Corrigé complet — Bac S 2005 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**

Ex 1	**A quoi est due la couleur des fleurs d'hortensias** Acide et base de Brönsted · Couples acide/base · Constante d'acidité et pKa · Produit ionique de l'eau · Diagramme de prédominance · Espèce amphotère	2,5 pts	26 min	10 questions	p. 2
Ex 2	**La menthe poivrée** Synthèse d'un ester · Quotient de réaction et constante d'équilibre · Tableau d'avancement et rendement · Facteurs cinétiques · Vitesse volumique de réaction · Titrage acido-basique	4 pts	52 min	14 questions	p. 5
Ex 3	**Une équation au service des sciences physiques** Circuit RL et constante de temps · Équation différentielle du premier ordre · Chute verticale dans un fluide · Poussée d'Archimède · Décroissance radioactive · Méthode d'Euler	9,5 pts	1 h 57	24 questions	p. 10
Ex 4	**Spécialité : Séparation des éléments fer et cuivre présents dans une même solution** Quotient de réaction et constante d'équilibre · Critère d'évolution spontanée · Produit ionique de l'eau et pH · Précipitation d'un hydroxyde métallique · Oxydoréduction · Séparation par filtration	4 pts	52 min	14 questions	p. 18

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

A quoi est due la couleur des fleurs d'hortensias

Bac S 2005 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme) · Exercice 1 **2,5 points** **Durée conseillée 26 min**

1.1 Donner la définition d'un acide selon Brönsted.

Un acide de Brönsted est une espèce chimique susceptible de **céder un ion hydrogène** H^+ (un proton).

COMPRENDRE
Une base est, à l'inverse, une espèce capable de capter un ion H^+. Acide et base d'un même couple ne diffèrent que par cet ion H^+.

1.2 Préciser, dans chacun des deux couples, la forme acide et la forme basique.

Données utiles couples H_2A^+/HA et HA/A^-

Un couple s'écrit acide/base ; l'acide est l'espèce qui porte l'ion H^+ en plus.

Couple H_2A^+/HA : acide H_2A^+, base HA.

Couple HA/A^- : acide HA, base A^-.

H_2A^+ et HA sont les formes acides ; HA et A^- sont les formes basiques.

COMPRENDRE
HA est la base du premier couple et l'acide du second : c'est une espèce amphotère (un ampholyte), comme l'eau.

2.1 Écrire l'équation de la réaction de HA en tant qu'acide avec l'eau.

HA cède un ion H^+ à l'eau, qui joue le rôle de base (couple H_3O^+/H_2O).

$$HA\,(aq) + H_2O\,(l) \rightleftharpoons A^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq)$$

PIÈGE
Vérifier la conservation des éléments et de la charge : zéro à gauche, $(-1)+(+1)=0$ à droite. Ne pas faire apparaître HO^- ici : l'eau reçoit le proton.

2.2 Donner l'expression de la constante d'équilibre de cette réaction, son nom et sa valeur.

Données utiles $pK_{a2} = 7$

$$K = \frac{[A^-]_{éq} \times [H_3O^+]_{éq}}{[HA]_{éq}}$$

C'est la **constante d'acidité** du couple HA/A^-, notée K_{a2}.

$K_{a2} = 10^{-pK_{a2}} = 10^{-7}$

$$K = K_{a2} = 10^{-7}$$

PIÈGE
L'eau est le solvant : elle ne figure pas dans l'expression de K. Le pK_a à utiliser est celui du couple où HA est l'acide, donc 7 et non 4,3.

COMPRENDRE
Dans l'écriture actuelle, chaque concentration est divisée par $c^\circ = 1\ mol \cdot L^{-1}$: K est sans unité et sa valeur numérique est la même.

2.3 À partir de l'expression de K, exprimer littéralement puis calculer le rapport $\frac{[A^-]_{éq}}{[HA]_{éq}}$.

Données utiles $pH = 10$; $K_{a2} = 10^{-7}$ (2.2)

On isole le rapport dans l'expression de K_{a2}, avec $[H_3O^+]_{éq} = 10^{-pH}$:

$$\frac{[A^-]_{éq}}{[HA]_{éq}} = \frac{K_{a2}}{[H_3O^+]_{éq}} = \frac{10^{-pK_{a2}}}{10^{-pH}} = 10^{pH-pK_{a2}}$$

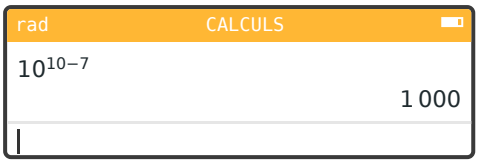
Application numérique : $10^{10-7} = 10^3$

$$\frac{[A^-]_{éq}}{[HA]_{éq}} = 10^{pH-pK_{a2}} = 10^3$$

COMPRENDRE
Le pH et le pK_{a2} sont donnés sans décimale : le résultat est un ordre de grandeur, 10^3, qu'il serait abusif d'écrire avec plusieurs chiffres significatifs.

MÉTHODE
Cette relation équivaut à $pH = pK_a + \log\frac{[base]}{[acide]}$: un écart de 3 unités entre pH et pK_a correspond à un facteur 10^3 entre les concentrations.

À LA CALCULATRICE



2.4 En déduire l'espèce prédominante et conclure sur la couleur de la solution.

Données utiles rapport égal à 10^3 (2.3) ; A^- est bleue

$[A^-]_{éq} = 10^3 \times [HA]_{éq}$, donc $[A^-]_{éq} > [HA]_{éq}$: la base A^- prédomine sur HA.

L'espèce prédominante est A^- : la solution est **bleue**.

COMPRENDRE
On retrouve la règle générale : lorsque $pH > pK_a$, la forme basique du couple prédomine. Ici A^- est mille fois plus concentrée que HA, dont la teinte violette est donc imperceptible.

3.1 Écrire l'équation de la réaction de HA en tant que base avec l'eau.

HA capte un ion H^+ cédé par l'eau, qui joue le rôle d'acide (couple H_2O/HO^-).

$$HA\,(aq) + H_2O\,(l) \rightleftharpoons H_2A^+\,(aq) + HO^-\,(aq)$$

PIÈGE
Écrire H_3O^+ parmi les produits. Quand l'eau cède un proton, elle devient l'ion hydroxyde HO^-.

3.2 Donner l'expression de la constante d'équilibre K' de cette réaction. Quelle est la relation entre K_{a1} et K' ?

Données utiles $pK_{a1} = 4{,}3$; $pK_e = 14$

$$K' = \frac{[H_2A^+]_{éq} \times [HO^-]_{éq}}{[HA]_{éq}}$$

K_{a1} est associée à la réaction $H_2A^+\,(aq) + H_2O\,(l) \rightleftharpoons HA\,(aq) + H_3O^+\,(aq)$:

$$K_{a1} = \frac{[HA]_{éq} \times [H_3O^+]_{éq}}{[H_2A^+]_{éq}}$$

En multipliant, les concentrations de HA et de H_2A^+ se simplifient :

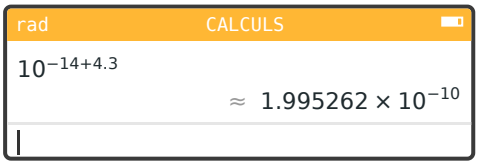
$K' \times K_{a1} = [H_3O^+]_{éq} \times [HO^-]_{éq} = K_e$

$$K' = \frac{K_e}{K_{a1}}$$

COMPRENDRE
Numériquement, $K' = 10^{-14+4{,}3} = 10^{-9{,}7} \approx 2 \times 10^{-10}$: la réaction de HA en tant que base avec l'eau est très limitée.

MÉTHODE
Pour relier deux constantes, écrire les deux expressions puis en faire le produit ou le quotient : les concentrations communes s'éliminent et il reste souvent $K_e = [H_3O^+]_{éq} \times [HO^-]_{éq}$.

À LA CALCULATRICE



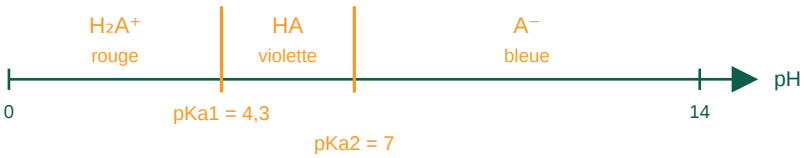
4.1 Placer sur un diagramme les domaines de prédominance des espèces H_2A^+, HA et A^- suivant les valeurs du pH.

Données utiles $pK_{a1} = 4{,}3$; $pK_{a2} = 7$

Pour chaque couple, l'acide prédomine si $pH < pK_a$ et la base si $pH > pK_a$. Sur un axe gradué en pH, les frontières sont donc $pK_{a1} = 4{,}3$ et $pK_{a2} = 7$.

