Corrigé complet — Bac S 2011 Amérique du Sud (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**

Ex 1	**Les bulles de savon** Espèce tensioactive : parties hydrophile et hydrophobe · Hydrolyse basique d'un ester · Rendement · Onde progressive périodique · Célérité, longueur d'onde et fréquence · Milieu dispersif	5,5 pts	1 h 05	14 questions	p. 2
Ex 2	**Dosage colorimétrique de l'aluminium** Dissolution et masse à peser · Dilution · Spectrophotométrie · Gamme d'étalonnage · Loi de Beer-Lambert	4 pts	52 min	11 questions	p. 7
Ex 3	**Un Rubik's Cube résolu à près de 4300 m d'altitude** Vecteur vitesse · Deuxième loi de Newton · Chute libre verticale · Frottement fluide et vitesse limite · Énergie mécanique	6,5 pts	1 h 18	18 questions	p. 10

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Les bulles de savon

Bac S 2011 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 1 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 Définir les termes « hydrophile » et « hydrophobe ».

Hydrophile : qui a de l'affinité pour l'eau. Une espèce (ou une partie d'espèce) hydrophile s'entoure facilement de molécules d'eau et s'y dissout bien.

Hydrophobe : qui n'a pas d'affinité pour l'eau. Une espèce (ou une partie d'espèce) hydrophobe fuit le contact de l'eau et ne s'y dissout pratiquement pas.

Hydrophile : affinité pour l'eau ; hydrophobe : pas d'affinité pour l'eau.

COMPRENDRE
L'eau est un solvant polaire : elle interagit bien avec les ions et les groupes polaires, très mal avec les longues chaînes carbonées, qui ne portent que des liaisons $C-C$ et $C-H$ peu polarisées.

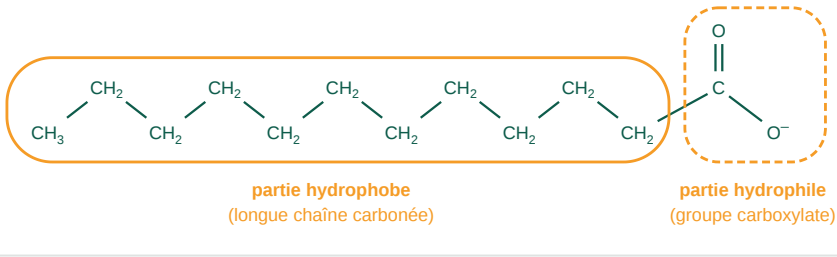
1.2 Entourer, sur l'ion carboxylate du document 1 de l'annexe, la partie hydrophile et la partie hydrophobe.

Le groupe carboxylate $-COO^-$ porte une charge électrique : il est attiré par les molécules d'eau, c'est la partie hydrophile (la « tête »).

La chaîne carbonée $CH_3-(CH_2)_{10}^-$ ne porte ni charge ni groupe polaire : c'est la partie hydrophobe (la « queue »).

Partie hydrophile : le groupe $-COO^-$; partie hydrophobe : la chaîne carbonée (annexe complétée ci-dessous).

PIÈGE
Entourer seulement l'atome O^- : la tête hydrophile est le groupe carboxylate entier, c'est-à-dire le carbone et ses deux atomes d'oxygène.



1.2 · Document 1 de l'annexe, complété

1.3 Retrouver, parmi les quatre schémas du document 2 de l'annexe, celui qui décrit le mieux la paroi d'une bulle de savon.

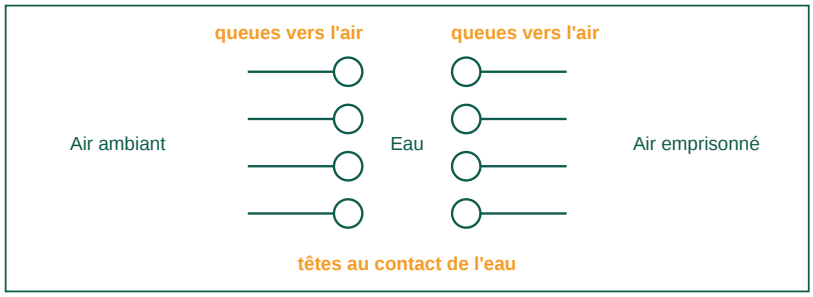
D'après le texte, la couche d'eau est retenue entre les têtes hydrophiles : les cercles des deux rangées doivent être tournés vers l'eau, au centre de la paroi.

Les queues hydrophobes sont tournées vers l'air : les traits de la rangée externe pointent vers l'air ambiant, ceux de la rangée interne vers l'air emprisonné.

Seul le schéma C respecte ces deux conditions.

Le schéma qui convient est la **réponse C**.

MÉTHODE
Traduire chaque phrase du texte en un critère visuel (où sont les cercles, où pointent les traits), puis éliminer les schémas un par un : A et D ont une rangée mal orientée, B les deux.



1.3 · Document 2 : réponse C, la seule conforme au texte

2.1 Écrire l'équation de la réaction d'hydrolyse basique du dodécanoate d'éthyle.

L'ester réagit avec l'ion hydroxyde HO^- ; il se forme l'ion dodécanoate et un alcool, l'éthanol. En notant $C_{11}H_{23}{}^-$ la chaîne $CH_3-(CH_2)_{10}{}^-$:

$$C_{11}H_{23}-COO-C_2H_5 + HO^- \longrightarrow C_{11}H_{23}-COO^- + C_2H_5-OH$$

PIÈGE
Écrire de l'eau comme réactif et l'acide dodécanoïque comme produit : c'est l'hydrolyse simple de l'ester. En milieu basique, le réactif est HO^- et on obtient l'ion carboxylate.

