des réactifs ».

$$\Delta E = [\, m(\mathrm{P}) + m(\mathrm{n}) - m(\mathrm{He}) - m(\mathrm{Al}) \,]\, c^2$$

PIÈGE
Inverser l'ordre (réactifs moins produits) change le signe de ΔE et fausse la conclusion de la question suivante.

2.1.4 Calculer la valeur de cette variation d'énergie en MeV. La réaction provoque-t-elle une perte ou un gain de masse ?

Données utiles $m(\mathrm{P}) = 29{,}970\,1$ u ; $m(\mathrm{Al}) = 26{,}974\,4$ u ; $m(\mathrm{He}) = 4{,}001\,50$ u ; $m(\mathrm{n}) = 1{,}008\,66$ u ; 1 u correspond à 931,5 MeV

Variation de masse :

$$\Delta m = 29{,}970\,1 + 1{,}008\,66 - 4{,}001\,50 - 26{,}974\,4 = 2{,}86 \times 10^{-3}\ \mathrm{u}$$

Une masse de 1 u correspond à 931,5 MeV, donc $\Delta E = 2{,}86 \times 10^{-3} \times 931{,}5 = 2{,}66\ \mathrm{MeV}$.

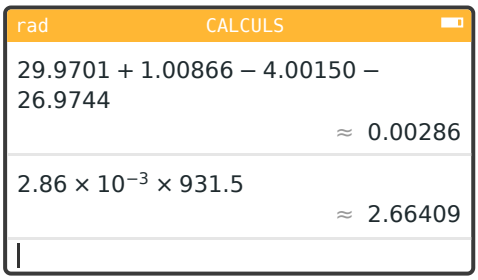
$\Delta m > 0$: la masse des produits est supérieure à celle des réactifs.

$\Delta E \approx 2{,}7\ \mathrm{MeV}$; la réaction s'accompagne d'un **gain de masse**.

COMPRENDRE
Deux masses ne sont données qu'à 10^{-4} u près : la différence $0{,}002\,86$ u n'a guère que deux chiffres fiables, d'où 2,7 MeV. Une valeur de 2,66 MeV est aussi acceptée.

COMPRENDRE
$\Delta E > 0$: le système doit recevoir de l'énergie. Elle est apportée par l'énergie cinétique des particules alpha, d'où la nécessité du bombardement.

À LA CALCULATRICE



2.2.1 En appliquant les lois de conservation, écrire l'équation de désintégration du phosphore 30 (réaction 2). De quel type de désintégration s'agit-il ?

Données utiles ${}_{14}\mathrm{Si}$; ${}_{15}\mathrm{P}$

Le phosphore 30 émet un positon ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$ et donne un noyau de silicium ${}^{A}_{14}\mathrm{Si}$.

Conservation du nombre de nucléons : $30 = A + 0$, donc $A = 30$.

Conservation de la charge électrique : $15 = 14 + 1$, vérifiée.

${}^{30}_{15}\mathrm{P} \longrightarrow {}^{30}_{14}\mathrm{Si} + {}^{0}_{1}\mathrm{e}$: c'est une désintégration β^+.

COMPRENDRE
Le nombre de nucléons reste 30 mais Z diminue d'une unité : dans le noyau, un proton s'est transformé en neutron en émettant le positon.

2.2.2 Cette réaction est-elle spontanée ou provoquée ? Justifier sans calcul si elle provoque une perte ou un gain de masse.

Le phosphore 30 est radioactif : son noyau, instable, se désintègre seul, sans intervention extérieure. La réaction 2 est donc **spontanée**, alors que la réaction 1 était provoquée par le bombardement.

Une réaction nucléaire spontanée libère de l'énergie vers l'extérieur : $\Delta E < 0$. Comme $\Delta E = \Delta m\, c^2$, on a $\Delta m < 0$.

Réaction spontanée, qui s'accompagne d'une **perte de masse** : la masse des produits est inférieure à celle du noyau de phosphore 30.

MÉTHODE
Perte de masse : énergie libérée, réaction possible spontanément. Gain de masse : énergie à fournir, réaction nécessairement provoquée (cas de la réaction 1).