$pH < 4{,}3$: H_2A^+ (rouge) ; $4{,}3 < pH < 7$: HA (violette) ; $pH > 7$: A^- (bleue).

PIÈGE
Inverser l'ordre des espèces. La forme la plus acide, H_2A^+, se place du côté des pH faibles ; la plus basique, A^-, du côté des pH élevés.



4.1 · Diagramme de prédominance des trois espèces

4.2 Pourquoi les fleurs d'hortensias peuvent-elles changer de couleur suivant la nature du sol ?

Selon sa nature, le sol est plus ou moins acide : il fixe le pH de l'eau puisée par la plante, donc celui du milieu où se trouve le pigment dans les pétales.

Or l'espèce prédominante du pigment, et donc la couleur, dépend du pH (4.1).

La couleur change avec le sol car le pH qu'il impose détermine la forme prédominante du pigment : H_2A^+ rouge, HA violette ou A^- bleue.

COMPRENDRE
Le pigment se comporte comme un indicateur coloré acido-basique : ses formes acide et basique n'ont pas la même couleur, et la teinte observée renseigne sur le pH du milieu.

La menthe poivrée

Bac S 2005 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 À quelle famille chimique appartient le menthol ?

La molécule de menthol porte un groupe hydroxyle $-\mathrm{OH}$ lié à un atome de carbone tétraédrique.

Le menthol appartient à la famille des **alcools**.

COMPRENDRE
Le carbone qui porte $-\mathrm{OH}$ est lié à deux autres atomes de carbone : c'est un alcool secondaire. Cette précision n'est pas exigée ici.

1.2 Donner le nom et la formule semi-développée de l'acide carboxylique qui, avec le menthol, permet de synthétiser l'éthanoate de menthyle.

Le nom de l'ester commence par « éthanoate » : la chaîne carbonée de l'acide comporte deux atomes de carbone.

Acide éthanoïque : $\mathrm{CH_3-COOH}$, soit $\mathrm{CH_3-C(=O)-OH}$ en détaillant le groupe carboxyle.

MÉTHODE
Dans le nom d'un ester, le premier mot (terminaison « -oate ») vient de l'acide carboxylique, le second (terminaison « -yle ») vient de l'alcool.

1.3 À l'aide des formules semi-développées (simplifiée pour le menthol), écrire l'équation de la réaction de synthèse de l'ester.

L'acide carboxylique réagit avec l'alcool pour donner l'ester et de l'eau :

$$\mathrm{CH_3-COOH + R-OH = CH_3-COO-R + H_2O}$$

PIÈGE
Oublier la molécule d'eau parmi les produits, ou écrire l'ester $\mathrm{R-COO-CH_3}$: le groupe R du menthol se fixe sur l'atome d'oxygène, pas sur le carbone.

1.4 On mélange à l'instant initial l'acide carboxylique et le menthol. Donner l'expression du quotient de réaction Q_r et calculer sa valeur à l'instant initial.

Données utiles $n_i(\text{acide}) = 0{,}10$ mol ; $n_i(\text{menthol}) = 0{,}10$ mol

L'eau n'est pas le solvant : elle figure dans le quotient de réaction, comme les trois autres espèces.

$$Q_r = \frac{[\mathrm{CH_3COOR}]\,[\mathrm{H_2O}]}{[\mathrm{CH_3COOH}]\,[\mathrm{ROH}]}$$

À l'instant initial, le mélange ne contient ni ester ni eau : $[\mathrm{CH_3COOR}]_i = [\mathrm{H_2O}]_i = 0$.

$Q_{r,i} = 0$

PIÈGE
Retirer l'eau de l'expression par habitude des solutions aqueuses. Ici l'eau est un produit présent en quantité comparable aux autres espèces : sa concentration doit apparaître.

1.5 La constante d'équilibre K de cette réaction vaut 2,3 à 70 °C. Quel est le sens d'évolution spontanée du système ?

Données utiles $K = 2{,}3$; $Q_{r,i} = 0$ (1.4)

On compare le quotient de réaction initial à la constante d'équilibre : $Q_{r,i} = 0 < K = 2{,}3$.

Le quotient de réaction doit augmenter jusqu'à atteindre K.

Le système évolue spontanément dans le **sens direct** : il se forme de l'ester et de l'eau.

MÉTHODE
Critère d'évolution : si $Q_r < K$, sens direct ; si $Q_r > K$, sens inverse ; si $Q_r = K$, le système est à l'équilibre et n'évolue plus.

2.1 Pourquoi faut-il placer les tubes à essais dans la glace avant le titrage ? Justifier.

La température est un facteur cinétique : en refroidissant brutalement le tube, on ralentit très fortement l'estérification (c'est une trempe).

La composition du mélange reste alors pratiquement celle de l'instant où le tube a été sorti du bain-marie.

La trempe **fige le système** : le titrage donne la quantité d'acide restant à la date du prélèvement.

COMPRENDRE
Sans trempe, la réaction se poursuivrait pendant le titrage et la quantité d'acide mesurée ne correspondrait à aucune date précise.

2.2 Écrire, à l'aide des formules semi-développées, l'équation de la réaction support du titrage de l'acide carboxylique par la solution d'hydroxyde de sodium.

L'acide éthanoïque cède un ion H^+ à l'ion hydroxyde (réaction acide-base) :

$$CH_3-COOH + HO^- \longrightarrow CH_3-COO^- + H_2O$$

PIÈGE
Faire figurer Na^+ dans l'équation : c'est un ion spectateur. Vérifier aussi la conservation de la charge : une charge négative de chaque côté.

3.1 Compléter le tableau d'avancement de la réaction écrite en 1.3 (annexe à rendre avec la copie) et déterminer x_{max}.

Données utiles $n_i(\text{acide}) = n_i(\text{menthol}) = 0{,}10$ mol

Le tableau complété figure ci-dessous. Tous les nombres stœchiométriques valent 1.

Si la transformation était totale, le réactif limitant serait entièrement consommé. Le mélange initial est stœchiométrique, donc les deux réactifs disparaîtraient ensemble :

$0{,}10 - x_{max} = 0$

$x_{max} = 0{,}10$ mol

PIÈGE
Écrire « excès » ou « solvant » dans la colonne de l'eau. Il n'y a pas d'eau au départ : sa quantité vaut 0, puis x.

Équation		CH_3–COOH +	ROH =	CH_3–COOR +	H_2O
État	Avancement	Quantités de matière (mol)			
Initial	0	0,10	0,10	0	0
Intermédiaire	x	0,10 – x	0,10 – x	x	x
Final	x_f	0,10 – x_f	0,10 – x_f	x_f	x_f

3.1 · Tableau d'avancement de l'annexe, complété (en orange)

3.2 À l'aide de la courbe du graphique A, calculer le rendement de la réaction. Conclure.

Données utiles $x_{max} = 0{,}10$ mol (3.1)

Sur le graphique A, la courbe atteint un palier : la quantité d'ester formée n'évolue plus et vaut $x_f = 0{,}060$ mol.

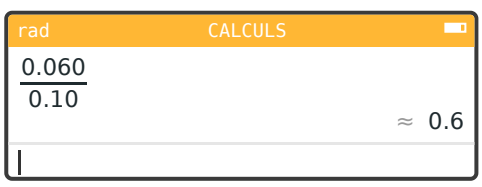
Le rendement est le rapport de la quantité d'ester obtenue à la quantité maximale attendue :

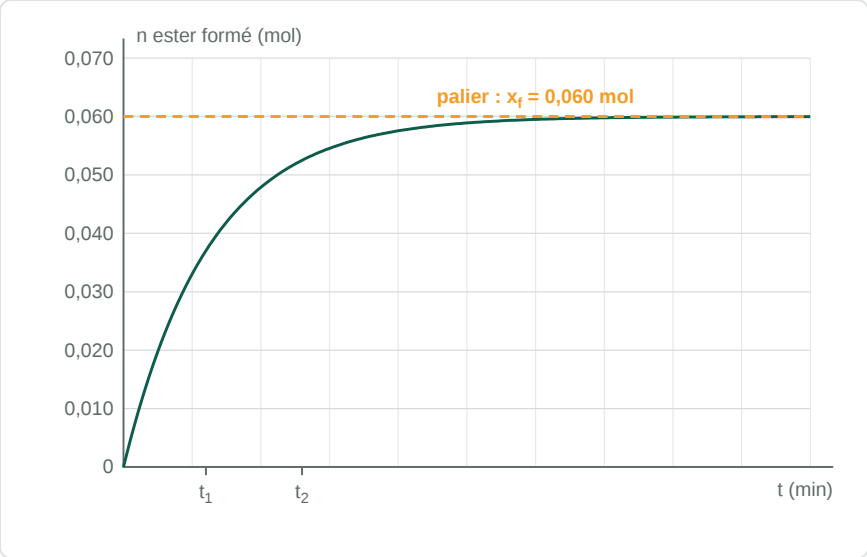
$$\eta = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{0{,}060}{0{,}10} = 0{,}60$$

$\eta = 60\ \%$: le rendement est inférieur à 100 %, la transformation est **limitée** (non totale).