COMPRENDRE
Vérification rapide : les éléments C, H et O sont conservés, et la charge vaut -1 de chaque côté de l'équation.

2.2 Quelles sont les deux caractéristiques de l'hydrolyse basique d'un ester ?

L'hydrolyse basique d'un ester est une transformation **totale** et **rapide** (surtout à chaud).

COMPRENDRE
C'est tout l'intérêt de cette réaction, aussi appelée saponification : l'hydrolyse d'un ester par l'eau seule est au contraire lente et limitée.

2.3 Trouver la quantité de matière d'ion dodécanoate obtenue à partir de 12,0 g de dodécanoate d'éthyle, les ions hydroxyde étant en excès et le rendement valant 95 %.

Données utiles $m = 12{,}0$ g ; $\eta = 95$ % ; $M_C = 12{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $M_O = 16{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $M_H = 1{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$

Le dodécanoate d'éthyle a pour formule brute $C_{14}H_{28}O_2$:

$M = 14\times 12{,}0 + 28\times 1{,}0 + 2\times 16{,}0 = 228{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$

L'ester est le réactif limitant. D'après l'équation, une mole d'ester donne au plus une mole d'ion dodécanoate : $n_{max} = n_{ester} = \dfrac{m}{M}$.

Avec le rendement $\eta = \dfrac{n_{obtenu}}{n_{max}}$:

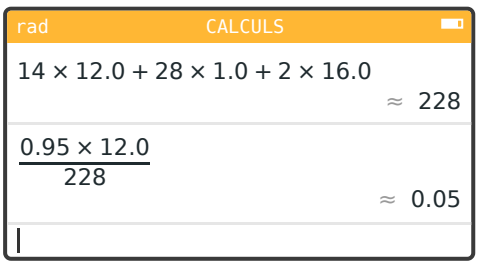
$$n_{obtenu} = \eta \times \frac{m}{M} = 0{,}95 \times \frac{12{,}0}{228{,}0}$$

$n_{obtenu} = 5{,}0\times 10^{-2}$ mol d'ions dodécanoate

PIÈGE
Calculer la masse molaire de l'ion dodécanoate au lieu de celle de l'ester : la masse de 12,0 g est celle du dodécanoate d'éthyle.

COMPRENDRE
Le rendement « 95 % » n'a que deux chiffres significatifs : le résultat en garde deux. La calculatrice affiche 0,05 : il faut écrire $5{,}0\times 10^{-2}$ mol pour les faire apparaître.

À LA CALCULATRICE



3.1.1 Donner la relation permettant de calculer la célérité de l'onde créée par le diapason La.

Données utiles $f_1 = 440$ Hz ; $\lambda_1 = 1{,}33$ mm

La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une période $T_1 = \dfrac{1}{f_1}$: $\lambda_1 = v_1 \times T_1 = \dfrac{v_1}{f_1}$.

$v_1 = \lambda_1 \times f_1$

COMPRENDRE
L'onde a la même fréquence que le diapason qui la crée. La relation $v = \lambda \times f$ vaut pour toute onde progressive périodique, dans n'importe quel milieu.

3.1.2 Vérifier que cette célérité vaut $v_1 = 0{,}585\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

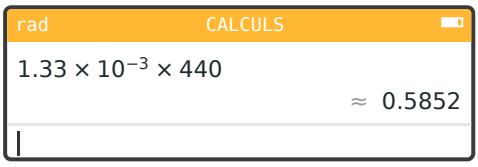
Données utiles $f_1 = 440$ Hz ; $\lambda_1 = 1{,}33 \times 10^{-3}$ m

$v_1 = \lambda_1 \times f_1 = 1{,}33 \times 10^{-3} \times 440$

$v_1 = 0{,}585\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$: c'est bien la valeur annoncée.

PIÈGE
Laisser λ_1 en millimètres : on obtient 585, qui serait une célérité en $\text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$. Il faut convertir : $1{,}33\ \text{mm} = 1{,}33 \times 10^{-3}$ m.

À LA CALCULATRICE



COMPRENDRE
La formule des ondes de capillarité donne $0{,}587\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, soit $0{,}59\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ avec les deux chiffres significatifs de σ : les deux calculs sont en accord.

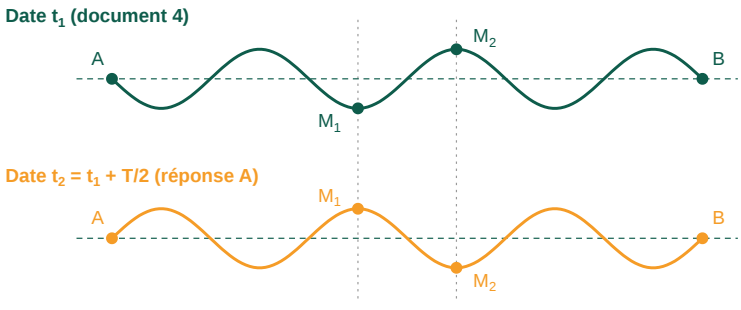
3.2.1 Choisir, parmi les trois schémas du document 5, celui qui représente la surface de l'eau en coupe à la date $t_2 = t_1 + \dfrac{T}{2}$.

En une demi-période, l'onde progresse d'une demi-longueur d'onde et chaque point de la surface effectue une demi-oscillation : un point situé dans un creux à la date t_1 se retrouve sur un sommet à la date t_2 , et inversement.

À t_1, M_1 est dans un creux et M_2 sur un sommet. À t_2, M_1 est donc sur un sommet et M_2 dans un creux.

Le schéma qui convient est la **réponse A**.

PIÈGE
Décaler les points M_1 et M_2 vers la droite avec la vague. Les points de la surface ne se déplacent que verticalement : l'onde transporte de l'énergie, pas de matière.