3.1 Définir l'activité $A(t)$ d'un échantillon radioactif, puis donner l'expression de la loi de décroissance radioactive pour l'activité en expliquant chaque terme.

L'activité $A(t)$ d'un échantillon est le nombre moyen de désintégrations qui s'y produisent par seconde à la date t. Elle s'exprime en becquerels (1 Bq = 1 désintégration par seconde).

Loi de décroissance : $A(t) = A_0\, e^{-\lambda t}$, avec :

- A_0 : activité de l'échantillon à la date $t = 0$, en Bq ;
- λ : constante radioactive du noyau, en s^{-1} ;
- t : date, en s.

$$A(t) = A_0\, e^{-\lambda t}$$

COMPRENDRE
L'activité est proportionnelle au nombre $N(t)$ de noyaux encore présents : $A(t) = \lambda\, N(t)$. Elle suit donc la même loi exponentielle que $N(t)$.

3.2 Définir le temps de demi-vie $t_{1/2}$ et montrer que $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$, λ étant la constante de désintégration.

Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents s'est désintégrée. L'activité est alors elle aussi divisée par deux :

$$A(t_{1/2}) = \frac{A_0}{2} \quad \text{soit} \quad A_0\, e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{A_0}{2} \quad \text{donc} \quad e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

En prenant le logarithme népérien : $-\lambda\, t_{1/2} = \ln \dfrac{1}{2} = -\ln 2$.

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

PIÈGE
La demi-vie n'est pas la moitié de la durée de vie de l'échantillon : au bout de $2\, t_{1/2}$, il reste encore un quart des noyaux.

3.3 Exprimer t_1 en fonction de A_0, A_1 et $t_{1/2}$, puis calculer sa valeur.

Données utiles $A_0 = 7{,}2 \times 10^{13}$ Bq ; $A_1 = 9{,}0 \times 10^{12}$ Bq ; $t_{1/2} = 156$ s

À la date t_1 : $A_1 = A_0\, e^{-\lambda t_1}$, donc $e^{-\lambda t_1} = \dfrac{A_1}{A_0}$ et $\lambda\, t_1 = \ln \dfrac{A_0}{A_1}$.

Avec $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$ (3.2) :

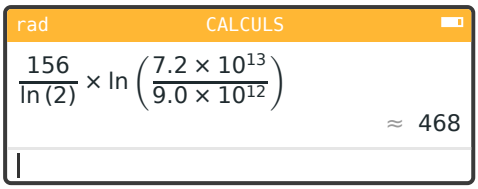
$$t_1 = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln \frac{A_0}{A_1} = \frac{156}{\ln 2} \times \ln \frac{7{,}2 \times 10^{13}}{9{,}0 \times 10^{12}}$$

$$t_1 = 468 \text{ s} \approx 4{,}7 \times 10^2 \text{ s}$$

PIÈGE
Écrire $\ln \dfrac{A_1}{A_0}$ donne une date négative. Vérifier que le rapport placé dans le logarithme est supérieur à 1.

COMPRENDRE
Les activités sont données avec deux chiffres significatifs : en toute rigueur $t_1 \approx 4{,}7 \times 10^2$ s, soit un peu moins de 8 minutes.

À LA CALCULATRICE



3.4 Montrer que l'on aurait pu trouver ce résultat facilement en calculant le rapport de A_0 sur A_1.

Données utiles $A_0 = 7{,}2 \times 10^{13}$ Bq ; $A_1 = 9{,}0 \times 10^{12}$ Bq ; $t_{1/2} = 156$ s

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{7{,}2 \times 10^{13}}{9{,}0 \times 10^{12}} = 8{,}0 = 2^3$$

L'activité a été divisée par 8. Or elle est divisée par 2 à chaque demi-vie : par 2 après $t_{1/2}$, par 4 après $2\,t_{1/2}$, par 8 après $3\,t_{1/2}$.

$t_1 = 3\,t_{1/2} = 3 \times 156 = 468$ s : on retrouve la valeur de la question 3.3.

MÉTHODE

Après n demi-vies, l'activité est divisée par 2^n. Quand le rapport A_0/A est une puissance de 2, la date se lit sans logarithme : $t = n\,t_{1/2}$.

À LA CALCULATRICE