COMPRENDRE
Les données ont deux chiffres significatifs (0,10 mol ; 0,060 mol) : le résultat s'écrit 0,60, soit 60 %.

À LA CALCULATRICE





3.2 · Graphique A : lecture de la quantité finale d'ester

3.3 Exprimer le quotient de réaction à l'équilibre en fonction de l'avancement final x_f et des quantités de matière initiales.

En notant V le volume du mélange, la ligne « état final » du tableau donne :

$[CH_3COOR]_{éq} = [H_2O]_{éq} = \dfrac{x_f}{V}$ et $[CH_3COOH]_{éq} = [ROH]_{éq} = \dfrac{0{,}10 - x_f}{V}$

$$Q_{r,éq} = \frac{\frac{x_f}{V} \times \frac{x_f}{V}}{\frac{0{,}10 - x_f}{V} \times \frac{0{,}10 - x_f}{V}}$$

Les volumes se simplifient :

$$Q_{r,éq} = \frac{x_f^2}{(0{,}10 - x_f)^2}$$

COMPRENDRE
Le volume disparaît parce qu'il y a autant d'espèces au numérateur qu'au dénominateur. C'est ce qui permet de calculer K sans connaître V.

3.4 À l'aide de la valeur expérimentale de x_f, déterminer la valeur de la constante d'équilibre K. Est-elle cohérente avec celle fournie dans la partie 1 ?

Données utiles $x_f = 0{,}060$ mol (3.2) ; $K = 2{,}3$ à 70 °C (partie 1)

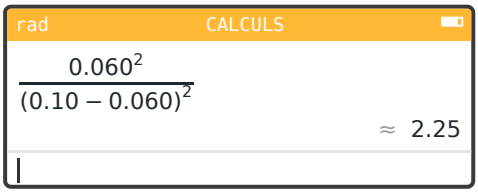
À l'équilibre, $K = Q_{r,éq}$:

$$K = \frac{x_f^2}{(0{,}10 - x_f)^2} = \frac{0{,}060^2}{(0{,}10 - 0{,}060)^2} = 2{,}25$$

$K \approx 2{,}3$ avec deux chiffres significatifs : valeur **cohérente** avec celle de la partie 1.

PIÈGE
Oublier le carré au dénominateur, ou diviser par x_{max} au lieu de $0{,}10 - x_f$: on trouverait 1,5 ou 0,36.

À LA CALCULATRICE



3.5 Comment évaluer graphiquement la vitesse de la réaction ?

La vitesse volumique de réaction à la date t est $v = \frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$, avec V le volume (constant) du mélange.

D'après le tableau d'avancement, $n_{\text{ester formé}} = x$, donc $v = \frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}n_{\text{ester formé}}}{\mathrm{d}t}$.

Or $\frac{\mathrm{d}n_{\text{ester formé}}}{\mathrm{d}t}$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe à la date t.

On trace la **tangente** à la courbe à la date t, on calcule son coefficient directeur, puis on le divise par V.

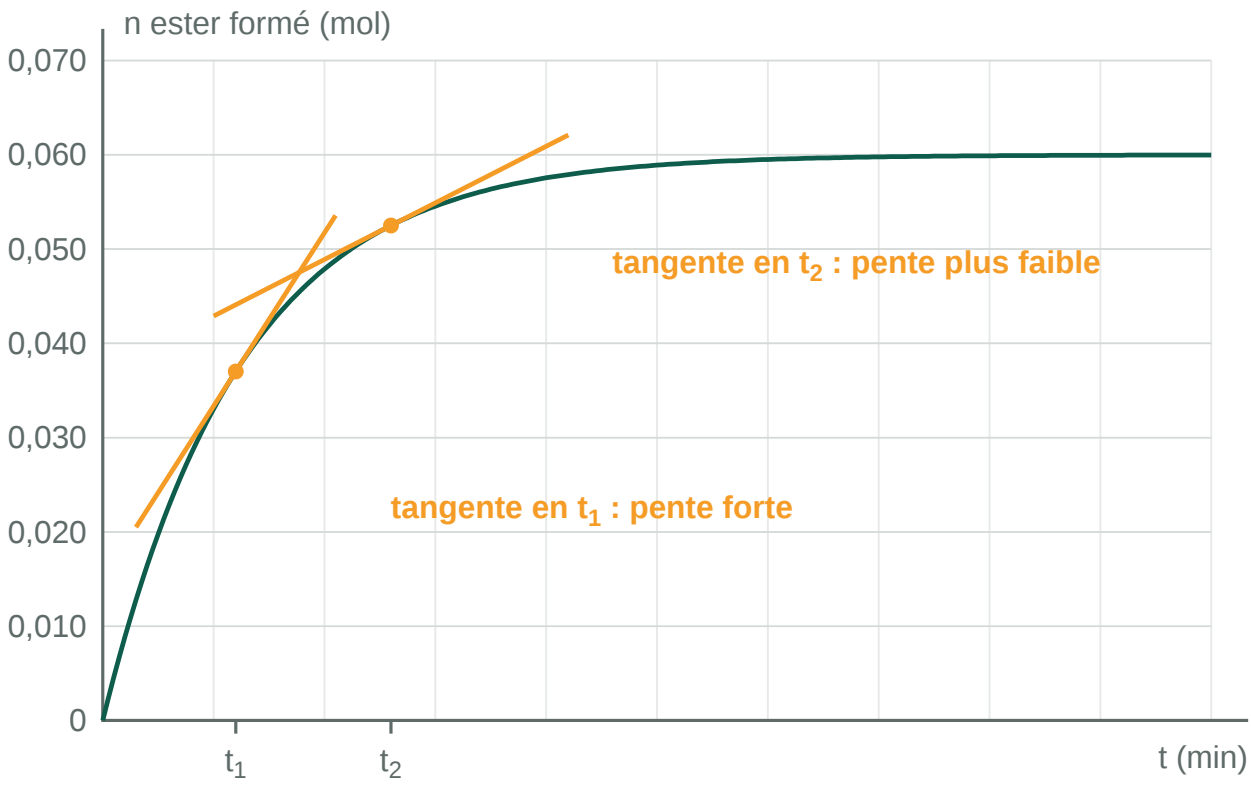
MÉTHODE
Pour le coefficient directeur, choisir deux points éloignés sur la tangente (pas sur la courbe) et calculer $\frac{n_B - n_A}{t_B - t_A}$.

3.6 Comparer les vitesses v_1 (à $t = t_1$) et v_2 (à $t = t_2$) et justifier l'évolution de la vitesse de la réaction au cours du temps.

La tangente à la courbe est plus inclinée à la date t_1 qu'à la date t_2 : son coefficient directeur est plus grand en t_1.

$v_1 > v_2$: la vitesse de la réaction **diminue** au cours du temps.

Justification : la concentration des réactifs est un facteur cinétique. Les réactifs sont consommés, leur concentration diminue, donc la vitesse diminue. Elle s'annule lorsque l'équilibre est atteint (tangente horizontale).



3.6 · Graphique A : tangentes à la courbe aux dates t_1 et t_2

4 Attribuer, en justifiant, les courbes a, b et c du graphique B aux expériences 1, 2 et 3.

Données utiles expérience 1 : 0,10 mol d'acide, 0,10 mol de menthol, 70 °C ; expérience 2 : mêmes quantités, 20 °C ; expérience 3 : 0,20 mol d'acide, 0,10 mol de menthol, 70 °C

Expériences 1 et 2 : mêmes quantités initiales, seule la température change. La température est un facteur cinétique : à 20 °C la réaction est plus lente qu'à 70 °C. La courbe c, de pente la plus faible et qui n'a pas encore atteint son palier, correspond à l'expérience 2.

Expériences 1 et 3 : même température, mais l'acide est en excès dans l'expérience 3. La concentration initiale en réactif est plus grande : la vitesse initiale est plus élevée (tangente à l'origine plus inclinée). De plus, l'excès d'un réactif augmente la quantité d'ester formée à l'équilibre : le palier est plus haut. C'est la courbe a.

La courbe b, intermédiaire, correspond donc à l'expérience 1.

Courbe a : expérience 3 ; courbe b : expérience 1 ; courbe c : expérience 2.

COMPRENDRE

La température modifie la durée nécessaire pour atteindre l'équilibre, très peu sa composition pour une estérification : les courbes b et c tendent vers la même limite.

MÉTHODE

Comparer les expériences deux à deux, en ne faisant varier qu'un seul paramètre à la fois, et regarder deux choses : la pente à l'origine (cinétique) et la hauteur du palier (état final).