3.2.1 · La surface en coupe une demi-période plus tard : creux et sommets échangés

3.2.2 Comparer les mouvements verticaux des points M_3 et M_4.

Sur le document 3, M_3 et M_4 sont tous les deux sur un cercle en trait plein : ils sont au sommet d'une vague au même instant. Leurs distances à la source S diffèrent d'une longueur d'onde (deux cercles pleins voisins).

M_3 et M_4 ont à chaque instant le même mouvement vertical : ils vibrent **en phase**.

MÉTHODE
Deux points d'un milieu vibrent en phase si leurs distances à la source diffèrent d'un nombre entier de longueurs d'onde, en opposition de phase si elles diffèrent d'un nombre impair de demi-longueurs d'onde.

3.2.3 Comparer les mouvements verticaux des points M_3 et M_5.

M_3 est sur un cercle en trait plein (sommet) alors que M_5 est sur le cercle en pointillé voisin (creux) : leurs distances à la source diffèrent d'une demi-longueur d'onde.

Quand M_3 monte, M_5 descend : ils vibrent **en opposition de phase**.

3.3 Avec un second diapason, de fréquence différente, on mesure une autre célérité. Comment qualifier la surface de l'eau comme milieu de propagation, pour cette gamme de fréquences ? Justifier.

Données utiles $v_1 = 0{,}585\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ pour $f_1 = 440$ Hz ; $v_2 = 0{,}534\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\lambda_2 = 1{,}62$ mm pour le second diapason

Les deux diapasons n'ont pas la même fréquence et les deux ondes n'ont pas la même célérité : $v_2 = 0{,}534\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ alors que $v_1 = 0{,}585\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, dans le même milieu.

La célérité de l'onde dépend donc de sa fréquence.

Pour ces fréquences, la surface de l'eau est un milieu **dispersif**.

COMPRENDRE
La formule de l'énoncé l'annonçait : v dépend de λ, donc de la fréquence. À l'inverse, l'air n'est pas dispersif pour le son : graves et aigus s'y propagent à la même célérité.

3.4.1 On ajoute du détergent : la tension superficielle devient $\sigma = 0{,}038\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$. Calculer la célérité de l'onde.

Données utiles $\sigma = 0{,}038\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$; $\rho = 1{,}0 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\lambda_3 = 1{,}30 \times 10^{-3}$ m

La fréquence est inconnue : on utilise la relation des ondes de capillarité.

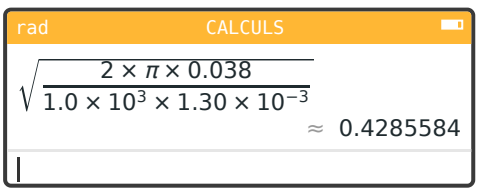
$$v_3 = \sqrt{\frac{2\pi\,\sigma}{\rho\,\lambda_3}} = \sqrt{\frac{2\pi \times 0{,}038}{1{,}0 \times 10^3 \times 1{,}30 \times 10^{-3}}}$$

$v_3 = 0{,}43\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

PIÈGE
Utiliser $v = \lambda \times f$ avec 440 Hz : ce diapason n'est plus celui de la question 3.1. Autre erreur fréquente : garder l'ancienne valeur $\sigma = 0{,}073\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$.

COMPRENDRE
La tension superficielle ne figure plus au programme actuel de spécialité : aujourd'hui, une telle formule serait fournie et il resterait seulement à l'appliquer, comme ici.

À LA CALCULATRICE



3.4.2 Calculer la fréquence du diapason et donner le nom de la note qu'il produit.

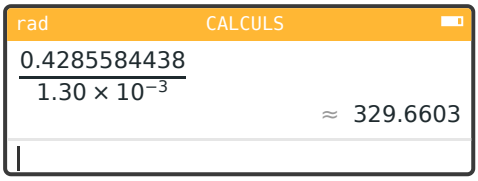
Données utiles $v_3 = 0{,}429\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (valeur non arrondie de 3.4.1) ; $\lambda_3 = 1{,}30 \times 10^{-3}$ m ; tableau des notes

$$f_3 = \frac{v_3}{\lambda_3} = \frac{0{,}429}{1{,}30 \times 10^{-3}} = 3{,}3 \times 10^2 \text{ Hz}$$

Dans le tableau, la note la plus proche a pour fréquence 330 Hz.

$f_3 = 3{,}3 \times 10^2$ Hz : le diapason produit la note **Mi**.

À LA CALCULATRICE



COMPRENDRE

Vérification avec la question 3.3, où le même diapason vibrait sur l'eau pure : $\frac{v_2}{\lambda_2} = \frac{0{,}534}{1{,}62 \times 10^{-3}} \approx 330$ Hz. La fréquence est imposée par le diapason, pas par le liquide.

MÉTHODE

Reprendre la valeur non arrondie de v_3 dans le calcul suivant, et n'arrondir qu'à la fin : ici le résultat s'écrit avec deux chiffres significatifs, comme σ.

Dosage colorimétrique de l'aluminium

Bac S 2011 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Retrouver qu'il faut peser 1,97 g de chlorure d'aluminium hexahydraté pour préparer un litre de solution mère.

Données utiles $c = 8{,}15\ \text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V = 1{,}00\ \text{L}$; $M = 241{,}5\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Une mole de solide $AlCl_3, 6\,H_2O$ apporte une mole d'ions Al^{3+} : la quantité de solide à dissoudre est $n = cV$.

La masse correspondante est $m = n\,M = c\,V\,M$.