Une équation au service des sciences physiques

Bac S 2005 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **9,5 points** **Durée conseillée 1 h 57**

1.1 Partie A (circuit électrique). Évaluer graphiquement la durée du régime transitoire.

Sur le graphique 1, l'intensité croît puis se stabilise à $0{,}25$ A. Le palier est atteint vers $t = 0{,}25$ s.

Durée du régime transitoire : $\Delta t \approx 0{,}25$ s

COMPRENDRE
Ancien programme : la bobine et le circuit RL ne figurent plus dans la spécialité actuelle. La démarche (équation différentielle du premier ordre, constante de temps) reste celle du circuit RC.

1.2.1 Partie A. Donner l'expression littérale de la constante de temps τ du dipôle {bobine-conducteur ohmique}.

La résistance totale du circuit est $R + r$, car la bobine est résistive.

$$\tau = \frac{L}{R + r}$$

PIÈGE
Écrire $\tau = L/R$: la résistance r de la bobine ($11{,}8\ \Omega$) est aussi grande que R, on ne peut pas l'oublier.

1.2.2 Partie A. En déduire l'expression de l'inductance L de la bobine et calculer sa valeur (attendue entre 0,95 H et 1,20 H).

Données utiles $R = 12\ \Omega$; $r = 11{,}8\ \Omega$; graphique 1

$L = \tau\,(R + r)$: il faut mesurer τ sur le graphique 1.

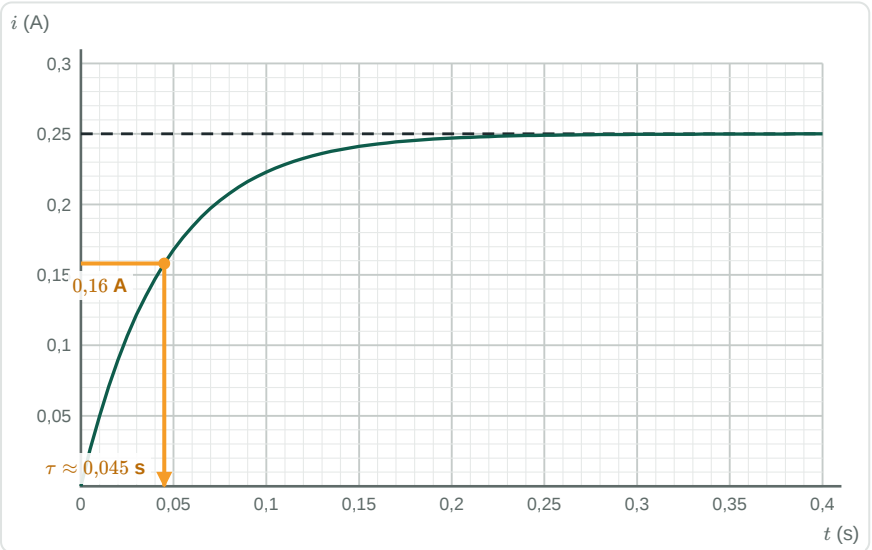
À $t = \tau$, l'intensité vaut 63 % de sa valeur finale : $0{,}63 \times 0{,}25 = 0{,}16$ A.
La courbe passe par cette ordonnée à $\tau \approx 0{,}045$ s.

$$L = 0{,}045 \times (12 + 11{,}8) = 1{,}1\ \text{H}$$

$L = \tau\,(R + r) \approx 1{,}1$ H, valeur bien comprise entre 0,95 H et 1,20 H.

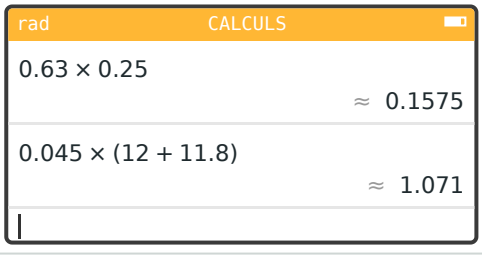
COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs : $R = 12\ \Omega$ et la lecture de τ n'en ont que deux.

MÉTHODE
Autre lecture de τ : la tangente à l'origine coupe l'asymptote $i = 0{,}25$ A à l'abscisse $t = \tau$. La méthode des 63 % est plus précise, car une tangente se trace mal.



1.2.2 · Graphique 1 de l'annexe : lecture de τ à 63 % de la valeur finale

À LA CALCULATRICE



2.1 Partie A. Avec la loi d'additivité des tensions, établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité $i(t)$.

Interrupteur fermé, le courant i circule de A vers C dans la branche bobine-résistance. Additivité des tensions : $E = u_{AB} + u_{BC}$.

- Bobine réelle : $u_{AB} = r\,i + L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$
- Conducteur ohmique : $u_{BC} = R\,i$

Donc $E = L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + (R+r)\,i$. En divisant par L :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{R+r}{L}\,i = \frac{E}{L}}$$

PIÈGE
Oublier le terme $r\,i$ dans la tension aux bornes de la bobine : elle se comporte comme une inductance pure en série avec une résistance r.

2.2 Partie A. Par identification avec l'équation (1), vérifier que $\alpha = \dfrac{R+r}{L}$ et donner l'expression de β.

L'équation (1) s'écrit $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \alpha\,x = \beta$. Avec $x = i$, on compare terme à terme avec l'équation de 2.1 : α est le coefficient de i, β le second membre.

$$\boxed{\alpha = \frac{R+r}{L} \text{ et } \beta = \frac{E}{L}}$$

2.3 Partie A. En déduire l'équation horaire littérale $i(t)$ en fonction de r, R, L et E. Montrer que cette solution vérifie l'équation établie en 2.1.

Comme $\beta \neq 0$, la solution est la forme (2), avec $\dfrac{\beta}{\alpha} = \dfrac{E}{L} \times \dfrac{L}{R+r} = \dfrac{E}{R+r}$:

$$i(t) = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{R+r}{L}t}\right)$$

Vérification. On dérive : $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \dfrac{E}{R+r} \times \dfrac{R+r}{L}\,e^{-\frac{R+r}{L}t} = \dfrac{E}{L}\,e^{-\frac{R+r}{L}t}$.

D'autre part : $\dfrac{R+r}{L}\,i = \dfrac{E}{L}\left(1 - e^{-\frac{R+r}{L}t}\right)$.

En additionnant, les deux exponentielles se compensent :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{R+r}{L}\,i = \frac{E}{L} \text{ : la solution vérifie bien l'équation de 2.1.}}$$

MÉTHODE
Vérifier une solution : calculer séparément la dérivée et le terme en $\alpha\,i$, puis les ajouter. On doit retrouver le second membre à tout instant t.

2.4 Partie A. Montrer que cette équation horaire peut s'écrire $i(t) = \dfrac{E}{R+r}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$.

D'après 1.2.1, $\tau = \dfrac{L}{R+r}$, donc $\dfrac{R+r}{L} = \dfrac{1}{\tau}$: l'exposant $-\dfrac{R+r}{L}\,t$ s'écrit $-\dfrac{t}{\tau}$.

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-t/\tau}\right), \text{ avec } \tau = \frac{1}{\alpha}}$$

3.1 Partie A. Donner l'expression littérale de l'intensité I en régime permanent, calculer sa valeur et la comparer à la valeur expérimentale.

Données utiles $E = 6{,}1$ V ; $R = 12\ \Omega$; $r = 11{,}8\ \Omega$

Quand t devient très grand, $-\dfrac{t}{\tau} \to -\infty$ et $e^{-t/\tau} \to 0$: $i(t)$ tend vers $I = \dfrac{E}{R+r}$.

$$I = \frac{6{,}1}{12 + 11{,}8} = 0{,}26 \text{ A}$$

Le palier du graphique 1 se situe à $0{,}25$ A : l'écart est d'environ 3 %.

$I = \dfrac{E}{R+r} = 0{,}26$ A, en accord avec la valeur expérimentale $0{,}25$ A.

COMPRENDRE

En régime permanent, $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$: la bobine ne se comporte plus que comme sa résistance r, d'où $E = (R+r)\,I$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{6.1}{12 + 11.8}$ ≈ 0.2563025

$\dfrac{0.2563 - 0.25}{0.25}$ ≈ 0.0252

3.2 Partie A. Donner l'expression littérale de i à la date $t = \tau$ en fonction de I, calculer sa valeur et la comparer à l'expérience.

Données utiles $I = 0{,}26$ A (3.1)

À $t = \tau$: $i(\tau) = I\left(1 - e^{-1}\right) = 0{,}63\,I$.

$$i(\tau) = 0{,}63 \times 0{,}26 = 0{,}16 \text{ A}$$

Sur le graphique 1, à $t = \tau = 0{,}045$ s, on lit aussi $i \approx 0{,}16$ A.

$i(\tau) = 0{,}63\,I = 0{,}16$ A : le modèle théorique est en accord avec l'expérience.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1 - e^{-1}$ ≈ 0.6321206

0.63×0.26 ≈ 0.1638

1.1 Partie B (mécanique). Déterminer la valeur de α et du rapport $\dfrac{\beta}{\alpha}$; donner l'unité de ce rapport.

Données utiles équation (3) : $v(t) = 1{,}14\left(1 - e^{-t/0{,}132}\right)$

On compare (3) à la forme (2), $x(t) = \dfrac{\beta}{\alpha}\left(1 - e^{-\alpha t}\right)$, avec $x = v$:

- facteur devant la parenthèse : $\dfrac{\beta}{\alpha} = 1{,}14$;
- exposant : $\alpha\, t = \dfrac{t}{0{,}132}$, donc $\alpha = \dfrac{1}{0{,}132} = 7{,}58\ \text{s}^{-1}$.

$\alpha = 7{,}58\ \text{s}^{-1}$ et $\dfrac{\beta}{\alpha} = 1{,}14\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

COMPRENDRE

$\dfrac{\beta}{\alpha}$ est la vitesse limite de la bille : c'est le palier de la courbe, vers lequel v tend quand l'exponentielle s'annule.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{1}{0.132}$ ≈ 7.575758

1.2 Partie B. Montrer que l'équation différentielle dont (3) est solution s'écrit $\frac{dv}{dt} + 7{,}58\,v = 8{,}64$.

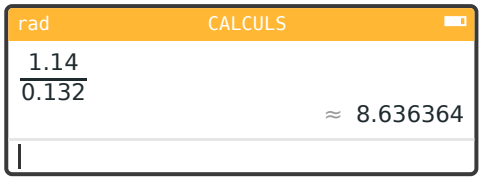
Données utiles $\alpha = 7{,}58\ \text{s}^{-1}$ et $\frac{\beta}{\alpha} = 1{,}14\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (1.1)

(3) est de la forme (2), donc solution de l'équation (1) : $\frac{dv}{dt} + \alpha\,v = \beta$.

$\beta = \frac{\beta}{\alpha} \times \alpha = \frac{1{,}14}{0{,}132} = 8{,}64$ (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$).

$$\frac{dv}{dt} + 7{,}58\,v = 8{,}64$$

À LA CALCULATRICE



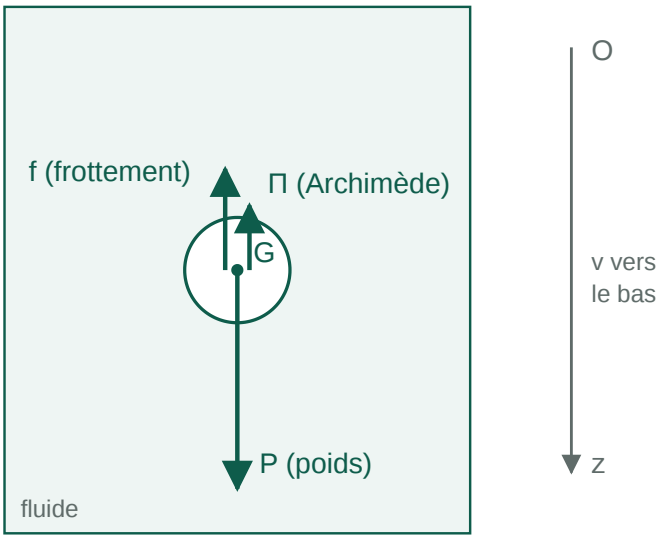
2.1 Partie B. Faire l'inventaire des forces appliquées à la bille et les représenter sur un schéma, au centre d'inertie G.

Système : la bille, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Trois forces verticales :

- le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$, vers le bas ;
- la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$, vers le haut, de valeur $\rho_{\text{fluide}}\,V\,g$ (poids du fluide déplacé) ;
- la force de frottement fluide $\vec{f}$, opposée à la vitesse, donc vers le haut.

Trois forces : $\vec{P}$ (vers le bas), $\vec{\Pi}$ et $\vec{f}$ (vers le haut).

PIÈGE
Oublier la poussée d'Archimède. Dans un liquide elle n'est pas négligeable devant le poids : la question 3.3 le confirme.



2.1 · Forces appliquées à la bille en G, sans souci d'échelle (f et Π décalées pour la lisibilité)

2.2 Partie B. Appliquer au système bille la seconde loi de Newton.

Dans le référentiel terrestre galiléen, la masse m étant constante :

$$\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m\,\vec{a}_G$$

3.1 Partie B. Avec un axe vertical orienté vers le bas, montrer que $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \dfrac{k}{m}v = \left(1 - \dfrac{\rho_{\text{fluide}}\,V}{m}\right) g$.

Données utiles $\vec{f} = -k\,\vec{v}$

On projette la relation de 2.2 sur l'axe (Oz) orienté vers le bas. La bille descend : $v_z = v$ et $a_z = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$.

$P_z = m\,g$; $\Pi_z = -\rho_{\text{fluide}}\,V\,g$; $f_z = -k\,v$.

$$m\,g - \rho_{\text{fluide}}\,V\,g - k\,v = m\,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

On divise par m et on regroupe les termes en v à gauche :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{k}{m}v = \left(1 - \frac{\rho_{\text{fluide}}\,V}{m}\right) g}$$

PIÈGE
Les signes : l'axe pointe vers le bas, donc seul le poids a une coordonnée positive. Une erreur de signe sur $\vec{\Pi}$ ou $\vec{f}$ fausse toute l'équation.

3.2 Partie B. En déduire l'expression littérale des coefficients α et β de l'équation (1).

On identifie l'équation de 3.1 avec $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \alpha\,x = \beta$, où $x = v$.

$$\boxed{\alpha = \frac{k}{m} \text{ et } \beta = \left(1 - \frac{\rho_{\text{fluide}}\,V}{m}\right) g}$$

3.3 Partie B. Quelle serait la valeur de β si la poussée d'Archimède était nulle ? Justifier, avec l'équation de 1.2, que cette force doit être prise en compte.

Données utiles $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$; $\beta = 8{,}64\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ (1.2)

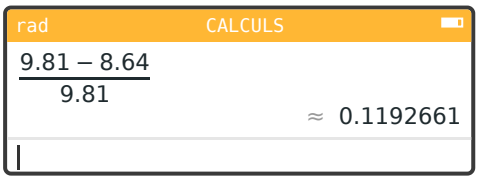
Sans poussée d'Archimède, le terme $\rho_{\text{fluide}}\,V\,g$ disparaît et $\beta = g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Or la modélisation de 1.2 donne $\beta = 8{,}64\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$, soit 12 % de moins que g. Cet écart est trop grand pour être négligé.

Sans poussée d'Archimède, $\beta = g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}} \neq 8{,}64\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$: la poussée d'Archimède doit être prise en compte.

COMPRENDRE
On en tire même sa valeur : $\Pi = m\,(g - \beta) = 0{,}032 \times (9{,}81 - 8{,}64) \approx 0{,}037$ N, à comparer au poids $m\,g \approx 0{,}31$ N.

À LA CALCULATRICE



1.1 Partie C (radioactivité). Montrer par analyse dimensionnelle que la constante radioactive λ est homogène à l'inverse d'un temps.

Données utiles $A(t) = A_0\,e^{-\lambda t}$

L'argument d'une exponentielle est un nombre sans dimension : le produit $\lambda\,t$ n'a donc pas de dimension.

$[\lambda] \times \mathrm{T} = 1$, d'où $[\lambda] = \mathrm{T}^{-1}$.

$[\lambda] = \mathrm{T}^{-1}$: λ est l'inverse d'un temps (ici en min^{-1}).

1.2 Partie C. Rappeler la relation liant λ à la constante de temps τ et exprimer $A(t)$ en fonction de τ.

$\lambda = \dfrac{1}{\tau}$, donc $A(t) = A_0\, e^{-t/\tau}$

1.3 Partie C. Évaluer graphiquement la constante de temps τ et en déduire la valeur de λ.

Données utiles graphique 2 : $A_0 = 300 \times 10^6$ Bq

À $t = \tau$: $A(\tau) = A_0\, e^{-1} = 0{,}37 \times 300 \times 10^6 = 110 \times 10^6$ Bq.

Sur le graphique 2, la courbe atteint cette activité à $\tau \approx 29$ min.

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{29} = 3{,}4 \times 10^{-2}\ \text{min}^{-1}$$

$\tau \approx 29$ min et $\lambda \approx 3{,}4 \times 10^{-2}\ \text{min}^{-1}$, en accord avec la valeur $3{,}40 \times 10^{-2}\ \text{min}^{-1}$ de l'énoncé.