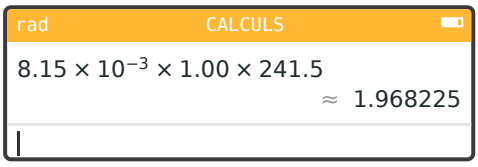
$$m = 8{,}15 \times 10^{-3} \times 1{,}00 \times 241{,}5 = 1{,}97\ \text{g}$$

$m = 1{,}97$ g : on retrouve bien la masse annoncée.

PIÈGE
Laisser la concentration en $\text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$: on obtiendrait 1970, soit une masse en milligrammes. Il faut convertir en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ avant de multiplier par M.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme c et V, les données les moins précises. La masse molaire utilisée est celle du solide hydraté, eau comprise, puisque c'est lui que l'on pèse.

À LA CALCULATRICE



1.2 Quel est le volume de solution mère à prélever pour préparer la solution S_0 ?

Données utiles dilution 100 fois ; $V_0 = 100{,}0$ mL

Diluer 100 fois, c'est diviser la concentration par le facteur de dilution $F = 100$. La quantité de soluté est conservée, donc

$$F = \frac{V_0}{V_{\text{mère}}} \quad \text{soit} \quad V_{\text{mère}} = \frac{V_0}{F} = \frac{100{,}0}{100}$$

$V_{\text{mère}} = 1{,}00$ mL

COMPRENDRE
La solution S_0 a donc pour concentration $c_0 = \dfrac{8{,}15}{100} = 8{,}15 \times 10^{-2}\ \text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$, valeur utile à la question 2.4.

MÉTHODE
Pour toute dilution : $c_{\text{mère}}\,V_{\text{mère}} = c_{\text{fille}}\,V_{\text{fille}}$. Le facteur de dilution est aussi bien le rapport des concentrations que le rapport inverse des volumes.

2.1 Donner un critère qui permet de choisir la longueur d'onde du spectrophotomètre.

On trace le spectre d'absorption de l'espèce colorée, c'est-à-dire son absorbance en fonction de la longueur d'onde.

On règle l'appareil sur la longueur d'onde λ_{max} pour laquelle l'absorbance de l'espèce colorée est maximale.

COMPRENDRE
Au maximum d'absorption, l'absorbance mesurée est la plus grande pour une concentration donnée : la mesure est plus sensible et son incertitude relative plus faible.

2.2 Quelle verrerie de la liste permet de prélever un volume de 5 mL sans recherche de précision ?

L'aluminon est en large excès : son volume n'a pas besoin d'être connu avec précision. Une verrerie graduée, rapide à utiliser, suffit.

L'éprouvette graduée de 10 mL.

COMPRENDRE
La pipette graduée de 10 mL conviendrait aussi, mais elle est plus précise que nécessaire. Le bécher n'est pas un instrument de mesure de volume. La pipette jaugée est réservée aux prélèvements précis, comme ceux de S_0.

2.3 Quel est le rôle de la solution S_1 dans cette série de mesures ?

La solution S_1 contient l'aluminon, le tampon et l'eau, mais pas d'aluminium : elle ne contient donc pas l'espèce colorée étudiée.

S_1 sert à faire le « blanc » : on règle le zéro d'absorbance du spectrophotomètre avec elle.

COMPRENDRE
Après ce réglage, l'absorbance mesurée pour les autres solutions est due à la seule espèce colorée formée avec l'aluminium, et non à la cuve, au solvant ou à l'aluminon en excès.

2.4 Calculer la concentration molaire en élément aluminium de la solution S_4.

Données utiles $c_0 = 8{,}15 \times 10^{-2}\ \text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$ (Q1.2) ; volume de S_0 prélevé : $V_p = 6{,}0$ mL ; volume de la fiole : $V_f = 50{,}0$ mL

La solution S_4 est obtenue en diluant 6,0 mL de S_0 dans une fiole de 50,0 mL. La quantité d'aluminium est conservée :

$$c_0\,V_p = C_4\,V_f \quad \text{soit} \quad C_4 = \frac{c_0\,V_p}{V_f}$$

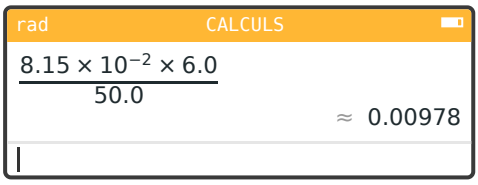
$$C_4 = \frac{8{,}15 \times 10^{-2} \times 6{,}0}{50{,}0} = 9{,}8 \times 10^{-3}\ \text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$C_4 = 0{,}98 \times 10^{-2}\ \text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$

PIÈGE
Utiliser la concentration de la solution mère (8,15) au lieu de celle de S_0, cent fois plus petite. Les volumes peuvent rester en mL, puisqu'ils interviennent par leur rapport.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme le volume 6,0 mL. Écrit en 10^{-2}, le résultat se place bien entre ceux de S_3 et de S_5 dans le tableau.

À LA CALCULATRICE



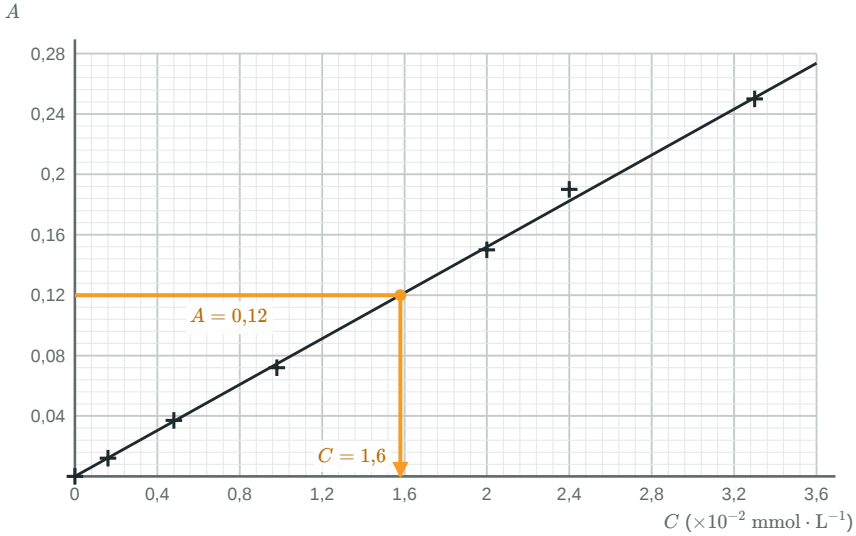
3.1 Tracer le graphe représentant l'absorbance en fonction de la concentration molaire en élément aluminium.