MÉTHODE

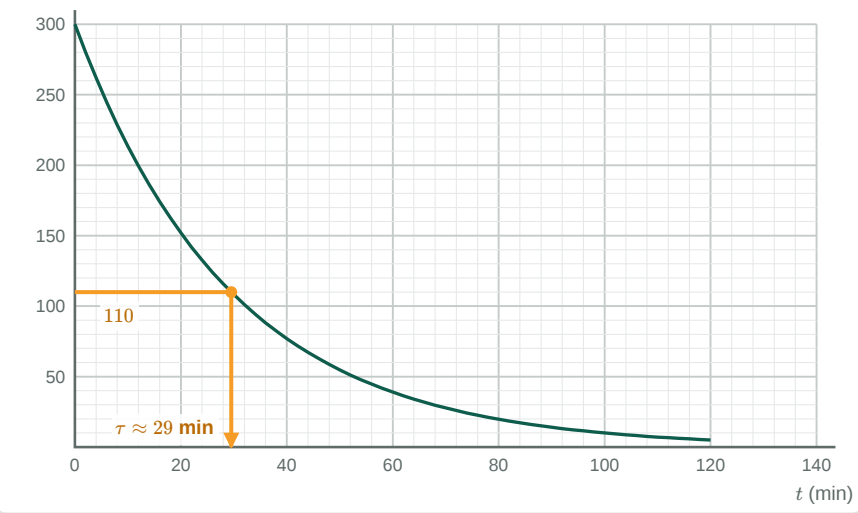
On peut aussi tracer la tangente à l'origine : elle coupe l'axe des abscisses à $t = \tau$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$e^{-1} \times 300$ ≈ 110.3638

$\dfrac{1}{29}$ ≈ 0.03448276



1.3 · Graphique 2 de l'annexe : lecture de τ pour $A = 0{,}37\, A_0$

1.4 Partie C. Définir le temps de demi-vie $t_{1/2}$ et le déterminer graphiquement.

Le temps de demi-vie est la durée au bout de laquelle l'activité de l'échantillon est divisée par deux : $A(t_{1/2}) = \dfrac{A_0}{2}$.

Ici $\dfrac{A_0}{2} = 150 \times 10^6$ Bq : la courbe du graphique 2 passe par cette valeur à $t \approx 20$ min.

$t_{1/2} \approx 20$ min

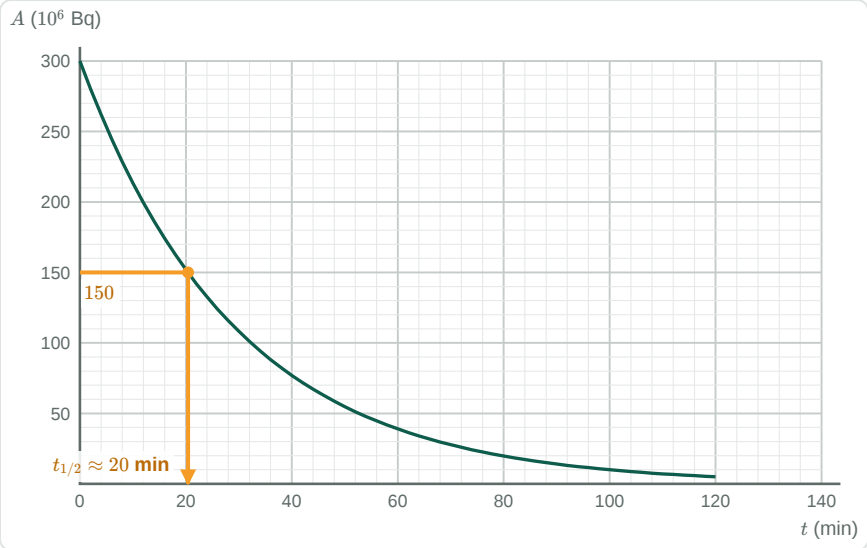
COMPRENDRE

Contrôle par le calcul : $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2$, soit 20,4 min avec la valeur de λ donnée. La lecture graphique est cohérente.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{\ln(2)}{3.40 \times 10^{-2}}$ ≈ 20.38668



1.4 · Graphique 2 de l'annexe : lecture de $t_{1/2}$ pour $A = A_0/2$

2 Partie C. Exploiter la relation d'Euler pour établir la relation liant $A(t+\Delta t)$, $A(t)$, λ et Δt.

Données utiles $\dfrac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} + \lambda\, A(t) = 0$; $x(t+\Delta t) = x(t) + \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\,\Delta t$

Avec $x = A$: $A(t+\Delta t) = A(t) + \dfrac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}\,\Delta t$.

L'équation différentielle donne $\dfrac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = -\lambda\, A(t)$, donc $A(t+\Delta t) = A(t) - \lambda\, A(t)\,\Delta t$.

$$A(t+\Delta t) = A(t)\,(1 - \lambda\,\Delta t)$$

COMPRENDRE
À chaque pas, l'activité est multipliée par le même facteur $1 - \lambda\,\Delta t$: les valeurs d'Euler forment une suite géométrique.

3.1 Partie C. Justifier que la valeur $\Delta t = 15$ min n'est pas correctement adaptée à l'étude.

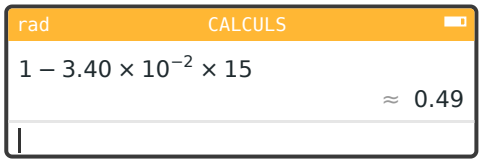
Données utiles $t_{1/2} \approx 20$ min (1.4) ; $\tau \approx 29$ min (1.3) ; $\lambda = 3{,}40 \times 10^{-2}\ \mathrm{min}^{-1}$

La méthode d'Euler suppose que la dérivée reste presque constante pendant un pas : il faut Δt très petit devant la durée caractéristique du phénomène.

Or $\Delta t = 15$ min est du même ordre que $t_{1/2} \approx 20$ min et que $\tau \approx 29$ min. En un seul pas, l'activité serait multipliée par $1 - \lambda\,\Delta t = 0{,}49$.

$\Delta t = 15$ min n'est pas petit devant τ (ni devant $t_{1/2}$) : ce pas est trop grand.

À LA CALCULATRICE



3.2 Partie C. Avec un pas $\Delta t = 5$ min, compléter le tableau comparant la méthode d'Euler et l'équation théorique (4).

Données utiles $A_0 = 3{,}00 \times 10^8$ Bq ; $\lambda = 3{,}40 \times 10^{-2}$ min^{-1}

Euler, à $t = 5$ min : $A(5) = A_0\,(1 - \lambda\,\Delta t) = 3{,}00 \times 10^8 \times (1 - 3{,}40 \times 10^{-2} \times 5) = 2{,}49 \times 10^8$ Bq.

Théorie, à $t = 10$ min : $A(10) = A_0\,e^{-\lambda t} = 3{,}00 \times 10^8 \times e^{-3{,}40 \times 10^{-2} \times 10} = 2{,}14 \times 10^8$ Bq.

Date (min)	A_{Euler} (Bq)	$A_{\text{théorique}}$ (Bq)
0	$3{,}00 \times 10^8$	$3{,}00 \times 10^8$
5	$\mathbf{2{,}49 \times 10^8}$	$2{,}53 \times 10^8$
10	$2{,}07 \times 10^8$	$\mathbf{2{,}14 \times 10^8}$
15	$1{,}72 \times 10^8$	$1{,}80 \times 10^8$

$A_{\text{Euler}}(5\text{ min}) = 2{,}49 \times 10^8$ Bq et $A_{\text{théorique}}(10\text{ min}) = 2{,}14 \times 10^8$ Bq

MÉTHODE
Contrôle : en appliquant un pas de plus à $2{,}49 \times 10^8$ Bq, on doit retomber sur la valeur $2{,}07 \times 10^8$ Bq déjà inscrite dans le tableau.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$3.00 \times 10^8 \times (1 - 3.40 \times 10^{-2} \times 5) \approx 2.49 \times 10^8$

$3.00 \times 10^8 \times e^{(-3.40 \times 10^{-2}) \times 10} \approx 2.135311 \times 10^8$

$2.49 \times 10^8 \times (1 - 3.40 \times 10^{-2} \times 5) \approx 2.0667 \times 10^8$

3.3 Partie C. Le choix de Δt est pertinent si l'écart relatif entre A_{Euler} et $A_{\text{théorique}}$ est inférieur à 5 %. Le pas $\Delta t = 5$ min est-il adapté ?

Données utiles tableau complété (3.2)

Écart relatif : $\dfrac{A_{\text{théorique}} - A_{\text{Euler}}}{A_{\text{théorique}}}$.

- à 5 min : $\dfrac{2{,}53 - 2{,}49}{2{,}53} = 1{,}6\ \%$;
- à 10 min : $\dfrac{2{,}14 - 2{,}07}{2{,}14} = 3{,}3\ \%$;
- à 15 min : $\dfrac{1{,}80 - 1{,}72}{1{,}80} = 4{,}4\ \%$.