Données utiles tableau du sujet ; $C_4 = 0{,}98 \times 10^{-2}\ \text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$ (Q2.4)

On place les sept points du tableau, avec C en abscisse et A en ordonnée, en respectant l'échelle imposée. Les points sont pratiquement alignés avec l'origine : on trace à la règle la droite passant par l'origine et au plus près de l'ensemble des points.

Le graphe est une droite passant par l'origine (voir figure).

MÉTHODE
On ne relie pas les points entre eux : la droite passe au milieu du nuage, avec des points de part et d'autre. La lecture en orange sert à la question 3.4.



3.1 · Absorbance en fonction de la concentration en élément aluminium

3.2 Quelle est la relation mathématique entre l'absorbance A et la concentration molaire C ?

Le graphe est une droite passant par l'origine : l'absorbance est proportionnelle à la concentration.

$A = k\,C$, où k est le coefficient directeur de la droite.

COMPRENDRE
C'est la loi de Beer-Lambert, valable pour des solutions suffisamment diluées. La constante k dépend de l'espèce colorée, de la longueur d'onde et de l'épaisseur de la cuve.

3.3 En déduire la relation numérique entre A et C et préciser l'unité de la valeur numérique trouvée.

Données utiles point lu sur la droite tracée : $C = 2{,}5 \times 10^{-2}\ \text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$; $A = 0{,}19$

Le coefficient directeur se calcule avec un point de la droite tracée, choisi loin de l'origine :

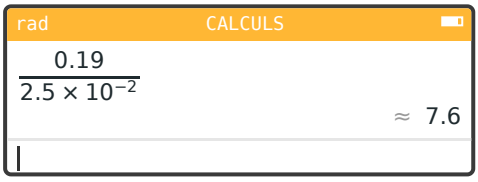
$$k = \frac{A}{C} = \frac{0{,}19}{2{,}5 \times 10^{-2}} = 7{,}6\ \text{L} \cdot \text{mmol}^{-1}$$

L'absorbance est sans unité : k a l'unité inverse de celle d'une concentration.

$A = 7{,}6 \times C$, avec C en $\text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$ et $k = 7{,}6\ \text{L} \cdot \text{mmol}^{-1}$

PIÈGE
Prendre un point du tableau plutôt qu'un point de la droite : chaque mesure porte une erreur que la droite moyenne compense. Selon le tracé, une valeur de k comprise entre 7,5 et 7,7 est acceptable.

À LA CALCULATRICE



3.4 L'absorbance d'un échantillon d'eau vaut 0,12. En déduire sa concentration molaire en élément aluminium. Cette eau respecte-t-elle le critère de potabilité ?

Données utiles $A = 0{,}12$; $k = 7{,}6\ \text{L} \cdot \text{mmol}^{-1}$ (Q3.3) ; norme : $7{,}4\ \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

$$C = \frac{A}{k} = \frac{0{,}12}{7{,}6} = 1{,}6 \times 10^{-2}\ \text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$$

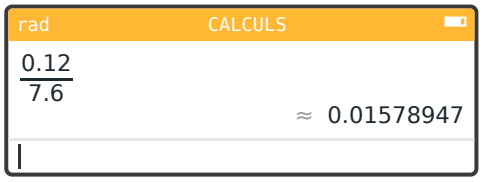
Conversion : $1\ \text{mmol} = 10^3\ \mu\text{mol}$, donc $C = 16\ \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$. La lecture graphique donne la même valeur.

Or $16\ \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} > 7{,}4\ \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

$C = 16\ \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$: la norme est dépassée, cette eau ne respecte pas le critère de potabilité.

PIÈGE
Comparer $1{,}6 \times 10^{-2}$ à 7,4 sans convertir : les deux valeurs ne sont pas dans la même unité, et l'on conclurait à tort que l'eau est potable.

À LA CALCULATRICE



3.5 Peut-on analyser avec cette technique des eaux dont la concentration en élément aluminium est environ 10 fois supérieure à celle de S_7 ? Que faut-il faire ?

Données utiles S_7 : $A = 0{,}25$

Si la proportionnalité se prolongeait, l'absorbance serait environ $10 \times 0{,}25 = 2{,}5$. Cette valeur est très en dehors de la gamme d'étalonnage (0 à 0,25). À une absorbance aussi élevée, presque toute la lumière est absorbée, la mesure devient imprécise, et rien ne garantit que la relation $A = k\,C$ reste valable.

Non, pas directement : il faut d'abord diluer l'échantillon, au moins 10 fois, mesurer l'absorbance de la solution diluée, puis multiplier la concentration obtenue par le facteur de dilution.

COMPRENDRE
Une droite d'étalonnage ne s'utilise qu'entre ses points extrêmes. Au-delà, on extrapole sans preuve. Diluer ramène l'échantillon dans le domaine où la loi a été vérifiée.

Un Rubik's Cube résolu à près de 4300 m d'altitude

Bac S 2011 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 3 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1.1 À l'aide du document 1, calculer la vitesse v à la date $t = 7$ s, puis compléter le graphe du document 2.

Données utiles positions relevées toutes les $\Delta t = 1{,}0$ s ; échelle du document 1 : 1 cm pour 20 m

La vitesse à la date t_7 est assimilée à la vitesse moyenne entre les dates voisines t_6 et t_8 :

$$v_7 = \frac{G_6G_8}{t_8 - t_6} = \frac{G_6G_8}{2\,\Delta t}$$

Sur le document 1, on mesure $G_6G_8 = 5{,}2$ cm, soit une distance réelle $G_6G_8 = 5{,}2 \times 20 = 104$ m.

$$v_7 = \frac{104}{2 \times 1{,}0} = 52\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

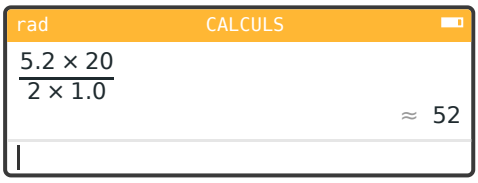
On place le point $(7\ \text{s}\ ;\ 52\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1})$ sur le document 2 (voir la figure de la question 1.2.3).

$v_7 = 52\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

PIÈGE
Diviser par Δt au lieu de $2\,\Delta t$, ou oublier l'échelle : la distance mesurée en centimètres doit être convertie en mètres réels avant le calcul.

COMPRENDRE
La longueur mesurée à la règle (5,2 cm) n'a que deux chiffres significatifs : la vitesse en garde deux. Le point obtenu s'aligne bien entre ceux de $t = 6$ s et $t = 8$ s, ce qui valide la mesure.

À LA CALCULATRICE



1.1.2 Représenter sur le document 1 le vecteur vitesse du centre d'inertie à la date $t = 7$ s (échelle : 1 cm pour $20\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$).

Données utiles $v_7 = 52\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (1.1.1)

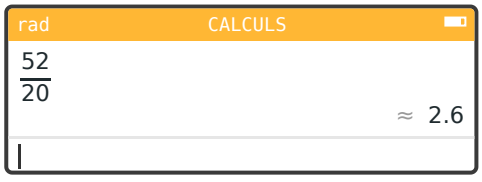
Le vecteur $\vec{v}_7$ a pour origine le point G_7 ; il est tangent à la trajectoire, donc vertical, et dirigé dans le sens du mouvement, vers le bas.

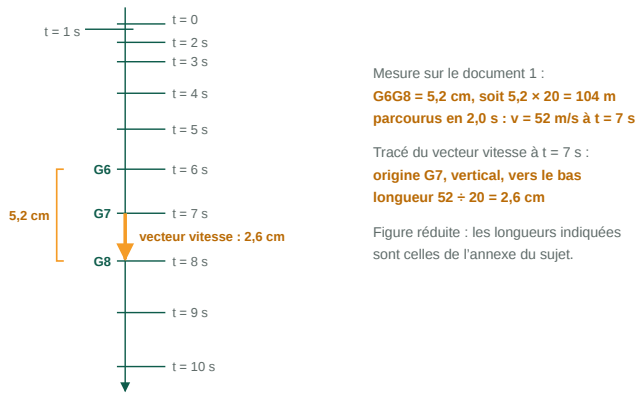
Sa longueur sur le dessin est $\frac{52}{20} = 2{,}6$ cm.

Flèche verticale vers le bas, d'origine G_7, de longueur 2,6 cm.

PIÈGE
Deux échelles coexistent sur le document 1 : 1 cm pour 20 m (distances) et 1 cm pour $20\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (vitesses). La flèche se trace avec la seconde.

À LA CALCULATRICE





1.1.2 · Document 1 de l'annexe complété : mesure de G6G8 et vecteur vitesse à la date t = 7 s (la pointe arrive juste avant G8)

1.2.1 Sans frottement ni poussée d'Archimède, donner la relation entre le vecteur accélération du centre d'inertie et le vecteur poids, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Justifier.

Système : {parachutiste + bateau}, de masse m ; référentiel terrestre supposé galiléen.

Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ uniquement, puisque les frottements de l'air et la poussée d'Archimède sont négligés.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, donc

$$\boxed{\vec{P} = m\,\vec{a}}$$

MÉTHODE
Toujours dans cet ordre : système, référentiel, bilan des forces, puis la loi. La justification demandée est ce bilan réduit au seul poids.

1.2.2 Établir que l'expression théorique de la vitesse en fonction du temps est $v = g\,t$.

Comme $\vec{P} = m\,\vec{g}$, la relation précédente donne $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, soit $\vec{a} = \vec{g}$.

On projette sur un axe vertical (Oz) orienté vers le bas : $a_z = \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = g$.

Par intégration : $v_z(t) = g\,t + C$, où C est une constante.

Condition initiale : la chute se fait sans vitesse initiale, $v_z(0) = 0$, donc $C = 0$.

Ainsi $v_z = g\,t$; cette composante étant positive, la valeur de la vitesse est $v = v_z$.

$$\boxed{v = g\,t}$$

PIÈGE
Oublier la constante d'intégration : c'est la condition initiale $v_z(0) = 0$, donnée par l'énoncé, qui permet de l'annuler. Elle doit apparaître sur la copie.

1.2.3 Tracer sur le graphique du document 2 la courbe théorique représentant la fonction $v(t)$ établie à la question 1.2.2.