Tous les écarts sont inférieurs à 5 % : le pas $\Delta t = 5$ min est adapté sur la durée étudiée.

COMPRENDRE
L'écart grandit à chaque pas, car les erreurs s'accumulent. Le critère est respecté jusqu'à 15 min ; pour suivre l'activité plus longtemps, il faudrait réduire le pas.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{2.53 - 2.49}{2.53} \approx 0.01581028$

$\dfrac{2.14 - 2.07}{2.14} \approx 0.03271028$

$\dfrac{1.80 - 1.72}{1.80} \approx 0.04444444$

Spécialité : Séparation des éléments fer et cuivre présents dans une même solution

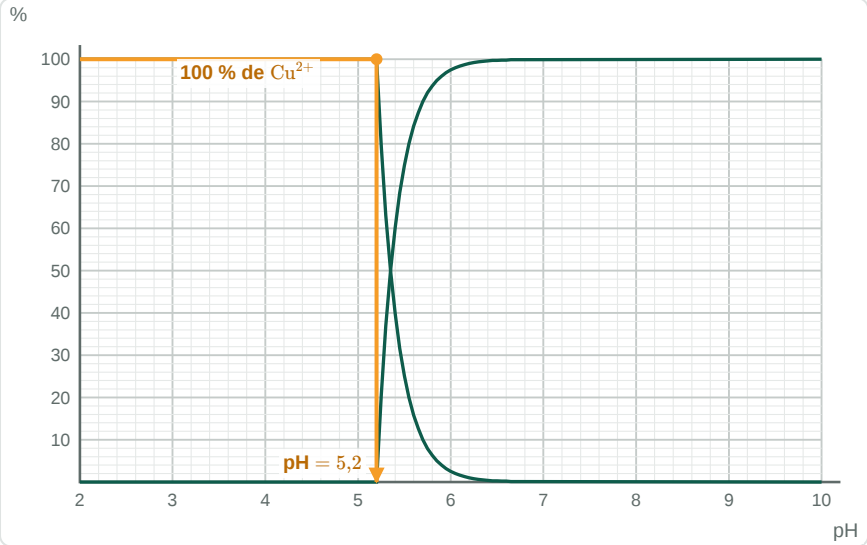
Bac S 2005 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme) · Exercice 4 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1.1 À l'aide des courbes, donner la valeur du pH pour laquelle le précipité $\mathrm{Cu(HO)_2\,(s)}$ apparaît.

Le précipité apparaît au pH où le pourcentage de $\mathrm{Cu(HO)_2\,(s)}$ cesse d'être nul, c'est-à-dire où celui de $\mathrm{Cu^{2+}\,(aq)}$ commence à descendre sous 100 %.

Lecture graphique : le précipité apparaît à $\mathrm{pH} \approx 5{,}2$.

MÉTHODE
Sur l'axe des abscisses, une graduation vaut 1 unité de pH et les courbes décrochent juste après 5 : on lit le pH au pied de la partie verticale, pas au croisement des deux courbes (50 %).



1.1.1 · Courbes du sujet : le pourcentage de $\mathrm{Cu^{2+}}$ quitte 100 % et celui de $\mathrm{Cu(HO)_2}$ quitte 0 % au même pH

1.1.2.1 Donner l'expression de la constante K_1.

Pour la réaction $\mathrm{Cu^{2+}\,(aq) + 2\,HO^-\,(aq) = Cu(HO)_2\,(s)}$, le solide n'intervient pas dans l'expression :

$$K_1 = \frac{1}{[\mathrm{Cu^{2+}}]_{\text{éq}} \times [\mathrm{HO^-}]^2_{\text{éq}}}$$

PIÈGE
Faire figurer $[\mathrm{Cu(HO)_2}]$ au numérateur : un solide n'a pas de concentration en solution. Ne pas oublier l'exposant 2, qui vient du nombre stœchiométrique de $\mathrm{HO^-}$.

COMPRENDRE
La « constante de réaction » de ce sujet est la constante d'équilibre K du programme actuel ; $\mathrm{Cu(HO)_2}$ s'écrit aujourd'hui plutôt $\mathrm{Cu(OH)_2}$.

1.1.2.2 Exprimer le quotient de réaction Q_r pour un volume de solution d'hydroxyde de sodium ajouté.

Même forme que K_1, mais avec les concentrations dans l'état considéré, qui n'est pas forcément un état d'équilibre :

$$Q_r = \frac{1}{[\mathrm{Cu^{2+}}] \times [\mathrm{HO^-}]^2}$$

1.1.2.3 Dans quel sens évolue la réaction si $Q_r < K_1$?

Le système évolue spontanément de façon que Q_r se rapproche de K_1. Si $Q_r < K_1$, Q_r doit augmenter : les concentrations des réactifs Cu^{2+} et HO^- diminuent.

La réaction évolue dans le sens direct : le précipité $Cu(HO)_2\,(s)$ se forme.

COMPRENDRE
À l'inverse, tant que $Q_r > K_1$ (trop peu d'ions HO^-), le sens direct est impossible : aucun précipité ne peut se former. C'est pourquoi il faut atteindre un pH minimal.

1.1.3 À l'apparition du précipité, $Q_r = K_1$. Montrer que la concentration en ions hydroxyde $[HO^-]_{éq}$ vaut $1{,}6 \times 10^{-9}\ mol \cdot L^{-1}$.

Données utiles $K_1 = 4{,}0 \times 10^{18}$; $[Cu^{2+}]_{éq} = 0{,}10\ mol \cdot L^{-1}$

$K_1 = \dfrac{1}{[Cu^{2+}]_{éq} \times [HO^-]^2_{éq}}$ donne $[HO^-]^2_{éq} = \dfrac{1}{K_1 \times [Cu^{2+}]_{éq}}$, soit

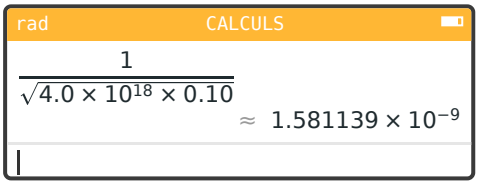
$$[HO^-]_{éq} = \frac{1}{\sqrt{K_1 \times [Cu^{2+}]_{éq}}} = \frac{1}{\sqrt{4{,}0 \times 10^{18} \times 0{,}10}}$$

$[HO^-]_{éq} = 1{,}6 \times 10^{-9}\ mol \cdot L^{-1}$, valeur attendue.

PIÈGE
Oublier la racine carrée : $2{,}5 \times 10^{-18}$ est la valeur de $[HO^-]^2_{éq}$, pas celle de la concentration.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme K_1 et $0{,}10\ mol \cdot L^{-1}$. La concentration est encore $0{,}10\ mol \cdot L^{-1}$ car le tout premier grain de précipité ne consomme presque pas d'ions Cu^{2+}.

À LA CALCULATRICE



1.1.4 En déduire la valeur du pH de la solution. Conclure.

Données utiles $K_e = 10^{-14}$; $[HO^-]_{éq} = 1{,}6 \times 10^{-9}\ mol \cdot L^{-1}$ (1.1.3)

Produit ionique de l'eau : $K_e = [H_3O^+]_{éq} \times [HO^-]_{éq}$, donc $[H_3O^+]_{éq} = \dfrac{K_e}{[HO^-]_{éq}}$.

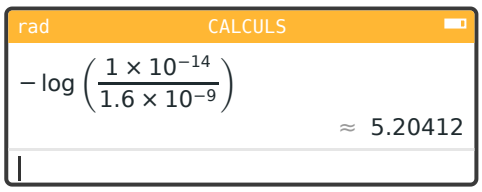
$$pH = -\log[H_3O^+]_{éq} = -\log\left(\frac{K_e}{[HO^-]_{éq}}\right) = -\log\left(\frac{10^{-14}}{1{,}6 \times 10^{-9}}\right) = 5{,}2$$

Conclusion : le calcul redonne le pH lu sur les courbes en 1.1.1. Le précipité n'existe que si le pH dépasse cette valeur.

$pH = 5{,}2$, en accord avec la lecture graphique.

PIÈGE
Calculer $-\log[HO^-]$: on obtient 8,8, qui n'est pas le pH. Il faut passer par $[H_3O^+]$ grâce à K_e.