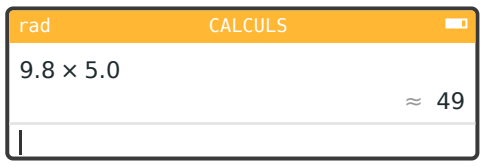
Données utiles $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

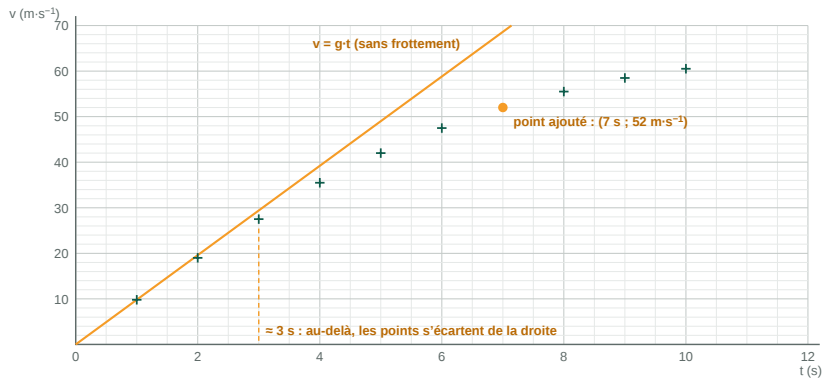
$v = g\,t$ est une fonction linéaire : sa représentation est une droite passant par l'origine, de coefficient directeur $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

Second point pour la tracer : à $t = 5{,}0$ s, $v = 9{,}8 \times 5{,}0 = 49\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Droite passant par $(0\ ;\ 0)$ et $(5{,}0\ \mathrm{s}\ ;\ 49\ \mathrm{m \cdot s^{-1}})$.

À LA CALCULATRICE





1.2.3 · Document 2 de l'annexe complété : point à t = 7 s et droite théorique v = g·t

1.2.4 À l'aide du graphique du document 2, établir jusqu'à quelle date on peut raisonnablement négliger les frottements de l'air.

Les trois premiers points sont pratiquement sur la droite théorique. Au-delà, ils passent nettement sous la droite et l'écart ne cesse de grandir.

Les frottements de l'air peuvent être négligés jusqu'à $t \approx 3$ s.

COMPRENDRE
La force de frottement varie comme v^2 : presque nulle au départ, elle grandit vite avec la vitesse. Une réponse entre 2 s et 3 s est acceptable si elle est justifiée par le graphique.

2.1 Écrire la deuxième loi de Newton appliquée au système « parachutiste + bateau » dans un référentiel terrestre supposé galiléen.

Le système {parachutiste + bateau}, de masse m, est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la force de frottement de l'air $\vec{F}_1$ (poussée d'Archimède négligée).

$\vec{P} + \vec{F}_1 = m\,\vec{a}$

COMPRENDRE
En projection sur un axe vertical orienté vers le bas, cette relation s'écrit $m\,g - k_1\,v^2 = m\,\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$: le poids entraîne, le frottement freine.

2.2.1 Que peut-on dire du vecteur accélération lorsque v devient constante ?

Le mouvement est rectiligne : si la valeur de la vitesse est constante, le vecteur $\vec{v}$ est constant et $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$ est nul.

$\vec{a} = \vec{0}$: le mouvement est rectiligne uniforme.

2.2.2 Donner alors la relation entre les forces $\vec{P}$ et $\vec{F}_1$. Justifier.

On reporte $\vec{a} = \vec{0}$ dans la deuxième loi de Newton écrite en 2.1 : $\vec{P} + \vec{F}_1 = \vec{0}$.

$\vec{F}_1 = -\vec{P}$: les deux forces se compensent (même direction, sens opposés, même valeur).

2.2.3 Calculer la vitesse limite v_1 et vérifier le résultat sur la courbe 1.

Données utiles $m = 75$ kg ; $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $k_1 = 0{,}165\ \mathrm{kg \cdot m^{-1}}$

Les forces ont la même valeur : $F_1 = P$, soit $k_1\,v_1^2 = m\,g$. La vitesse étant positive :

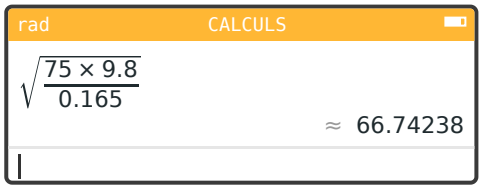
$$v_1 = \sqrt{\frac{m\,g}{k_1}} = \sqrt{\frac{75 \times 9{,}8}{0{,}165}} = 67\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Vérification : sur la courbe 1, le premier palier de vitesse (entre 20 s et 37 s environ) se situe un peu au-dessous de $70\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, ce qui est en accord avec la valeur calculée.

$v_1 = 67\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

COMPRENDRE
Unités : $\dfrac{m\,g}{k_1}$ est en $\dfrac{\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2}}}{\mathrm{kg \cdot m^{-1}}} = \mathrm{m^2 \cdot s^{-2}}$; la racine est bien une vitesse. Le sujet utilise ensuite la valeur moins arrondie $66{,}7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

À LA CALCULATRICE



2.2.4 Justifier, par un raisonnement qualitatif, l'augmentation de la valeur de la vitesse constatée sur la courbe 1 au moment du largage du bateau.

Le coefficient de frottement s'écrit $k = \frac{1}{2}\rho S$. En quittant le bateau, le parachutiste présente à l'air une surface S plus petite : k diminue.

À la vitesse v_1, la force $F = k\,v^2$ devient donc inférieure au poids, inchangé. L'accélération est alors dirigée vers le bas : la vitesse augmente jusqu'à ce que le frottement compense à nouveau le poids.

Surface S plus petite, donc k plus petit : la nouvelle vitesse limite $\sqrt{\frac{m\,g}{k}}$ est plus grande.

3.1 Calculer l'énergie mécanique E_1 du système « parachutiste + Terre » au moment de la sortie de l'avion.

Données utiles $m = 75$ kg ; $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; altitude initiale $z_1 = 4300$ m ; vitesse initiale nulle

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur, nulle au niveau du sol ($z = 0$) :

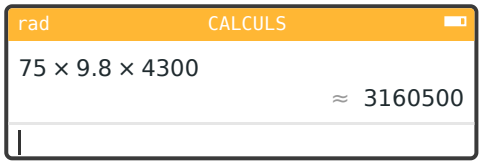
$$E_m = \frac{1}{2}m\,v^2 + m\,g\,z$$

À la sortie de l'avion, $v = 0$, donc $E_1 = m\,g\,z_1$.

$$E_1 = 75 \times 9{,}8 \times 4300 = 3{,}2 \times 10^6\ \text{J}$$

$E_1 = 3{,}2 \times 10^6$ J

À LA CALCULATRICE



3.2 Calculer l'énergie mécanique E_2 du système juste avant le largage du bateau, à l'altitude de 2200 m.

Données utiles $z_2 = 2200$ m ; $v_2 = 66{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $m = 75$ kg ; $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

$$E_2 = \frac{1}{2}m\,v_2^2 + m\,g\,z_2$$

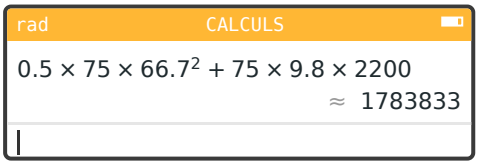
$$E_2 = \frac{1}{2} \times 75 \times 66{,}7^2 + 75 \times 9{,}8 \times 2200 = 1{,}7 \times 10^5 + 1{,}62 \times 10^6$$

$E_2 = 1{,}8 \times 10^6$ J

PIÈGE

Oublier le carré de la vitesse ou le facteur $\frac{1}{2}$. L'énergie cinétique ne représente ici qu'un dixième environ de l'énergie mécanique : l'essentiel reste de l'énergie potentielle.

À LA CALCULATRICE



3.3 Pourquoi l'énergie mécanique a-t-elle diminué ?

Données utiles $E_1 = 3{,}2 \times 10^6$ J (3.1) ; $E_2 = 1{,}8 \times 10^6$ J (3.2)

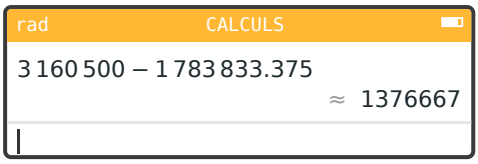
Le système est soumis à la force de frottement de l'air, force non conservative dont le travail est négatif (elle s'oppose au mouvement). L'énergie mécanique ne se conserve donc pas : elle diminue de $E_1 - E_2 \approx 1{,}4 \times 10^6$ J.

L'énergie perdue est dissipée par les frottements de l'air, sous forme de transfert thermique.

COMPRENDRE

La variation d'énergie mécanique est égale au travail des forces non conservatives : $\Delta E_m = W(\vec{F}_1) < 0$. Le poids, force conservative, est déjà pris en compte dans l'énergie potentielle.

À LA CALCULATRICE



3.4.1 Si la tentative s'était déroulée en l'absence d'atmosphère, le parachutiste pourrait-il être freiné ? Pourquoi ?

Sans air, aucune force de frottement ne s'exerce, même parachute ouvert. La seule force est le poids, dirigé dans le sens du mouvement.

Non : sans air, rien ne peut freiner le parachutiste, sa vitesse augmente jusqu'au sol.

3.4.2 En l'absence d'atmosphère, que pourrait-on dire de l'énergie mécanique du système ?

Le système ne serait soumis qu'au poids, force conservative.

L'énergie mécanique se conserverait : elle garderait la valeur E_1 pendant toute la chute.

3.4.3 Quelle aurait été, dans ces conditions, la vitesse du parachutiste à l'altitude 2200 m ?

Données utiles $z_1 = 4300$ m ; $z_2 = 2200$ m ; $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; vitesse initiale nulle

Conservation de l'énergie mécanique entre l'altitude z_1 (vitesse nulle) et l'altitude z_2 (vitesse v) :

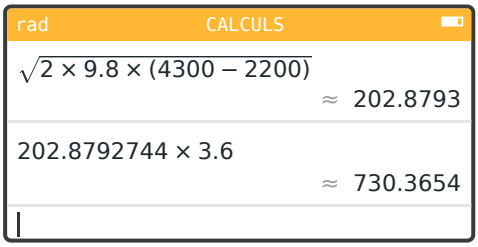
$$m\,g\,z_1 = \frac{1}{2}\,m\,v^2 + m\,g\,z_2 \quad \text{donc} \quad v = \sqrt{2\,g\,(z_1 - z_2)}$$

$$v = \sqrt{2 \times 9{,}8 \times (4300 - 2200)} = 2{,}0 \times 10^2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$v = 2{,}0 \times 10^2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (environ $730\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$)

MÉTHODE
Simplifier par m avant de calculer : le résultat ne dépend pas de la masse et l'on évite de réutiliser la valeur arrondie de E_1, qui fausserait le dernier chiffre.

À LA CALCULATRICE



3.5 Le sport pratiqué par M. Fichte est communément appelé « chute libre ». Ce terme semble-t-il conforme à la situation étudiée ? Justifier.

En physique, une chute est libre lorsque le système n'est soumis qu'à son poids. Ici, ce n'est vrai que pendant les trois premières secondes environ (1.2.4). Ensuite, le frottement de l'air finit par compenser le poids : la vitesse plafonne à $66{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ au lieu d'environ $200\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ à 2200 m (3.4.3).

Non : au sens du physicien, il ne s'agit pas d'une chute libre, sauf au tout début du saut.