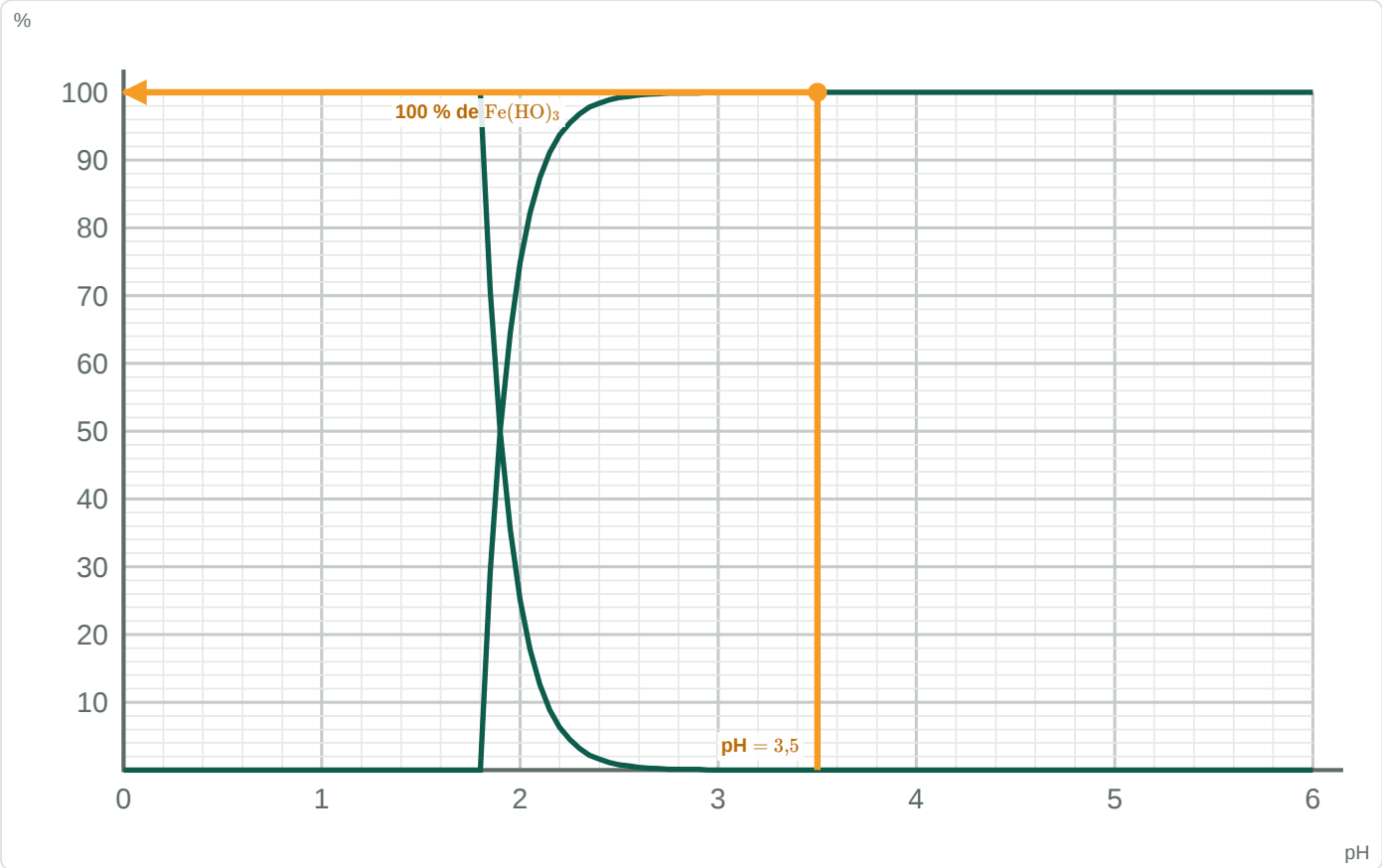
À LA CALCULATRICE



1.2.1 La solution contient-elle des ions $Fe^{3+}\,(aq)$ en quantité significative pour un pH supérieur à 3,5 ?

Sur la seconde courbe, dès $pH \approx 3$ le pourcentage de $Fe^{3+}\,(aq)$ est nul et celui de $Fe(HO)_3\,(s)$ vaut 100 %.

Non : au-delà de pH 3,5, l'élément fer est entièrement sous forme de précipité $Fe(HO)_3\,(s)$.



1.2.1 · Courbes du sujet : à pH $= 3{,}5$, la courbe de $Fe(HO)_3$ est à 100 %, celle de Fe^{3+} à 0 %

1.2.2.1 Le mélange est amené à pH 4,0 puis filtré. Sous quelle forme est obtenue l'espèce extraite de la solution ?

À pH $= 4{,}0$: d'après la seconde courbe, tous les ions Fe^{3+} ont précipité ; d'après la première, les ions Cu^{2+} sont encore à 100 % en solution ($4{,}0 < 5{,}2$).

L'élément fer est extrait sous forme du solide $Fe(HO)_3\,(s)$, précipité rouille retenu par le filtre.

MÉTHODE
Pour séparer deux ions par précipitation, on choisit un pH situé entre les deux seuils (ici entre 2 environ et 5,2) : un seul des deux hydroxydes est alors solide.

1.2.2.2 Quelle est l'espèce chimique présente dans la solution S_1 ?

Le filtrat contient ce qui n'a pas précipité à pH $= 4{,}0$.

S_1 contient les ions cuivre (II) $Cu^{2+}\,(aq)$ (parmi les deux espèces à séparer).

COMPRENDRE
S_1 contient aussi des ions spectateurs (Na^+, Cl^-, $SO_4{}^{2-}$), mais la question porte sur les deux cations à séparer.

1.2.2.3 Comment vérifier que la solution S_1 ne contient plus qu'une seule des espèces $Cu^{2+}\,(aq)$ ou $Fe^{3+}\,(aq)$?

On prélève un peu de S_1 dans un tube à essais et on y verse de la solution d'hydroxyde de sodium.

- Un précipité bleu de $Cu(HO)_2\,(s)$ apparaît : S_1 contient des ions Cu^{2+}.
- Aucun précipité rouille de $Fe(HO)_3\,(s)$ ne se forme : S_1 ne contient plus d'ions Fe^{3+}.

Test à la soude sur un échantillon de S_1 : précipité bleu seul, sans précipité rouille.

2.1 Les réactions (3) et (4) étant totales, sous quelle forme l'élément cuivre initialement présent dans la solution se retrouve-t-il à la fin ?

Réaction (3) : $\mathrm{Cu^{2+}(aq) + Fe(s) = Cu(s) + Fe^{2+}(aq)}$. Elle est totale et le fer est en excès : tous les ions $\mathrm{Cu^{2+}}$ sont consommés.

L'élément cuivre se retrouve entièrement sous forme de métal $\mathrm{Cu(s)}$.

COMPRENDRE
L'ion $\mathrm{Cu^{2+}}$ gagne deux électrons : il est réduit. Le fer métallique, qui les cède, est le réducteur.

2.2 Sous quelle forme l'élément fer initialement présent dans la solution se retrouve-t-il à la fin de la réaction ?

Réaction (4) : $\mathrm{2\,Fe^{3+}(aq) + Fe(s) = 3\,Fe^{2+}(aq)}$. Elle est totale et le fer métallique est en excès : tous les ions $\mathrm{Fe^{3+}}$ sont consommés.

L'élément fer de la solution se retrouve sous forme d'ions fer (II) $\mathrm{Fe^{2+}(aq)}$.

COMPRENDRE
Le fer en poudre ajouté donne lui aussi des ions $\mathrm{Fe^{2+}}$ par les réactions (3) et (4) ; ce qui n'a pas réagi reste à l'état de métal $\mathrm{Fe(s)}$.

2.3 A-t-on réalisé la séparation désirée ?

À la fin, l'élément cuivre est dans un solide, $\mathrm{Cu(s)}$, et l'élément fer qui était dissous est resté en solution, sous forme $\mathrm{Fe^{2+}(aq)}$. Une filtration les sépare, et l'énoncé n'exige pas que les éléments restent en solution.

Oui : le cuivre est récupéré dans le filtre, le fer initialement dissous reste dans le filtrat.

COMPRENDRE
Le solide filtré contient aussi le fer en poudre en excès : le cuivre obtenu n'est pas pur. La séparation porte sur les éléments présents au départ dans la solution.

3 Pour éliminer des ions $\mathrm{Fe^{3+}}$ très minoritaires d'une solution d'ions $\mathrm{Cu^{2+}}$ destinée à une électrolyse, quelle méthode doit-on utiliser ?

L'électrolyse porte sur les ions $\mathrm{Cu^{2+}(aq)}$: ils doivent rester en solution.

- Oxydoréduction : le fer métallique transforme les ions $\mathrm{Cu^{2+}}$ en $\mathrm{Cu(s)}$; ils quittent la solution, qui s'enrichit en ions $\mathrm{Fe^{2+}}$. La méthode ne convient pas.
- Précipitation : vers $\mathrm{pH = 4}$, seuls les ions $\mathrm{Fe^{3+}}$ précipitent ; après filtration, les ions $\mathrm{Cu^{2+}}$ sont toujours en solution.

Il faut utiliser la méthode par précipitation.